МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Кабардино-Балкарский государственный университет
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)
Медицинский колледж

ТУКОВА О.В.

МЕТОДИЧЕСКИЕ УКАЗАНИЯ ПО ОРГАНИЗАЦИИ И ПРОВЕДЕНИЮ ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

по дисциплине ЕН.01 Математика для специальности 31.02.05 Стоматология ортопедическая

Нальчик, 2018 г

Методические указания по организации и проведению практических занятий по дисциплине ЕН. 01 Математика специальности 31.02.05 Стоматология ортопедическая разработаны на основе Положения о планировании, организации и проведении лабораторных и практических занятий в колледжах КБГУ, утвержденного в 2018 году.

Организация – разработчик: Медицинский колледж КБГУ
Разработчик :
Тукова О.В – преподаватель высшей квалификационной категории МК КБГУ

Методические указания по организации и проведению практических занятий рассмотрены на заседании ЦМК по информационным технологиям, математике и экономике организации МК КБГУ

Председатель ЦМК

_________ Шапсигов М.М.

Протокол №1 от «_05_» __09__ 2018 г.

Методист МК КБГУ

__________Гуппоева А.С.

«_05_» __09__ 2018 г.

Пояснительная записка.

Стремительная математизация и компьютеризация практически всех областей знания требует перестройки системы математического образования в среднем профессиональном звене. Математическое образование следует рассматривать как важнейшую составляющую фундаментальной подготовки студента. Обусловлено это тем, что математика является не только мощным средством решения прикладных задач и универсальным языком науки, но также и элементом общей культуры. Образование студента в области математики должно основываться на фундаментальных понятиях этих наук. Фундаментальность подготовки в области математики включает в себя достаточную общность математических понятий и конструкций, обеспечивающую широкий спектр их применимости, точность формулировок математических свойств изучаемых объектов, логическую строгость изложения математики, опирающуюся на адекватный современный математический язык.

Построение курса проводиться так, чтобы у студента сложилось целостное представление об основных этапах становления современной математики и их структуре, об основных математических понятиях и методах, о роли и месте математики и информатики в различных сферах человеческой деятельности.

Студент должен иметь представление о значительном числе математических понятий, что даст ему возможность корректного применения математики в практической деятельности и позволит достаточно безболезненно повышать свою квалификацию.

Каждое практическое занятие содержит необходимую теорию, разобранные задачи, аудиторные задачи, задачи для домашней работы.

Формируемые компетенции
ОК 4, 5
ПК 1.1 - 5.2

КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО УЧЕБНОМУ ПЛАНУ 16часов

ТЕМАТИКА ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАНЯТИЙ

№ п/п	**Тема занятия**	**Вид задания**	**Объем часов**	**Форма контроля**
1	Предел функции. Вычисление пределов.	Выполнение практических работ	2	Проверка работ
2	Вычисление производной сложной функции.	Выполнение практических работ	1	Проверка работ
2	Исследования функции и построение графика	Выполнение практических работ	1	Проверка работ
3	Вычисление неопределенного интеграла	Выполнение практических работ	2	Проверка работ
4	Вычисление определенного интеграла. Приложение определенного интеграла	Выполнение практических работ	2	Проверка работ
5	Случайные события.	Выполнение практических работ	2	Проверка работ
6	Случайные величины.	Выполнение практических работ	2	Проверка работ
7	Приложение математики в фармакологии.	Выполнение практических работ	2	Проверка работ
8	Приложение математики в педиатрии и физиологии.	Выполнение практических работ	2	Проверка работ

Практическая работа № 1

Тема: Предел функции. Вычисление пределов.

При выполнении практической работы студент должен знать:

- основные свойства предела;
- предел функции в точке;
- понятие и непрерывность функции;
- предел функции на бесконечности;
- замечательные пределы

уметь:

- вычислять пределы функций.

Необходимые теоретические и практические знания и примеры решения практических заданий.

Основные свойства пределов

1. *Предел алгебраической суммы конечного числа переменных величин равен алгебраической сумме пределов слагаемых*:
$$\lim(x + y + \cdots + t) = \lim x + \lim y + \cdots + \lim t.$$
2. *Предел произведения конечного числа переменных величин равен произведению их пределов:*
$$\lim(x \cdot y \dots t) = \lim x \cdot \lim y \dots \lim t\,.$$
3. *Постоянный множитель можно выносить за знак предела:*
$$\lim(cx) = \lim c \cdot \lim x = c \lim x.$$

   Например,
$$\lim(5x + 3) = \lim 5x \cdot \lim 3 = 5 \lim x + 3.$$
4. *Предел отношения двух переменных величин равен отношению пределов, если предел знаменателя не равен нулю:*
$$\lim \frac{x}{y} = \frac{\lim x}{\lim y}, \ \text{ если } \lim y \neq 0.$$
5. *Предел целой положительной степени переменной величины равен той же степени предела этой же переменной:*
$$\lim x^n = (\lim x)^{\mathrm{n}}$$

   Например,
$$\lim_{x\to-2}(x^3 + 3x^2) = \lim_{x\to-2} x^3 + 3 \lim_{x\to-2} x^2 = (-2)^3 + 3 \cdot (-2)^2 = -8 + 12 = 4$$
6. *Если переменные x, y, z удовлетворяют неравенствам* $x \leq y \leq z$ и $x \to a, z \to a,$ то $y \to a.$

Замечание. В свойствах 1-6 условие существования пределов обязательно.

Предел функции в точке

Найти
$$\lim_{x\to 2}(3x^2 - 2x).$$
Решение. Используя последовательно свойства 1, 3 и 5 предела, получим
$$\lim_{x\to2}(3x^2 - 2x) = \lim_{x\to2}(3x^2) - \lim_{x\to2}(2x) =$$
$$= 3 \lim_{x\to2} x^2 - 2 \lim_{x\to2} x = 3\left(\lim_{x\to2} x\right)^2 - 2 \lim_{x\to2} x = 3 \cdot 2^2 - 2 \cdot 2 = 8.$$

Найти
$$\lim_{x\to4} \frac{x^2 - 2x}{x - 3}$$
Решение. Чтобы применить свойства о пределе частного, проверим, не равен ли нулю предел делителя при $x = 4$. Так как

$$\lim_{x\to 4}(x-3)=\lim_{x\to 4}x-\lim 3=4-3\neq 0,$$
то в данном случае можно воспользоваться свойством 4:
$$\lim_{x\to 4}\frac{x^2-2x}{x-3}=\frac{\lim\limits_{x\to 4}(x^2-2x)}{\lim\limits_{x\to 4}(x-3)}$$
Но
$$\lim_{x\to 4}(x^2-2x)=\left(\lim_{x\to 4}x\right)^2-2\lim_{x\to 4}x$$
и, следовательно,
$$\lim_{x\to 4}\frac{x^2-2x}{x-3}=\frac{\left(\lim\limits_{x\to 4}x\right)^2-2\lim\limits_{x\to 4}x}{\lim\limits_{x\to 4}x-\lim 3}=\frac{4^2-2\cdot 4}{4-3}=8.$$

Понятие о непрерывности функции

Определение. Функция *f(x)* называется *непрерывной на отрезке* $[a,\ b]$ если она непрерывна в каждой точке этого отрезка.

Исследовать на непрерывность функцию $y=x^2$.

Решение. Пусть приращение аргумента x равно Δx; тогда функция y получит какое-то приращение Δy. Имеем
$$y+\Delta y=(x+\Delta x)^2=x^2+2x\Delta x+(\Delta x)^2,$$
откуда
$$\Delta y=2x\Delta x+(\Delta x)^2=\Delta x(2x+\Delta x).$$
Очевидно, что при любом фиксированном значении x и при Δx, стремящемся к нулю, Δy также стремится к нулю, т.е. функция $y=x^2$ непрерывна при любом значении $x\in(-\infty,\ \infty)$.

Показать, что функция $y=\sin x$ непрерывна при всех x.

Решение. Найдем приращение функции:
$$\Delta y=\sin(x+\Delta x)-\sin x=2\sin\frac{\Delta x}{2}\cos\left(x+\frac{\Delta x}{2}\right).$$
Очевидно, что $\Delta y\to 0$ при $\Delta x\to 0$, т. е. функция $y=\sin x$ непрерывна при всех $x\in(-\infty,\ \infty)$.

Найти
$$\lim_{x\to 3}\frac{x^2-9}{3-x}.$$
Решение. Здесь непосредственный переход к пределу невозможен, поскольку предел делителя равен нулю:
$$\lim_{x\to 3}(3-x)=3-3=0.$$
Предел делимого также равен нулю:
$$\lim_{x\to 3}(x^2-9)=9-9=0.$$
Значит, имеем неопределенность вида 0/0. Однако отсюда не следует, что данная функция не имеет предела; для его нахождения нужно

предварительно преобразовать функцию, разделив числитель и знаменатель на выражение x — 3:

$$\frac{x^2-9}{3-x}=\frac{(x-3)(x+3)}{3-x}=-\frac{(x-3)(x+3)}{x-3}=-(x+3).$$

Предел функции на бесконечности

Определение. Число A называется *пределом функции* $y=f(x)$, *на бесконечности* (или при x, стремящемся к бесконечности), если для всех достаточно больших по модулю значений аргумента x соответствующие значения функции $F(X)$ сколь угодно мало отличаются от числа A .

Найти:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3}{x+5}.$$

Решение. При $x\to\infty$ знаменатель $x+5$ также стремится к бесконечности, а обратная ему величина $\frac{1}{x+5}\to 0$. Следовательно, произведение $\frac{1}{x+5}\cdot 3=\frac{3}{x+5}$ стремится к нулю, если $x\to\infty$. Итак,

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3}{x+5}=0.$$

Найти:

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^3+3}{x^3-1}.$$

Решение. Здесь числитель и знаменатель не имеют предела, так как оба неограниченно возрастают. В этом случае говорят, что имеет место неопределенность вида ∞/∞. Разделим числитель и знаменатель почленно на x^3 (наивысшую степень x в данной дроби):

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^3+3}{x^3-1}=\lim_{x\to\infty}\frac{2+\frac{1}{x^2}}{1-\frac{1}{x^3}}=\frac{\lim\limits_{x\to\infty}(2+\frac{1}{x^2})}{\lim\limits_{x\to\infty}(1-\frac{1}{x^3})}=2.$$

так как $1/x^2$ и $1/x^3$ при $x\to\infty$ стремятся к нулю.

