

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ СОВРЕМЕННОГО ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Учредитель

*Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования «Кабардино-Балкарский
государственный университет им. Х.М. Бербекова»
36000, г. Нальчик, ул. Чернышевского, 173*

*Журнал зарегистрирован
в Министерстве РФ по делам печати, телерадиовещания
и средств массовых коммуникаций в 2003 г.
(свидетельство ПИ № 77-16938 от 28 ноября 2003 г.)*

Адрес редакции: 360004, г. Нальчик, ул. Чернышевского, 173

Телефон: +7(905) 435-23-06

Факс: (095)-9563504

E-mail: avse@kbsu.ru

Редакционная коллегия:

Главный редактор: Хапачев Ю.П. – доктор физ.-мат. наук, профессор, КБГУ, г. Нальчик

Зам. главного редактора: Дышеков А.А. – доктор физ.-мат. наук, профессор, КБГУ, г. Нальчик

- Бахмин В.И. – председатель правления компании
АНО «Центр инновационных общественных инициатив», г. Москва
- Григорьев М.С. – доктор химических наук, Институт физической химии РАН,
г. Москва
- Ивахненко Е.Н. – доктор философских наук, профессор, ректор РГГУ, г. Москва
- Ильяшенко Ю.С. – доктор физ.-мат. наук, профессор, МИРАН, г. Москва,
ректор Независимого московского университета
- Карамурзов Б.С. – доктор технических наук, профессор, президент КБГУ, г. Нальчик
- Кетенчиев Х.А. – доктор биологических наук, профессор, КБГУ, г. Нальчик
- Кочесоков Р.Х. – доктор философских наук, профессор, КБГУ, г. Нальчик
- Крайzman В.Л. – доктор физ.-мат. наук, профессор, Мэрилендский университет,
Национальный институт стандартов и технологий. США
- Лисичкин Г.В. – доктор химических наук, профессор, МГУ, г. Москва
- Лю Цзо И – доктор технических наук, профессор, Технологический университет,
г. Гуанджоу, Китай
- Молодкин В.Б. – чл.-корр. НАН Украины, профессор, Институт металлофизики НАН
Украины, г. Киев
- Оранова Т.И. – доктор химических наук, профессор, КБГУ, г. Нальчик
- Ошхунов М.М. – доктор технических наук, профессор, КБГУ, г. Нальчик
- Савин Г.И. – академик РАН, профессор, Отдел информатики и вычислительной
техники РАН, г. Москва
- Скворцов Н.Г. – доктор социологических наук, профессор, С.-Пб. госуниверситет,
г. Санкт-Петербург
- Ткачук В.А. – академик РАН, академик АМН, профессор, МГУ, г. Москва
- Тлибеков А.Х. – доктор технических наук, профессор, КБГУ, г. Нальчик
- Филатов В.П. – доктор философских наук, профессор, Российский государственный
гуманитарный университет, г. Москва
- Шустова Т.И. – доктор биологических наук, профессор, С.-Пб. НИИ уха, горла,
носа и речи, г. Санкт-Петербург
- Шхануков М.Х. – доктор физ.-мат. наук, профессор, КБГУ, г. Нальчик

© Авторы, 2019

© Кабардино-Балкарский государственный
университет им. Х.М. Бербекова, 2019

«...но все-таки это довольно специальная область исследования, интересоваться которой совершенно не обязательно всякому»

А.Н. Колмогоров

УДК 53(01); 539.26:539.3:548.7

ФУНДАМЕНТАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ ДЛЯ ЭНЕРГИИ И ИМПУЛЬСА ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ В ЛОКАЛЬНОМ И ДЕКАРТОВОМ БАЗИСАХ ДЛЯ НЕОДНОРОДНОЙ СРЕДЫ

А.А. Дышеков

Введение

В данной работе предлагается альтернативный подход к описанию электромагнитного поля в веществе. Все рассуждения носят достаточно общий характер, однако, учитывая профессиональные интересы автора, с акцентом на рентгеновский диапазон.

В уравнениях Максвелла присутствуют напряженности электрического и магнитного полей и, если дело идет о веществе, соответствующих индукций. Все известные подходы для описания волновых полей основываются так или иначе на решении или анализе уравнений Максвелла именно по отношению к напряженностям полей [1–4]. Однако непосредственно в эксперименте (а ведь мы хотим соответствия с экспериментом!) напряженности полей не измеряются по очевидным причинам (например, частота волны в рентгеновском диапазоне порядка 10^{18} Гц). А что же мы измеряем в эксперименте? На этот вопрос имеется следующий ответ. В эксперименте измеряется энергетическая характеристика волны (интенсивность), а направление распространения волны (вектор Умова – Пойнтинга) связывается с импульсом волны. Соответствие с экспериментом достигается посредством вычисления этих характеристик через напряженности полей. Например, чтобы найти коэффициент отражения волны от среды, необходимо вычислить нормальную по отношению к поверхности компоненту вектора Пойнтинга.