Применение замечательных пределов

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin x}{x}=1$$

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x=e.$$

Примеры:

1. Вычислить

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x}$$

$$\Delta \lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x}=\lim_{x\to 0}\frac{3\sin 3x}{3x}=3\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{3x}$$

Заменяя $3x = y$ и учитывая, что $y \to 0$ при $x \to 0$, получаем:

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{x}=3\lim_{y\to 0}\frac{\sin y}{y}=3\cdot 1=3.$$

2. Вычислить

$$\lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{tg}\, 5x}{\sin 3x}$$

$$\Delta \lim_{x\to 0}\frac{\mathrm{tg}\, 5x}{\sin 3x}=\lim_{x\to 0}\left(\frac{\sin 5x}{\cos 5x}\cdot\frac{1}{\sin 3x}\right)=\lim_{x\to 0}\left(\frac{1}{\cos 5x}\cdot\frac{5\sin 5x}{5x}\cdot\frac{3x}{3\sin 3x}\right)=$$

$$=\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{\lim\limits_{x\to 0}\cos 5x}\cdot\lim_{x\to 0}\frac{\sin 5x}{5x}\cdot\frac{1}{\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sin 3x}{3x}}=\frac{5}{3}\cdot\frac{1}{1}\cdot 1\cdot\frac{1}{1}=\frac{5}{3}.$$

Здесь мы воспользовались известным из курса средней школы пределом

$$\lim_{x\to 0}\cos x = 1$$

3. Вычислить

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{3}{2x}\right)^{5x}$$

$$\Delta \lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{3}{2x}\right)^{5x}=\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{1}{(2x/3)}\right)^{\frac{2x}{3}\cdot\frac{3}{2}\cdot 5}=\lim_{x\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{2x/3}\right)^{(2x/3)}\right)^{15/2};$$

Заменяя $\frac{2x}{3} = y$ и учитывая, что $y \to \infty$ при $x \to \infty$, можем писать

$$\lim_{x\to\infty}\left(1+\frac{3}{2x}\right)^{5x}=\lim_{x\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{2x/3}\right)^{(2x/3)}\right)^{15/2}=\lim_{y\to\infty}\left(\left(1+\frac{1}{y}\right)^{y}\right)^{15/2}=e^{15/2}.$$

Задания для самостоятельной работы

1. Найти

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2+x+2}{x^2+2x+8}$$

2. Найти

$$\lim_{x\to 2}\frac{x^2-4}{x^2-2x}$$

3. Найти

$$\lim_{x\to -2}\frac{2x^2+7x+6}{(x+2)^2}$$

4. Найти

$$\lim_{x\to\infty}\frac{2x^3-3x^2+5x+7}{3x^3+4x^2-x+2}$$

5. Найти

$$\lim_{x\to\infty}\frac{3x}{\sqrt{x^2-2x+3}}$$

6. Найти

$$\lim_{x\to 2}\frac{3x^2+5x+1}{x^2-2}$$

Ответы:

1. $\frac{1}{2}$, 2. 2, 3. ∞, 4. $\frac{2}{3}$, 5. 3, 6. 3.

Критерии оценки:

- Оценка 5 выставляется студенту выполнившему работу в полном объеме в соответствии с заданием и выполнившему все задания верно
- Оценка 4 выставляется студенту, допустившему незначительные ошибки в вычислениях, либо определившему начальные условия не оптимальным способом
- Оценка 3 выставляется студенту, допустившему грубые ошибки в алгоритме вычисления, которые привели к неточности результата, либо справившемуся с работой на 60% от общего количества заданий.
- Оценка 2 выставляется студенту, справившемуся с работой на 30% от общего количества заданий, либо не решившему правильно предложенные задания.

Практическая работа № 2

Тема: Вычисление производной сложной функции.

При выполнении практической работы студент должен знать:

- правила и формулы дифференцирования;
- правила дифференцирования алгебраической суммы и сложной функции

уметь:

- вычислять производную сложной функции

Необходимые теоретические и практические знания и примеры решения практических заданий.

Правила дифференцирования

I. $C' = 0$, C — постоянная. II. $(x)' = 1$.

III. $(u + v - w)' = u' + v' - w'$. IV. $(uv)' = u'v + v'u$.

V. $(Cu)' = Cu'$, C — постоянная. VI. $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - v'u}{v^2}$.

VII. $y'_x = y'_u u'_x$.

Формулы дифференцирования

Основные элементарные функции	*Сложные функции*
VIII. $(\ln x)' = \frac{1}{x}$.	$(\ln u)' = \frac{1}{u} \cdot u'$.
IX. $(\log_a x)' = \frac{1}{x \cdot \ln a}$.	$(\log_a u)' = \frac{1}{u \cdot \ln a} \cdot u'$.
X. $(x^n)' = nx^{n-1}$,	$(u^n)' = nu^{n-1} \cdot u'$.
XI. $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$,	$(\sqrt{u})' = \frac{1}{2\sqrt{u}} \cdot u'$.
XII. $(a^x)' = a^x \cdot \ln a$,	$(a^u)' = a^u \cdot \ln a \cdot u'$.
$(e^x)' = e^x$,	$(e^u)' = e^u \cdot u'$
XIII. $(\sin x)' = \cos x$,	$(\sin u)' = \cos u \cdot u'$.
XIV. $(\cos x)' = -\sin x$,	$(\cos u)' = -\sin u \cdot u'$.
XV. $(\operatorname{tg} x)' = \frac{1}{\cos^2 x}$,	$(\operatorname{tg} u)' = \frac{1}{\cos^2 u} \cdot u'$.
XVI. $(\operatorname{ctg} x)' = -\frac{1}{\sin^2 x}$,	$(\operatorname{ctg} u)' = -\frac{1}{\sin^2 u} \cdot u'$.
XVII. $(\arcsin x)' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$,	$(\arcsin u)' = \frac{1}{\sqrt{1 - u^2}} \cdot u'$.
XVIII. $(\arccos x)' = -\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$,	$(\arccos u)' = -\frac{1}{\sqrt{1 - u^2}} \cdot u'$.
XIX. $(\operatorname{arctg} x)' = \frac{1}{1 + x^2}$,	$(\operatorname{arctg} u)' = \frac{1}{1 + u^2} \cdot u'$.
XX. $(\operatorname{arcctg} x)' = -\frac{1}{1 + x^2}$,	$(\operatorname{arcctg} u)' = -\frac{1}{1 + u^2} \cdot u'$.

Примеры нахождения производной функции:

1. Найти производную функции $y = 9x^5$

Решение: Используя правило V и формулу $(x^n)' = nx^{n-1}$, получим:

$$y' = (9x^5)' = 9 * 5x^4 = 45x^4.$$

При навыке промежуточные записи можно пропустить:

$$(9x^5) = 45x^4$$

2. Найти производную функции $y = x^3 + 6x$

Решение: В правой части имеем алгебраическую сумму дифференцируемых функций, поэтому применяем правило III:

$$(x^3 + 6x)' = (x^3) + (6x)'.$$

Получаем:

$$(x^3)' + (6x)' = 3x^2 + 6$$

3. Найти производную функции $y = 5x^2 - x + 4$

Решение: $(5x^2 - x + 4)' = (5x^2)' - (x)' + (4)' = 5(x^2) - 1 = 10x - 1$

4. Найти производную функции $y = 1/x^3$

Решение: Используя степень с отрицательным показателем, преобразуем данную функцию к виду $1/x^3 = x^{-3}$. Тогда получим

$$(1/x^3)' = (x^{-3})' = -3x^{-3-1} = -3x^{-4} = -3 * \frac{1}{x^4} = -\frac{3}{x^4}.$$

5. Продифференцировать функцию $y = 2x^3(x^6 - 1)$.

Решение: I способ. Получаем

$$\left(2x^3(x^6-1)\right)' = (2x^3)'(x^6-1) + (x^6-1)' * 2x^3$$
$$= 6x^2(x^6-1) + 6x^5 * 2x^3 = 6x^8 - 6x^2 + 12x^8 = 18x^8 - 6x^2$$
$$= 6x^2(3x^6 - 1)$$

II способ. Предварительно преобразуем данную функцию: $2x^3(x^6 - 1) = 2x^9 - 2x^3$. Тогда получим

$$y' = (2x^9 - 2x^3)' = 18x^8 - 6x^2 = 6x^2(3x^6 - 1)$$

Примеры:

1. Найти производную функцию $y = 5^x$.

Решение. Используя формулу $(a^x)' = a^x \ln a$, получим

$$y' = (5^x)' = 5^x \ln 5.$$

2. Продифференцировать функцию $y = 2^{\sin x}$.

Решение. $y' = 2^{\sin x} \ln 2 (\sin x)' = 2^{\sin x} \ln 2 \cos x$.

3. Найти производную функцию $y = 0{,}5^{\sin 4x}$

Решение. $y' = 0{,}5^{\sin 4x} \ln 0{,}5 (\sin 4x)' = 0{,}5^{\sin 4x} \ln 0{,}5 \cdot \cos 4x \cdot 4 = 4 \cos 4x \cdot 0{,}5^{\sin 4x} \ln 0{,}5$.

4. Продифференцировать функцию $y = e^{x^2}$.

Решение. $y' = \left(e^{x^2}\right)' = e^{x^2}(x^2)' = e^{x^2} \cdot 2x = 2xe^{x^2}$.

5. Найти значение производной функции $y = 2^x$ в точке $x = 1$.

Решение. Найдем производную по формуле X1: $y' = 2^x \ln 2$. Вычислим частное значение производной при $x = 1$:

$$y'(1) = (2^x \ln 2)_{x=1} = 2 \ln 2 = \ln 4.$$

6. $y = \ln x^2$.

Решение. $y' = \frac{1}{x^2} \cdot (x^2)' = \frac{1}{x^2} \cdot 2x = \frac{2}{x}$.

7. $y = \ln(x^3 - 1)$.

Решение. $y' = \frac{1}{x^3-1} \cdot (x^3 - 1)' = \frac{1}{x^3-1} \cdot 3x^2 = \frac{3x^2}{x^3-1}$.

8. $y = \ln \sin x$.

Решение. Здесь $u = \sin x$. Тогда получим

$y'_x = \frac{u'_x}{u} = \frac{(\sin x)\prime}{\sin x} = \frac{\cos x}{\sin x} = \operatorname{ctg} x$.

9. $f(x) = \ln^3(x^2 - 1)$.

Решение. Имеем $f(x) = \ln^3(x^2 - 1)$. Порядок следования промежуточных функций таков: $f(x) = u^3$; $u = \ln v$; $v = x^2 - 1$. Следовательно,

$f'(x) = 3 \ln^2(x^2 - 1) \cdot \frac{1}{x^2-1} \cdot 2x = \frac{6}{x^2-1} \ln^2(x^2 - 1)$.

10. Найти производную функции $y = \sin(x^3 - 3x^2)$

Решение. Здесь $u = x^3 - 3x^2,\ \ y = \sin u$. Находим $u'_x = (x^3 - 3x^2)' = x^3 - 6x$. Тогда $y'_x = y'_u u'_x = (3x^2 - 6x)\cos(x^3 - 3x^2)$.

11. Продифференцировать функцию $y = \sin^3 4x$.

Решение. $y' = (\sin^3 4x)' = 3\sin^2 4x\,(\sin 4x)' = 3\sin^2 4x\cos 4x(4x)' = 3\sin^2 4x\cos 4x \cdot 4 = 12\sin^2 4x\cos 4x$.

12. Найти значение производной функции $f(x) = \sin^4 x$ при $x = \pi/6$.

Решение. $f'^{(x)} = 4\sin^3 x\cos x$.

Подставив значение $x = \pi/6$, вычислим значение производной:

$f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 4\sin^3\left(\frac{\pi}{6}\right)\cos\left(\frac{\pi}{6}\right) = 4\cdot\frac{1}{8}\cdot\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}$.

13. Найти y', если $y = \ln\sin^3 5x$.

Решение. $y' = \frac{1}{\sin^3 5x}\cdot 3\sin^2 5x\cos 5x\cdot 5 = \frac{15\cos 5x}{\sin 5x} = 15\mathrm{ctg}\,5x$.

Практические задания для самостоятельной работы:

1. $y = (x^3 - 2)(x^2 + x + 1)$
2. $f(x) = (x + 2)(2x^3 - x)$
3. $f(t) = (t^2 + 1)(t^3 - t)$
4. $f(u) = (u^2 - u + 1)(2u^3 + 1)$
5. $y = (z^2 + 1)(z^3 - 1)$
6. $y = (x^4 - 3)(x^2 + 2)$

Найти производные следующих функций:

7. $y = 3^x$
8. $f(x) = x^3 + 2^x$
9. $f(x) = 3^{\sin x} - 2^{2x} + x^2$
10. $y = \log_2 x$.
11. $y = \log_3 4x$.
12. $u = \log_7 x^5$.
13. $y = \cos x^4$.
14. Найти $(\cos^3 x)'$.
15. $y = \cos\left(\frac{x}{2} - x^5\right)$.

Ответы:

1. $y' = 5x^4 + 4x^3 + 3x^2 - 4x + 2$
2. $f'(x) = 2x^3 + 6x^2 + 10x - 2$
3. $f'(t) = 5t^4 - 1$
4. $f'(u) = 10u^4 - 8u^3 + 6u^2 + 2u - 1$
5. $y' = 2z^5 + 3z^4 + 3z^2 - 2z$
6. $y' = 6x^5 + 8x^3 - 6x$
1. $y' = 3^x \cdot \ln 3$.
2. $f'(x) = 3x^2 + 2^x \cdot \ln 2$.
3. $f'(x) = 3^{\sin x}\ln 3\cdot\cos x - 2^{2x+1}\cdot\ln 2 + 2x$.

4. $y' = \frac{1}{x \cdot \ln 2}$.
5. $y' = \frac{1}{x \cdot \ln 3}$.
6. $u' = \frac{5}{x \cdot \ln 7}$.
7. $y' = -4x^3 \sin x^4$.
8. $y' = -3\cos^2 x \cdot \sin x$.
9. $y' = -\left(\frac{1}{2} - 5x^4\right) \cdot \sin\left(\frac{x}{2} - x^5\right)$.

Критерии оценки:

- Оценка 5 выставляется студенту выполнившему работу в полном объеме в соответствии с заданием и выполнившему все задания верно
- Оценка 4 выставляется студенту, допустившему незначительные ошибки в вычислениях, либо определившему начальные условия не оптимальным способом
- Оценка 3 выставляется студенту, допустившему грубые ошибки в алгоритме вычисления, которые привели к неточности результата, либо справившемуся с работой на 60% от общего количества заданий.
- Оценка 2 выставляется студенту, справившемуся с работой на 30% от общего количества заданий, либо не решившему правильно предложенные задания.

Практическая работа № 2

Тема: Исследование функции и построение графика

При выполнении практической работы студент должен знать:

- Общую схему исследования функции.

уметь:

- Найти области определения функции;
- Найти $y' = f'(x)$.
- Найти действительные корни уравнения $f'(x) = 0$; $x_1, x_2, x_3, \dots$
- Расположить корни $x_1, x_2, x_3, \dots$ *в* порядке их возрастания. Если возможно, то разложить производную $f'(x)$ на множители и подставить в производную вместо корня x число b_1, немного меньшее x, и найти знак производной; затем вместо x подставить число b_2, которое $x_1 < b_2 < x_2$, и найти знак производной и т. д. Если производная меняет знак с (+) на (—), то функция $f(x)$ при $x = x_1$ имеет максимум. Если производная меняет знак с (—) на (+), то функция $f(x)$

при $x = x_1$, имеет минимум. Если производная не меняет знак, то функция $f(x)$ при $x = x_1$, не имеет ни максимума, ни минимума.

- Найти максимальные и минимальные значения функция $f(x)$, т. е. $y_{1=}f(x_1), y_{2=}f(x_2),\ y_{3=}f(x_3)$ и т.д.
- На осях координат построить точки $(x_1;\ y_1),\ (x_2;\ y_2),\ (x_3;\ y_3)$, и плавной кривой соединить их.

Необходимые теоретические и практические знания и примеры решения практических заданий.

Пример 1. Исследовать на экстремум и построить график $y(x) = x^3 - 3x$.

Решение.

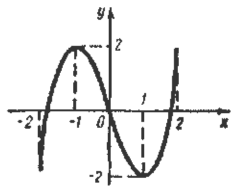
1. Функция определена для всех действительных значений аргумента *x*, т.е. $-\infty < x < \infty$.

2. $y' = (x^3 - 3x)' = 3x^2 - 3 = 3(x^2 - 1)$.

3. Решим уравнение $3(x^2 - 1) = 3(x - 1)(x + 1) = 0$. Откуда критические (стационарные) точки равны $x_1 = 1,\ x_2 = -1$.

4. Исследуем функцию на экстремум.

а) Пусть $x = -2$, тогда $y'(-2) = 3(-2 - 1)(-2 + 1) > 0$. Пусть $x = 0$, тогда $y'(0) = 3(0 - 1)(0 + 1) < 0$. Знак производной меняется с (+) на (—), следовательно, при критическом значении $x = -1$ функция имеет максимум.



б) Пусть $x = 2$, тогда $y'(2) = 3(2 - 1)(2 + 1) > 0$, а при $x = 0$, $y'^{(0)} = 0$, следовательно, при критическом значении $x = 1$ функция имеет минимум.

5. Найдем минимальное и максимальное значения функции:

$$y_{max} = (-1)^3 - 3(-1) = -1 + 3 = 2;$$

$$y_{min} = 1^3 - 3 \cdot 1 = -2$$

Найдем значения ординат для $x = -2$ и $x = 2$ (дополнительных точек):

$$y_{x=-2} = (-2)^3 - 3(2) = -2;$$

$$y_{x=2} = 2^3 - 3 \cdot 2 = 2.$$

6. На осях координат построим точки и плавной кривой соединим эти точки (рис.).

Пример 2. Построить график функции $y = \frac{1}{3}x^3 - x$.

Решение. Построим график функции по типовой схеме.

1. Областью определения данной функции является вся числовая ось, так как при любых действительных значениях аргумента *x* функция *y* принимает действительные значения, т. е. функция определена в интервале $]-\infty;\ +\infty[$.

2. Исследуем функцию на максимум и минимум. Найдем первую производную этой функции и стационарные корни:

$$y' = \left(\frac{1}{3}x^3 - x\right)' = x^3 - 1 = (x+1)(x-1).$$

$(x+1)(x-1) = 0$, откуда $x_1 = -1, \quad x_2 = 1.$

Точки —1 и 1 разбивают интервал $]-\infty;\ +\infty[$ на три интервала: $]-\infty;\ -1[,\ ]-1;\ 1[,\ ]1;\ +\infty[$. Определим знаки производно на этих интервалах:

а) на интервале $]-\infty;\ -1[$.

Пусть $x = -2$, тогда $y' = x^2 - 1 = (-2)^2 - 1 = 3$, следовательно на этом интервале производная $y' > 0$. т. е. функция возрастает;

б) на интервале $]-1;\ 1[$.

Пусть $x = 0$, тогда $y' = x^2 - 1 = 0^2 - 1 = -1$, следовательно, на этом интервале производная $y' < 0$. т. е. функция убывает;

в) на интервале$]1;\ +\infty[$.

Пусть x=2 тогда $y' = x^2 - 1 = 2^2 - 1 = 3$, следовательно, на этом интервале производная $y' > 0$, т. е. функция возрастает.

Далее определим, при каком значении аргумента будет максимум и при каком минимум:

а) при $x = -1$

$$y_{x=-3/2} = x^2 - 1 = \left(-\tfrac{3}{2}\right)^2 - 1 > 0.$$

$$y'_{x=-1/2} = x^2 - 1 = \left(-\tfrac{1}{2}\right)^2 - 1 < 0.$$

следовательно, при $x = -1$ функция имеет максимум, так как знак производной при переходе через эту точку изменяется с (+) на (-);

б) при $x = 1$

$$y'_{x=-1/2} < 0,\ \ y_{x=3/2} = x^2 - 1 = \left(\tfrac{3}{2}\right)^2 - 1 > 0.$$

следовательно, при $x = 1$ функция имеет минимум, так как знак производной при переходе через эту точку изменяется с (—) на

3. Найдем вторую производную:

$$y'' = (x^2 - 1)' = 2x,\ \ 2x = 0, \text{, откуда } x = 0.$$

Выясним, имеет ли график функции перегиб при $x = 0$. Так как функция всюду непрерывна, то в интервалах $]-\infty;\ \ 0[$ и $]0;\ +\infty[$ функция сохраняет знаки неизменными. Найдем знаки второй производной при $x = -\frac{1}{2}$ и $x = \frac{1}{2}$. Если знаки второй производной будут разные, то при $x = 0$ график функции имеет перегиб.

$$y''_{x=-1/2} = 2x = 2\left(-\tfrac{1}{2}\right) < 0;\ \ y''_{x=1/2} = 2x = 2 \cdot \tfrac{1}{2} > 0.$$

следовательно, график функции имеет перегиб при $x = 0$.

4. Вычислим значения функции при всех выше найденных значениях x:

$$y_{x=-1} = -\tfrac{1}{3} + 1 = \tfrac{2}{3};\ \ y_{x=0} = 0;\ \ y_{x=1} = \tfrac{1}{3} - 1 = -\tfrac{2}{3}.$$

Найдем дополнительно абсциссы точек пересечения графика с осью Ox:

$$\frac{1}{3}x^3 - x = 0,\ \ x^3 - 3x = 0,\ \ x(x^3 - 3) = 0,$$

откуда

$$x_1 = 0;\ \ x_2 = \sqrt{3} \approx 1{,}7;\ \ x_3 = -\sqrt{3} \approx -1{,}7.$$

5. Построим на осях координат все найденные точки и плавной кривой соединим эти точки.

Практические задания для самостоятельной работы

Исследовать функцию и построить график

1. $y = \frac{1}{3}x^3 - 2x^2 + 3x + 1.$
2. $f(x) = x^3 + 3x^2 + 9x - 6.$
3. Исследовать на вогнутость, выпуклость и точки перегиба функции:

$$y = x^3 - 3x^2 + 1$$

Критерии оценки:

- Оценка 5 выставляется студенту выполнившему работу в полном объеме в соответствии с заданием и выполнившему все задания верно
- Оценка 4 выставляется студенту, допустившему незначительные ошибки в вычислениях, либо определившему начальные условия не оптимальным способом
- Оценка 3 выставляется студенту, допустившему грубые ошибки в алгоритме вычисления, которые привели к неточности результата, либо справившемуся с работой на 60% от общего количества заданий.
- Оценка 2 выставляется студенту, справившемуся с работой на 30% от общего количества заданий, либо не решившему правильно предложенные задания.

Практическая работа № 3

Тема: Вычисление неопределенного интеграла

При выполнении практической работы студент должен знать:

- основные свойства неопределенного интеграла и формулы интегрирования.

Уметь:

- находить неопределенные интегралы.

Необходимые теоретические и практические знания и примеры решения практических заданий.

Пример 1. В интеграле $\int \frac{3x^2+\sqrt{x}}{2\sqrt{x}}dx$ найти числовое значение C, при котором первообразная функция при $x = 9$ принимает значение, равное 25.

Решение. В подынтегральном выражении числитель почленно разделим на знаменатель, тогда получим

$$\int\left(\frac{3}{2}x^{3/2}+\frac{1}{2}\right)dx=\frac{3}{2}\cdot\frac{x^{3/2}}{5/2}+\frac{1}{2}x+C=\frac{3}{5}x^2\sqrt{x}+\frac{1}{2}x+C.$$

Из условия задачи известно, что первообразная функция, т. е. $\frac{3}{5}x^2\sqrt{x}+\frac{1}{2}x+C$ при $x=9$ принимает значение, равное 25, поэтому получим уравнение

$$\frac{3}{5}9^2\sqrt{9}+\frac{1}{2}9+C=25,\quad \frac{9^3}{5}+\frac{9}{2}+C=25,$$

откуда C = - 125,3.

Пример 2. Найти уравнение кривой, проходящей через точку A (—2; 3), если касательная к кривой в каждой ее точке равна $3x$.

Решение. С геометрической точки зрения, первая производная от заданной функции есть угловой коэффициент касательной, проведенной к графику этой функции при данном значении аргумента x, т. е. $\frac{dx}{dy}=3x$. Приведем к общему знаменателю и проинтегрируем обе части:

$$dx=3x\,dx,\quad \int dx=3\int 3x\,dx,$$

откуда $y=\frac{3}{2}x^2+C$.

По условию задачи кривая проходит через точку A (—2; 3). Подставив вместо x и y координаты этой точки, получим

$3=\frac{3}{2}(-2)^2+C,\ \ 3=6+C,$ откуда C = —3.

Уравнение кривой примет вид $y=\frac{3}{2}x^2-3$.

Пример 3. Найти $\int(5x^3-2)^{10}\,x^2\,dx$.

Решение. Применим способ подстановки. Пусть $5x^3-2=t$, тогда

$(5x^3-2)'^{\,dx}=t'dt,\qquad 15x^2dx=dt,\qquad x^2dx=\frac{dt}{15},$

тогда

$\int(5x^3-2)^{10}dx=\int t^{10}\frac{dt}{15}=\frac{1}{15}\int t^{10}dt=\frac{1}{5}\cdot\frac{t^{11}}{11}+C=\frac{1}{165}t^{11}+C,$

но $t=5x^3-2$, следовательно,

$\int(5x^3-2)^{10}x^2dx=\frac{1}{165}(5x^3-2)^{11}+C.$

Полезно заметить, что если числитель подынтегрального выражения равен производной знаменателя, то интеграл такой функции равен натуральному логарифму знаменателя плюс произвольное постоянное C, т. е.

$$\int\frac{f'(x)}{f(x)}dx=\ln|f(x)|+C.$$

Пример 4. Найти $\int \mathrm{SIN}^5\,x\,\mathrm{COS}\,xdx$.

Решение. Пусть $\sin x=t$, тогда

$$(\sin x)'dx=t'dt,\quad \cos xdxd=dt.$$

следовательно,

$\int \mathrm{SIN}^5\,x\,\mathrm{COS}\,xdx=\int t^5dt=\frac{1}{6}t^6+C=\frac{1}{6}\mathrm{SIN}^5\,xdxd+C.$

Пример 5. Найти $\int \frac{dx}{\sqrt{5-3x^2}}$

Решение.

$\int \frac{dx}{\sqrt{5-3x^2}} = \int \frac{dx}{\sqrt{5(1-3/5x^2)}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \int \frac{dx}{\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}x\right)^2}}$

Пусть $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}x = t$, тогда $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}dx = dt$, $dx = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}dt$ Следовательно,

$$\int \frac{dx}{\sqrt{5-3x^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \int \frac{dx}{\sqrt{1-\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}x\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \int \frac{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}dt}{\sqrt{1-t^2}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}} \int \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$$

$$= \frac{1}{\sqrt{3}} \arcsin t + C = \frac{1}{\sqrt{3}} \arcsin\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{5}}x\right) + C.$$

Задания для самостоятельной работы

Найти интегралы:

1. $\int x^{2/3} dx$.
2. $\int (5x^3 - 2x^2 + 3x - 8) dx$.
3. $\int \left(\sqrt[3]{x^2} + \sqrt{x}\right) dx$.
4. $\int \frac{3x^3 - 2x^2 + 5x}{2x} dx$.
5. $\int \cos^3 x \, dx$.
6. $\int \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$.

Ответы:

1. $\frac{3}{5}x^3\sqrt[3]{x^2} + C$. 2. $\frac{5}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + \frac{3}{2}x^2 - 8x + C$. 3. $\frac{3}{5}x\sqrt[3]{x^2} + \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$.
4. $\frac{1}{2}x^3 - \frac{1}{2}x^2 + \frac{2}{5}x + C$. 5. $\sin x - \frac{1}{3}\sin^3 x + C$. 6. $-2\cos\sqrt{x} + C$.

Критерии оценки:

- Оценка 5 выставляется студенту выполнившему работу в полном объеме в соответствии с заданием и выполнившему все задания верно
- Оценка 4 выставляется студенту, допустившему незначительные ошибки в вычислениях, либо определившему начальные условия не оптимальным способом
- Оценка 3 выставляется студенту, допустившему грубые ошибки в алгоритме вычисления, которые привели к неточности результата, либо справившемуся с работой на 60% от общего количества заданий.

- Оценка 2 выставляется студенту, справившемуся с работой на 30% от общего количества заданий, либо не решившему правильно предложенные задания.

Практическая работа № 4

Тема: Вычисление определенного интеграла. Приложение определенного интеграла

При выполнении практической работы студент должен знать:

- основные свойства определенного интеграла и формулы интегрирования.

Уметь:

- вычислять определенные интегралы;
- вычислять площади криволинейных трапеций.

Необходимые теоретические и практические знания и примеры решения практических заданий.

Непосредственное интегрирование.

Пример 1. Вычислить $\int\limits_0^{\pi/2} (2\cos x - 3\sin x)\,dx$.

Решение.

$$\int\limits_0^{\pi/2} (2\cos x - 3\sin x)\,dx = 2\int\limits_0^{\pi/2} \cos x dx - 3\int\limits_0^{\pi/2} \sin x dx =$$

$$= [2\sin x + 3\cos x]_0^{\pi/2} = \left(2\sin\frac{\pi}{2} + 3\cos\frac{\pi}{2}\right) -$$

$$-(2\sin 0 + 3\cos 0) = 2 - 3 = -1.$$

Пример 2. Вычислить $\int\limits_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}}$.

Решение.

$$\int\limits_0^3 \frac{dx}{\sqrt{9-x^2}} = \left[\arcsin\frac{x}{3}\right]_0^3 = \arcsin\frac{3}{3} - \arcsin\frac{0}{3} =$$

$$= \arcsin 1 - \arcsin 0 = \frac{\pi}{2}.$$

Метод подстановки

Пример 1. Вычислить $\int\limits_{\pi/18}^{\pi/12} 5\sin 6x dx$ методом подстановки.

Решение. Пусть $6x = t$, тогда $(6x)'\,dx = dt$, $6dx = dt$, $dx = \frac{dt}{6}$.

Вычислим новые пределы интегрирования:

$$t_{\text{в.п}} = 6x = 6\,\frac{\pi}{12} = \frac{\pi}{2}, \; t_{\text{н.п}} = 6x = 6\,\frac{\pi}{18} = \frac{\pi}{3}.$$

Таким образом, получим новый интеграл:

$$5\int_{\pi/18}^{\pi/12} \sin 6x dx = 5\int_{\pi/3}^{\pi/2} \sin t\,\frac{dt}{6} = -\frac{5}{6}\,[\cos t]_{\pi/3}^{\pi/2} =$$

$$= -\frac{5}{6}\left(\cos\frac{\pi}{2} - \cos\frac{\pi}{3}\right) = -\frac{5}{6}\left(0 - \frac{1}{2}\right) = \frac{5}{12}.$$

Из этого примера видно, что разница в применении метода подстановки к неопределенному и определенному интегралам состоит в том, что во втором случае не следует, т. е. не обязательно, возвращаться к старой переменной, так как при замене переменной изменяются также и пределы интегрирования.

Пример 2. Вычислить $\int_{1}^{2} \frac{x^3\,dx}{(x+1)^2}$.

Решение. Пусть $x+1=t$. Тогда $x=t-1$, $dx=dt$. Когда x изменяется от 0 до 1, то из $t=x+1$ легко установить, что t изменяется от 1 до 2. После подстановки данный интеграл примет вид

$$\int_{1}^{2} \frac{(t-1)^3\,dt}{t^2} = \int_{1}^{2} \frac{t^3-3t^2+3t-1}{t^2}\,dt =$$

$$= \int_{1}^{2} \left(t - 3 + \frac{3}{t} - \frac{1}{t^2}\right) dt = \left[\frac{t^2}{2} - 3t + 3\ln|t| + \frac{1}{t}\right]_1^2 =$$

$$= \left(2 - 6 + 3\ln 2 + \frac{1}{2}\right) - \left(\frac{1}{2} - 3 + 1\right) = 3\ln 2 - 2 = \ln 8 - 2.$$

Пример 3. Вычислить $\int_{0}^{\pi/3} \frac{\sin x dx}{3-\cos x}$.

Решение. Пусть $3-\cos x=t$, $(3-\cos x)'dx = t'dt$, $\sin x dx = dt$.

Вычислим новые пределы интегрирования:

$$t_{\text{в.п}} = 3 - \cos\frac{\pi}{3} = 3 - \frac{1}{2} = \frac{5}{2}; \; t_{\text{н.п}} = 3 - \cos 0^\circ = 3 - 1 = 2.$$

Следовательно, получим новый интеграл:

$$\int_0^{\pi/3} \frac{\sin x dx}{3-\cos x} = \int_2^{5/2} \frac{dt}{t} = [\ln|t|]_2^{5/2} = \ln\frac{5}{2} - \ln 2 = \ln\frac{5}{2\cdot 2} =$$

$$= \ln\frac{5}{4} = 0{,}223.$$

Необходимо избегать одной распространенной ошибки, которая встречается при вычислении определенных интегралов способом подстановки. Необходимо помнить, что в определенном интеграле пределы интегрирования a и b всегда относятся только к той переменной, которая входит в состав подынтегрального выражения. Поэтому при вычислении определенного интеграла пределы a и b следует подставлять только вместо данной переменной x, а не вместо новой переменной.

Метод интегрирования по частям

Формула интегрирования по частям для определенного интеграла имеет вид

$$\int_b^a u dv = [uv]_a^b - \int_a^b v du.$$

Пример 1. Вычислить $\int_1^2 \ln x dx$.

Решение. Полагая $u = \ln x$, $dv = dx$, находим $du = \frac{dx}{x}$ и $v = x$. Применяем формулу интегрирования по частям:

$$\int_1^2 \ln dx = [x\ln x]_1^2 - \int_1^2 x\frac{dx}{x} = [x\ln x]_1^2 - [x]_1^2 =$$

$$= 2\ln 2 - 1 = \ln 4 - 1.$$

Пример 2. Вычислить $\int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$.

Решение. Пусть $\ln x = u$, $\frac{dx}{\sqrt{x}} = dv$, откуда $du = \frac{dx}{x}$, $v = 2\sqrt{x}$. Следовательно, по формуле интегрирования по частям

$$\int_1^e \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx = [2\sqrt{x}\ln x]_1^e - \int_1^e 2\sqrt{x}\frac{dx}{x} = [2\sqrt{e}\ln e -$$

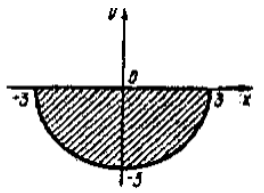
$$- 2\sqrt{1}\ln 1 - 4\sqrt{x}]_1^e = 2\sqrt{e} - (4\sqrt{e} - 4) = 2(2 - \sqrt{e}).$$

Вычисление площадей геометрических фигур

При выполнении практической работы студент должен знать правило вычисления площадей плоских фигур.

Необходимые теоретические и практические знания и примеры решения практических заданий.

Пример 1. Найти площадь фигуры, ограниченной параболой $y = \frac{1}{3}x^3 - 3$ и осью абсцисс.



Решение. Парабола лежит под осью *Ox,* следовательно, площади искомой фигуры лежит под осью *Ox,* а потому будет со знаком минус (рис.). Приравнивая данную функцию к нулю, найдем пределы интегрирования.

И затем интегрируем:

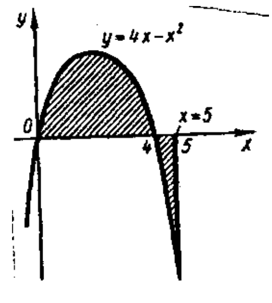
$S = \left|\int_{-3}^{3}\left(\frac{1}{3}x^3 - 3\right)dx\right| = \left|\left[\frac{1}{3}\cdot\frac{x^3}{3} - 3x\right]_{-3}^{3}\right| = \left|\left(\frac{1}{9}3^3 - 3\cdot 3\right) - \left[\frac{1}{9}(-3)^3(-3)\right]\right| = |3 - 9 + 3 - 9| = 12\ (\text{кв. ед.}).$

Пример 2. Вычислить площадь фигуры, ограниченной синусоидой и осью *x* от 0 до 2π.

Решение. Площадь фигуры от 0 до π лежит над осью *Ox* и потому будет иметь знак плюс, а площадь от π до 2π лежит под осью *Ox* и потому будет иметь знак минус. Поэтому нельзя вычислять при помощи интегрирования от 0 до 2π. Нужно рассматривать искомую площадь как площадь $S_1 + |S_2|$. Но площади S_1 и S_2 по абсолютному значению равны, поэтому

$S = 2S_1 = 2\int_0^{\pi}\sin x dx = -2[\cos x]_0^{\pi} = -2(\cos x - \cos 0) = -2(-1-1) = 4(\text{кв. ед.}).$

Пример 3. $y = 4x - x^2,\ \ y = 0\ $ и $x = 5.$



Решение. Парабола $y = 4x - x^2$ пересекает ось абсцисс в точках *x=0* и *x* = 4. Фигура, площадь которой требуется найти, отмечена цветом на рис. Пусть S_1 и S_2 — площади частей этой фигуры, соответствующих отрезкам [0, 4] и [4,5], а *S* — искомая площадь; тогда $S = S_1 + S_2$. Используя формулу, получим

$S_1 = \int_0^4(4x - x^2)dx = \left(2x^2 - \frac{x^3}{3}\right)\Big|_0^4 = 32 - \frac{64}{3} = \frac{32}{3}(\text{кв. ед.}),$

а по формуле находим

$S_2 = \left|\int_4^5(4x - x^2)dx\right| = \left|\left(\frac{x^3}{3} - 2x^2\right)\right|_4^5 = \left(\frac{125}{3} - 50\right) - \left(\frac{64}{3} - 32\right) = \frac{7}{3}(\text{кв. ед.}).$

Следовательно, $S = S_1 + S_2 = 32/3 + 7/3 = 13$ (кв. ед.)

Задания для самостоятельной работы

1. $y = x^2 - 6x$ и $x = 0$.
2. $y = \frac{1}{2}x^3,\ x = -2,\ x = 4$ и $y = 0$.
3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривыми $y^2 = 4x$ и $x^2 = 4y$.

Ответы:

1. 36 кв.ед., 2. 34 кв.ед., 3. 16/3 кв.ед.

Задания для самостоятельной работы

2. $\int_1^2 \frac{(2x^2+1)dx}{x}$.
3. $\int_1^2 (x^2-1)^3 x dx$.
4. $\int_0^{\frac{\pi}{3}} e^{\cos x} \cdot \sin x dx$.

Критерии оценки:

- Оценка 5 выставляется студенту выполнившему работу в полном объеме в соответствии с заданием и выполнившему все задания верно
- Оценка 4 выставляется студенту, допустившему незначительные ошибки в вычислениях, либо определившему начальные условия не оптимальным способом
- Оценка 3 выставляется студенту, допустившему грубые ошибки в алгоритме вычисления, которые привели к неточности результата, либо справившемуся с работой на 60% от общего количества заданий.

  Оценка 2 выставляется студенту, справившемуся с работой на 30% от общего количества заданий, либо не решившему правильно предложенные задания

Практическая работа №5

Тема: Случайные события.

При выполнении практической работы студент должен знать:

- понятия события,
- вероятности события,
- несовместных и равновероятных событий,

- достоверного и невозможного событий,
- полной группы событий,
- понятия суммы, произведения, разности событий,
- противоположного события.
- классическое определение вероятности
- теоремы сложения вероятностей несовместных и совместных событий
- теорему умножения вероятностей независимых событий
- формулу полной вероятности
- формулу Байеса.

Уметь:

- решать задачи.

ЗАДАЧА 1. Среди студентов, собравшихся на лекцию по теории вероятностей, выбирают наудачу одного. Пусть событие A заключается в том, что он — юноша. Событие B в том, что он не курит, а событие C в том, что он живет в общежитии.

1. Описать событие $AB\overline{C}$.

2. При каком условии будет иметь место тождество $ABC = A$?

3. Когда будет справедливо соотношение $\overline{C} \subseteq B$?

4. Когда будет верно равенство $\overline{A} = B$, будет ли оно иметь место, если все юноши курят?

ЗАДАЧА 2. Пусть A, B, C — три произвольно выбранных события. Найти выражения для событий, состоящих в том, что из A, B, C:

а) произошло только A;

б) произошли A и B, но C не произошло;

в) все три события произошли;

г) произошло хотя бы одно из этих событий;

д) произошло хотя бы два события;

е) произошло одно и только одно из этих событий;

ж) произошло два и только два события;

з) ни одно из событий не произошло;

и) произошло не более двух событий.

Рассмотреть множество из n *элементарных исходов* (образующих полную группу равновозможных событий), m из которых *благоприятствуют* событию A. Дать *классическое определение* вероятности по формуле $P(A) = \dfrac{m}{n}$ и сформулировать свойства вероятности.

Разобрать со студентами несколько задач на классическое определение вероятности:

ЗАДАЧА 3. В коробке лежат внешне одинаковые конфеты, из которых a штук с шоколадной начинкой, а b — с фруктовой. Из коробки вынута одна конфета. Найти вероятность того, что она с шоколадной начинкой.

ЗАДАЧА 4. Какова вероятность того, что наудачу взятую кость домино можно приставить к данной: (2; 5)?

ЗАДАЧА 5. Пусть на кону лежит карта — валет треф, а козыри пики. Найти вероятность того, что наудачу взятой из колоды картой карта, лежащая на кону, будет бита.

Задачи 2, 3, 5, 8, 22 из задачника.

Обратить внимание студентов на то, что решение задач на классическое определение вероятности необходимо начинать с описания *пространства элементарных исходов* и выяснения того, что является в данной задаче *испытанием*, а что — результатом испытания (*элементарным исходом*). Так как при изучении теории вероятностей студентам приходится осваивать много новых понятий и ответы на эти «простые» вопросы могут вызвать у них затруднения, преподаватель должен терпеливо раскрывать смысл этих понятий, дав вначале возможность студентам попробовать сделать это самим. Полезно рассмотреть следующие задачи:

ЗАДАЧА 6. Некто купил два лотерейных билета. Каковы вероятности того, что выиграют 0, 1 или 2 билета?

Объяснить, что в этой задаче указанные три события не образуют пространство элементарных исходов и вероятности этих событий не равны $1/3$ (здесь пространство элементарных исходов большое, оно определяется всем тиражом выигрышей).

ЗАДАЧА 7. Одновременно бросаются две монеты. Найти вероятность того, что выпадет два «герба», «герб» и надпись, две надписи.

Пояснить, что вероятности этих событий тоже не равны $1/3$, поскольку, хотя они и образуют полную группу событий, но не являются равновероятными.

Написать формулы для числа *размещений, сочетаний* и *перестановок* из комбинаторики. Выполнить несколько примеров на эти формулы:

ЗАДАЧА 8. Сколькими способами можно расставить в одну шеренгу 6 человек?

ЗАДАЧА 9. Каждая кость домино помечается двумя числами. Кости симметричны, так что числа в парах не упорядочены. Сколько различных костей можно образовать, используя числа $1, 2, \ldots, n$?

ЗАДАЧА 10. Числа $1, 2, \ldots, n$ расположены в случайном порядке. Найти вероятность того, что числа:

а) 1 и 2, б) 1, 2 и 3 расположены рядом в указанном порядке.

ЗАДАЧА 11. Найти вероятность того, что из трех случайно выбранных цифр ровно две (одна, ноль) будут повторяться.

Напомнить формулу

$$P(A \mid B) = \frac{P(A \cdot B)}{P(B)}$$

условной вероятности события A *при условии* B. Напомнить *теорему умножения вероятностей*, а также условие независимости событий:

$$P(A \mid B) = P(A).$$

Рассмотреть со студентами задачи на условную вероятность:

ЗАДАЧА 1. Студент пришел на экзамен, зная лишь 20 из 25 вопросов программы. Экзаменатор задал студенту 3 вопроса. Используя понятие условной вероятности, найти вероятность того, что студент знает все эти вопросы.

ЗАДАЧА 2. Разыскивая специальную книгу, студент решил обойти три библиотеки. Для каждой библиотеки одинаково вероятно, есть в ее фондах книга или нет. И если книга есть, то одинаково вероятно, занята она другим читателем или нет. Что более вероятно — достанет студент книгу или нет, если известно, что библиотеки комплектуются независимо одна от другой?

ЗАДАЧА 3. Пусть имеется три урны с белыми и черными шарами. В первой урне содержатся 3 черных и 2 белых шара, во второй — 2 черных и 2 белых, а в третьей — 5 черных и 4 белых. Наудачу выбирается урна и из нее наудачу выбирается шар. Найти вероятность того, что выбранный шар — белый.

Обратить внимание студентов на необходимость правильного выбора событий в качестве гипотез. Гипотезы должны составлять полную группу событий и относиться к одному и тому же испытанию. Все события должны быть конкретны. Нельзя, например, в задаче 95 рассматривать событие A — «выбран белый шар», не уточняя при каком испытании (т. е. из какой урны).

Практическая работа №6

Тема: Случайные величины.

При выполнении практической работы студент должен знать:

- понятие - случайная величина,
- дискретная случайная величина,
- закон распределения дискретной случайной величины.
- математическое ожидание
- дисперсию
- коэффициент корреляции

Уметь:

- решать задачи.

Напомнить формулы для вычисления математических ожиданий и дисперсий случайных величин X и Y, составляющих случайный вектор (X,Y) (рассмотреть дискретный и непрерывный случай). Кроме того, напомнить понятия *корреляционного момента* и *коэффициента корреляции*. Дать определение *коррелированных* случайных величин. Напомнить определение двумерного нормального закона и разъяснить смысл его параметров.

ЗАДАЧА 1. В двух ящиках находятся по шесть шаров; в первом ящике: один шар — с № 1, два шара — с № 2, три шара — с № 3; во втором ящике: два шара — с № 1, три шара — с № 2, один шар — с № 3. Пусть X — номер шара, вынутого из первого ящика, Y — номер шара, вынутого из второго ящика. Из каждого ящика вынули по шару. Составить таблицу закона распределения системы случайных величин (X,Y).

ЗАДАЧА 2. Найти математические ожидания случайных величин X и Y по условию предыдущей задачи.

ЗАДАЧА 3. Найти дисперсии случайных величин X и Y по условию задачи 1.

ЗАДАЧА 4. Найти коэффициент корреляции по условию задачи 1.

ЗАДАЧА 5. Система случайных величин (X,Y) подчинена закону распределения с плотностью $f(x,y)$, где $f(x,y)=a(x+y)$ в области D и $f(x,y)=0$ вне этой области. Область D — квадрат, ограниченный прямыми $x=0$, $x=3$, $y=0$, $y=3$. Требуется:

1) определить коэффициент a;

2) вычислить вероятность попадания случайной точки (X,Y) в квадрат Q, ограниченный прямыми $x=1$, $x=2$, $y=1$, $y=2$;

3) найти математические ожидания m_x и m_y;

4) найти средние квадратические отклонения σ_x и σ_y.

ЗАДАЧА 6. Система случайных величин (X,Y) подчинена закону распределения с плотностью $f(x,y)$, где $f(x,y)=a\sin(x+y)$ в области D и $f(x,y)=0$ вне этой области.

Область D определяется неравенствами $0\le x\le \pi/2$, $0\le y\le \pi/2$. Найти: 1) коэффициент a;

2) математические ожидания m_x и m_y;

3) средние квадратические отклонения σ_x и σ_y;

4) коэффициент корреляции $r_{x,y}$.

Примерное домашнее задание: №№ 431, 432, 434, 436 из задачника В.Е. Гмурмана и еще три задачи:

ЗАДАЧА 7. Дана таблица, определяющая закон распределения системы двух случайных величин (X, Y):

X \ Y	20	40	60
10	3λ	λ	0
20	2λ	4λ	2λ
30	λ	2λ	5λ

Найти: 1) коэффициент λ;

2) математические ожидания m_x и m_y;

3) дисперсии σ_x^2 и σ_y^2;

4) коэффициент корреляции $r_{x,y}$.

ЗАДАЧА 8. Система случайных величин (X, Y) подчинена закону распределения с плотностью $f(x, y)$, где $f(x, y) = axy$ в области D и $f(x, y) = 0$ вне этой области.

Область D — треугольник, ограниченный прямыми $x + y - 1 = 0$, $x = 0$ и $y = 0$.

Найти: 1) коэффициент a;

2) математические ожидания m_x и m_y;

3) дисперсии σ_x^2 и σ_y^2;

4) коэффициент корреляции $r_{x,y}$.

ЗАДАЧА 9. Система случайных величин (X, Y) подчинена закону распределения с плотностью $f(x, y)$, где $f(x, y) = a^2 - x^2 - y^2$, если $x^2 + y^2 \le a^2$ $(a \ge 0)$, и $f(x, y) = 0$, если $x^2 + y^2 > a^2$.

Найти: 1) коэффициент a;

2) математические ожидания m_x и m_y;

3) дисперсии σ_x^2 и σ_y^2;

4) коэффициент корреляции $r_{x,y}$.

Критерии оценки:

- Оценка 5 выставляется студенту выполнившему работу в полном объеме в соответствии с заданием и выполнившему все задания верно

- Оценка 4 выставляется студенту, допустившему незначительные ошибки в вычислениях, либо определившему начальные условия не оптимальным способом
- Оценка 3 выставляется студенту, допустившему грубые ошибки в алгоритме вычисления, которые привели к неточности результата, либо справившемуся с работой на 60% от общего количества заданий.

  Оценка 2 выставляется студенту, справившемуся с работой на 30% от общего количества заданий, либо не решившему правильно предложенные задания.

Практическая работа №7

Тема: Приложение математики в фармакологии.

При выполнении практической работы студент должен знать:

- Понятие процента
- Меры объема
- Доли грамма
- Формулу для расчета концентрации раствора
- Формулу массы раствора

Уметь:

- Решать задачи на проценты и расчет концентрации.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ И НАХОЖДЕНИЕ ПРОЦЕНТА

1°. Сотая часть числа называется, одним *процентом* этого числа, само число соответствует ста процентам. **Слово “процент″ заменяется символом %.**

2°. Пусть дано число b и требуется найти $P\%$ этого числа. Это будет число a равное

$$a = \frac{P\%}{100} \cdot b \qquad (1)$$

Например: Так, 20% числа 18 дают числа $a = \frac{20}{100} \cdot 18 = 0{,}2 \cdot 18 = 3{,}6$

а,150% числа 18 - число $a = \frac{150}{100} \cdot 18 = 27$

При заработной плате 4000 руб. и подоходном налоге 13% налоговые отчисления в бюджет составят $\frac{13}{100} \cdot 4000 = 520$ руб.

3°. Если число b принимается за 100%,то число a соответствует $P\%$, причем

$$P\% = \frac{a}{b} \cdot 100. \qquad (2)$$

Эта формула позволяет находить какой процент составляет a от b.

Например: Так, 2 от 4 составляет $\frac{2}{4}\cdot 100 = 50\%$, а 12 от 4 составляет $\frac{12}{4}\cdot 100 = 300\%$.

4°. Если известно, что число a составляет $P\%$ числа b, то само число b находятся так

$$b = \frac{a \cdot 100}{P\%} \qquad (3)$$

Например: При ставке налога на прибыль P=20% налоговые отчисления составили 3 млн. руб. Прибыль (до уплаты налога) была равна

$$a = \frac{3 \cdot 100}{20} = 15 \text{ млн. руб.}$$

МЕРЫ ОБЪЕМА.

1литр (л) = 1 куб. дециметру (дм^3)
1 куб. дециметр (дм^3) = 1000 куб. сантиметрам (см^3)
1 куб. метр (м^3) = 1000 000 куб. сантиметрам (см^3)
1 куб. метр (м^3) = 1000 куб. дециметрам (дм^3)
1 мг = 0,001 г
1 г = 1000 мг

ДОЛИ ГРАММА

0,1 г – дециграмм
0,01 – сантиграмм
0,001 – миллиграмм (мг)
0,0001 – децимиллиграмм
0,00001 – сантимиллиграмм
0,000001 – миллимиллиграмм или промилли или микрограмм (мкг)

КОЛИЧЕСТВО МЛ В ЛОЖКЕ

1 ст.л. – 15 мл
1 дес.л. – 10 мл
1 ч.л. – 5 мл

КАПЛИ

1 мл водного раствора – 20 капель
1 мл спиртового раствора – 40 капель
1 мл спиртово-эфирного раствора – 60 капель

СТАНДАРТНОЕ РАЗВЕДЕНИЕ АНТИБИОТИКОВ.

100 000 ЕД - 0,5 мл раствора
0,1 гр - 0,5 мл раствора

КОНЦЕНТРАЦИЯ РАСТВОРОВ

Разведение антибиотиков

Если растворитель в упаковке не предусмотрен, то при разведении антибиотика на 0,1г (100 000 ЕД) порошка берут 0,5 мл раствора. Таким образом, для разведения:

- 0,2г нужен 1 мл растворителя;
- 0,5г нужно 2,5-3 мл растворителя;
- 1г нужно 5 мл растворителя.

Приготовление растворов.
Концентрация растворов.

Масса раствора состоит из массы вещества и массы воды, т.е.

$$\boldsymbol{m}_{\text{раствора}} = \boldsymbol{m}_{\text{вещества}} + \boldsymbol{m}_{\text{воды}}$$

Концентрация раствора $\boldsymbol{k} = \frac{\boldsymbol{m}_{\text{вещества}}}{\boldsymbol{m}_{\text{раствора}}} \cdot \mathbf{100\%}$

Для дезинфекции чаще всего используются растворы хлорамина:
0,5% - для обработки рук;
1% - для уборки палат;
2% - для дезинфекции термометров;
3% - для текущей уборки в процедурном кабинете;
5% - Хлорную известь используют для уборки коридоров, санузлов.

Пример 1: Сколько необходимо вещества и воды для приготовления 1л 2% раствора?
Решение: Количество раствора 1 л (1000г). Известно, что раствор 2%, значит, количество вещества составляет 2% от количества раствора:

$$m_{\text{вещества}} = 1000 \cdot \frac{2}{100} = 20\text{г}.$$

Количество воды есть разность между количеством раствора и количеством вещества:

$$m_{\text{воды}} = m_{\text{раствора}} - m_{\text{вещества}} = 1000 - 20 = 980\text{г}$$

Ответ: Для приготовления 1 л 2% раствора необходимо 980г воды и 20г вещества.

Задачи для самостоятельного решения.

Задача 1. В сосуд содержащий 2 кг 80 % -го водного раствора уксуса добавили 3 кг воды. Найдите концентрацию получившегося раствора уксусной кислоты.

Ответ 32%

Задача 2.Сколько нужно добавить воды в сосуд, содержащий 200 г 70 % -го раствора уксусной кислоты, чтобы получить 8 % раствор уксусной кислоты?

Ответ :1,55 кг воды.

Задача 3. Смешали некоторое количество 12% раствора соляной кислоты с таким же количеством 20 % раствора этой же кислоты. Найти концентрацию получившейся соляной кислоты.

Ответ :концентрация раствора 16 %.

Задача 4. Смешали 8кг 18 % раствора некоторого вещества с 12 кг 8 % раствора этого же вещества. Найдите концентрацию получившегося раствора.

Ответ:концентрация раствора 12 %.

Задача 5 Смешав 40 % и 15 % растворы кислоты, добавили 3 кг чистой воды и получили 20 % раствор кислоты. Если бы вместо 3 кг воды добавили 3 кг 80 % раствора той же кислоты, то получили бы 50 %-ый раствор кислоты. Сколько килограммов 40 % -го и 15 % растворов кислоты было смешано?

Ответ:3,4 кг 40 % кислоты и 1,6 кг 15 % кислоты.

Задача 6. Имеется три сосуда. В первый сосуд налили 4 кг 70 % сахарного сиропа, а во второй – 6 кг 40 % сахарного сиропа. Если содержимое первого сосуда смешать с содержимым третьего сосуда, то получим в смеси 55 % содержание сахара, а если содержимое второго сосуда смешать с третьим, то получим 35 % содержание сахара. Найдите массу сахарного в третьем сосуде сиропа и концентрацию сахара в нем.

Ответ :1,5 кг сахарного сиропа 15 % концентрации.

Задача *7*. Имеются два сплава, состоящие из золота и меди. В первом сплаве отношение масс золота и меди равно 8 :3, а во втором - 12 :5. Сколько килограммов золота и меди содержится в сплаве, приготовленном из 121 кг первого сплава и 255 кг второго сплава?

Ответ: 268 кг золота и 108 кг меди.

Критерии оценки:

- Оценка 5 выставляется студенту выполнившему работу в полном объеме в соответствии с заданием и выполнившему все задания верно
- Оценка 4 выставляется студенту, допустившему незначительные ошибки в вычислениях, либо определившему начальные условия не оптимальным способом
- Оценка 3 выставляется студенту, допустившему грубые ошибки в алгоритме вычисления, которые привели к неточности результата, либо справившемуся с работой на 60% от общего количества заданий.
- Оценка 2 выставляется студенту, справившемуся с работой на 30% от общего количества заданий, либо не решившему правильно предложенные задания.

Практическая работа №8

Тема: Приложение математики в педиатрии и физиологии.

При выполнении практической работы студент должен знать:

- Формулы для расчета массы тела ребенка до полугода, до года, до 10 лет
- Формулы для расчета роста ребенка
- Формулы расчета питания ребенка калорийным и объемным методами
- формулы расчета давления
- формула Зайцевой

уметь:

- решать задачи и производить необходимые расчеты .

Первый вопрос, который задают счастливой паре после рождения малыша, касается веса и роста новорожденного. Чем обусловлен интерес к этим данным, и на какие показатели следует ориентироваться родителям, озабоченным нормальным развитием долгожданного крохи?

Для зрелого доношенного ребёнка характерны следующие средние показатели физического развития (ФР):

масса тела 3300г для девочек
3500г для мальчиков,
длина тела 50-52см,
окружность головы 34-35см,
окружность груди - 33-35см.

Кроме того, имеет значение соотношение этих величин, так называемый индекс Кетле I: отношение массы тела к его длине. По этому показателю судят о том, достаточно ли питания получал малыш в период внутриутробной жизни.

Масса тела до года увеличивается:

Месяц	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Прибавка	**600**	**800**	**800**	**750**	**700**	**650**
Месяц	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Прибавка	**600**	**550**	**500**	**450**	**400**	**350**

Еще один вариант

- на 800 грамм в первом полугодии (ежемесячно)
- на 400 грамм во втором полугодии (ежемесячно)

1. Расчёт массы тела

m_p - масса при рождении

m_∂ – масса долженствующая

m_ϕ - масса фактическая

1.1. Определение массы тела до 6 месяцев

$$m_д = m_р + 800 \cdot n,$$

n – число месяцев, $0 < n \leq 6$.

1.2. Определение массы тела после от 6-ти месяцев до 1 года

$$m_д = m_р + 4800+400(n – 6)$$

n - число месяцев, $6 < n \leq 12$;

1.3. Определение массы тела ребёнка от 1 года до 10 лет

Массу тела ребёнка до 10 лет в кг можно вычислить по формуле:

$$m_д = 10+2 \cdot n,$$

где 10кг - средний вес ребёнка в 1 год,

2кг - ежегодная прибавка веса,

n - возраст ребёнка.

1.4. Массу тела ребёнка после 10 лет в кг можно вычислить по формуле:

$$m_д = 30+4(n -10),$$

где 30 - средний вес ребёнка в 10 лет, 4 - ежегодная прибавка веса, n - возраст ребёнка.

2. Определение степени гипотрофии

I степень - дефицит массы 10 - 20%

II степень - дефицит массы 20 – 30%

III степень - дефицит массы > 30%

РАСЧЁТ:

$m_д$ - 100%

$m_ф$ - x%

$$x\% = (m_ф \cdot 100) : m_д$$

Степень гипотрофии = 100% - x%

3. Расчёт длины тела

Длина тела ребёнка до года увеличивается ежемесячно

в 1 квартале на 3см,

во 2-м - на 2,5см,

в 3-м - на 1,5см,

в 4-м - на 1 см.

Рост ребёнка после года можно вычислить по формуле: 75+6n, где 75см - средний рост ребёнка в 1 год, 6см - среднегодовая прибавка, n - возраст ребёнка.

АНТРОПОМЕТРИЧЕСКИЕ ИНДЕКСЫ.

Количество пищи грудного ребенка в сутки **рассчитывают *объемным методом*:**

от 2 недель до 2 месяцев – 1/5 массы тела,

от 2 месяцев до 4 месяцев – 1/6,

от 4 месяцев до 6 месяцев – 1/7.

После 6 месяцев – суточный объем составляет не более 1л.

Для определения разовой потребности в пище суточный объем пищи делят на число кормлений, Долженствующую массу тела можно определить по формуле:$m_{долж}$=m_o+ месячные прибавки, где m_o – масса при рождении. Месячные прибавки составляют за первый месяц 600 г, за второй – 800 г и каждый последующий месяц на 50 г меньше предыдущего.

Можно рассчитать объем пищи, используя ***калорийный метод,*** исходя из потребности ребенка в калориях.

В первую четверть года ребенок должен получать 120 ккал/кг,

В 1\2 -- 115 ккал/кг

в четвертую – 105 ккал/кг.

В год – 100 ккал/кг

1 литр женского молока содержит 700 ккал. Например, ребенок в возрасте 1 месяца имеет массу тела 4 кг и, следовательно, нуждается в 480 ккал/сут. Суточный объем пищи равен 480 ккал х 1000 мл : 700 ккал = 685 мл.

Задача № 1: *Физиологическая убыль массы новорожденного ребенка в норме до 10%. Ребенок родился с весом 3.500, а на третьи сутки его масса составила 3.300. Вычислить процент потери веса.*

Решение: Для решения данной задачей воспользуемся формулой

Потеря веса на третьи сутки составила 3500-3300=200 грамм. Найдем, сколько процентов 200г составляет от 3.500г., для этого воспользуемся формулой (2)

$$\frac{200}{3500} \bullet 100 = 5,7\%$$

Ответ: физиологическая убыль массы в норме и составила 5,7%

Задача №2: *Вес ребенка при рождении 3300 г., в три месяца его масса составила 4900 г. Определить степень гипотрофии.*

Решение: Гипотрофия I степени при дефиците массы 10-20%, II степени – 20-30%, III степени – больше 30%.

1) Сначала определим, сколько должен весить ребенок в 3 месяца, для этого к весу при рождении ребенка прибавим ежемесячные прибавки, т.е.

$$3300 + 600 + 800 * 2 = 5500 \text{ г}$$

2) Определяем разницу между долженствующим весом и фактическим (т.е. дефицит массы):

$$5500 - 4900 = 600 \text{ г}$$

3) Определяем какой процент, составляет дефицит массы, для этого воспользуемся формулой (2)

$$\frac{600}{5500} \bullet 100\% = 10,9\%$$

Ответ: Гипотрофия I степени и составляет 10,9%.

Задача №3*: Ребенок родился ростом 51 см. Какой рост должен быть у него в 5 месяцев (5 лет)?*

Решение: Прирост за каждый месяц первого года жизни составляет : в I четверть (1-3 мес.) по 3 см за каждый месяц, во II четверть (3-6 мес.) - 2,5 см, в III четверть (6-9мес.) – 1,5 см и в IV четверть (9-12 мес.) – 1,0 см.

Рост ребенка после года можно вычислить по формуле:

$X = 75 + 6n$, где 75 - средний рост ребенка в 1 год, 6 – среднегодовая прибавка, n – возраст ребенка.

Рост ребенка в 5 месяцев: 51+3*3+2*2,5= 65 см

Рост ребенка в 5 лет: 75+6*5=105 см

Задача №4: *Ребенок родился весом 3900г. Какой вес должен быть у него в 6 месяцев, 6 лет, 12 лет?*

Решение: Увеличение массы тела ребенка за каждый месяц первого года жизни:

Месяц	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**
Прибавка	**600**	**800**	**800**	**750**	**700**	**650**
Месяц	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**
Прибавка	**600**	**550**	**500**	**450**	**400**	**350**

Массу тела ребенка до 10 лет в килограммах можно вычислить по формуле: m=10+2n, где 10 средний вес ребенка в 1 год, 2 – ежегодная прибавка веса, n – возраст ребенка.

Массу тела ребенка после 10 лет в килограммах можно вычислить по формуле : m=30+4(n-10), где 30 – средний вес ребенка в 10 лет, 4 – ежегодная прибавка веса, n – возраст ребенка.

Вес ребенка в 6 месяцев: m=3900+600+2*800+750+700+650= 8200г.

Вес ребенка в 6 лет: m=10+2*6=22кг

Вес ребенка в 12 лет: m=30+4*(12-10)= 38 кг

Задача№5: *Какое артериальное давление должно быть у ребенка 7 лет?*

Решение: Ориентировочно артериальное максимальное давление у детей после года можно определить с помощью формулы В.И.Молчанова: $X = 80 + 2n$, где 80 – среднее давление ребенка 1 года (в мм.рт.ст.), n - возраст ребенка.

Минимальное давление составляет $\frac{1}{2} - \frac{2}{3}$ максимального.

Максимальное давление у ребенка 7 лет: $X = 80 + 2 * 7 = 94$ мм.рт.ст

Задача № 6. *Рассчитать суточную калорийность пищевого рациона ребенка 10 лет.*

Решение: Суточная калорийность рассчитывается по формуле: $1000 + (100 * n)$, где n - число лет, 1000 – суточная калорийность пищевого рациона ребенка для годовалого ребенка.

Суточная калорийность пищевого рациона для ребенка 10 лет:

$1000 + (100 * 10) = 2000$ ккал

Задачи для самостоятельного решения.

1.Рассчитать количество молока, требующееся ребёнку в первую неделю жизни.

2.Ребёнок родился ростом 53см. Какой рост должен быть у него в 5 месяцев, 3года, 10 лет ?

3. Ребёнок родился весом 3900г. Какой вес должен быть у него в 6 месяцев, 6 лет, 12 лет ?

4. Физиологическая убыль массы новорожденного ребенка в норме до 10%. Ребенок родился с весом 3 500г., а на третьи сутки его масса составила 3300г. Вычислить процент потери веса.

5. Вес ребенка при рождении 3300 г., в три месяца его масса составила 4900 г. Определить степень гипотрофии.

Критерии оценки:

- Оценка 5 выставляется студенту выполнившему работу в полном объеме в соответствии с заданием и выполнившему все задания верно
- Оценка 4 выставляется студенту, допустившему незначительные ошибки в вычислениях, либо определившему начальные условия не оптимальным способом
- Оценка 3 выставляется студенту, допустившему грубые ошибки в алгоритме вычисления, которые привели к неточности результата, либо справившемуся с работой на 60% от общего количества заданий.
- Оценка 2 выставляется студенту, справившемуся с работой на 30% от общего количества заданий, либо не решившему правильно предложенные задания.

Рекомендуемая литература:

1. Богомолов И. В. Математика. Задачи с решениями в 2 ч. 2-е изд., испр. И доп. Учебное пособие для СПО,2018
2. Богомолов И. В. Математика. Задачи с решениями в 2 ч. Часть 1 2-е изд., испр. и . Учебное пособие для СПО,2018
3. Богомолов И.В., Самойленко П.И. Математика. – М.: Дрофа, 2-е изд., испр. И доп. Учебное пособие для СПО,2018
4. Математика [Электронный ресурс] / А. Г. Луканкин - М. : ГЭОТАР-Медиа, 2014. - http://www.medcollegelib.ru.
5. Валуцэ И.И., Дилигул Г.Д. Математика для техникумов.- М.: «Наука»,2005.
6. Гилярова М.Г. Математика для медицинских колледжей.- Ростов н/Д: Феникс,2014 г.- 442 с.
7. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и мат. Стат.: учеб. Пособие./ Гмурман В. Е. - 8-е изд., стереотип. - М. : Высш.шк., 2005. - 404с.

8. Гмурман В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие/ Гмурман В. Е. - 9-е изд., стереотип. - М. : Высш. шк., 2006.
9. Лисичкин В.Т., Соловейчик И.Л. Математика в задачах с решениями. – Санкт-Петербург, Москва, Краснодар: Лань. – 2011.
10. Омельченко В.П., Курбатов Э.В.Математика. учебное пособие, - «Феникс», Ростов,2013