Импульс и энергия (точнее, их плотности) нелинейны (квадратичны) по полям. Вследствие этого их нельзя непосредственно представить как суперпозицию получаемых решений для полей. Ответ находится лишь в окончательной стадии, когда уже получены решения для полей. С одной стороны, это несомненный плюс (решать линейные уравнения гораздо приятней, нежели нелинейные). С другой стороны, при такой процедуре оказывается затруднительным (а может, и вообще невозможным) прямой анализ зависимости наблюдаемых параметров (распределение интенсивности в заданном направлении в пространстве) от характеристик рассеивающего объекта.

Приведем простой пример. Простейшая модельная система эпитаксиальная пленка-подложка в условиях динамической рентгеновской дифракции может давать разнообразные профили кривых дифракционного отражения в зависимости от величины рассогласования решеток (точнее, деформации) – от единичного профиля (искаженный влиянием пленки брэгговский максимум) до вполне оформленных дифракционных максимумов, ассоциирующихся с дифракцией от пленки и от подложки. Ясно, что такое разнообразие возникает вследствие интерференции полей в пленке и подложке. При этом естественно возникает вопрос: если максимумы разрешаются, то какой деформации решетки соответствует их угловое положение? Понятно, что если максимумы сравнительно далеко

друг от друга, то угловому расстоянию между ними как будто соответствует средняя деформация пленки. А если максимумы близко и интерференцией нельзя пренебречь?

Второй пример. Как известно вторичные процессы в условиях динамической рентгеновской дифракции определяются интенсивностью дифракционной волны в кристалле. Здесь опять-таки возникает большое разнообразие форм кривых выхода фотоэлектронов в зависимости от структурных характеристик кристалла. Эти кривые моделируются с помощью решений динамических уравнений для полей. И здесь мы имеем неявную зависимость экспериментальных характеристик от параметров рассеяния.

Тогда возникает вопрос. А можно ли так изначально переформулировать задачу, чтобы описывать поля с помощью только непосредственно измеряемых характеристик – плотностей импульса и энергии? Иначе говоря, можно ли описать взаимодействие поля и вещества посредством плотностей энергии и импульса в соответствии с уравнениями движения электромагнитного поля. При этом достаточно ли только энергии и импульса для полного описания динамики или же необходимы также амплитуды полей.

Как известно, уравнения движения динамической системы (уравнения Эйлера – Лагранжа) получаются из вариационного принципа как условие экстремальности некоторого функционала действия. Этот принцип справедлив как для механических систем, так и для систем с бесконечным числом степеней свободы – полей. При этом инвариантность действия относительно определенной группы преобразований координат (внешние симметрии) или калибровочных преобразований (внутренние симметрии) приводит к ковариантным уравнениям движения и к фундаментальным законам сохранения.

Законы сохранения следуют из двух теорем Нётер [5–7] (прямых и обратных), которые формулируются соответственно, для глобальных и локальных преобразований симметрии функционала действия. Смысл первой теоремы Нётер сводится к следующему. Если действие инвариантно относительно преобразований глобальных симметрии, образующих некоторую группу Ли [7], то для каждого преобразования симметрии и любого решения уравнений Эйлера – Лагранжа сохраняются величины, называемые токами. Сохранение тока означает, что его 4-дивергенция обращается в ноль. Глобальная инвариантность означает, что параметр преобразования не зависит от точек пространства-времени. В свою очередь интегрирование токов по специально выбранным областям пространства-времени дает соответствующие каждому току сохраняющиеся заряды.

Пусть действие инвариантно относительно трансляций в пространстве-времени. Тогда общее выражение для тока переходит в выражение для тензора энергии-импульса для полей, 4-дивергенция которого в силу первой теоремы Нётер обращается в ноль. Именно 4-дивергенция тензора энергии-импульса дает описание электромагнитного поля как динамической системы.

Вторая теорема Нётер устанавливает связь между экстремальными (левыми частями уравнения Эйлера-Лагранжа) и производными от экстремалей в случае, если функционал действия инвариантен относительно локальных (калибровочных) преобразований. Согласно второй теореме Нётер, из калибровочной инвариантности следует, что не все уравнения движения являются линейно независимыми. Таким образом, локальная инвариантность функционала действия не влечет за собой новые законы сохранения, а лишь ограничивает число линейно независимых уравнений движения.

Отметим, что первая теорема Нётер формулируется для инфинитезимальных (бесконечно малых) трансляций пространства-времени. Группа Ли в формулировке первой теоремы Нётер [6] непосредственно связана с непрерывностью пространственно-временных симметрий. Это обстоятельство в данном случае имеет решающее значение.

Поскольку длина рентгеновской волны сравнима с атомарными размерами, известная в макроскопической электродинамике процедура усреднения оказывается неприменимой, и диэлектрическая проницаемость оказывается функцией координат. Тогда, разумеется, непрерывность трансляций в атомарных масштабах несовместима с условием однородности среды. Лишь в частном случае кристаллической среды обеспечивается инвариантность функционала действия, причем лишь по отношению к дискретной, а не непрерывной группе пространственных трансляций на вектора решетки Бравэ. Тем самым непосредственное

применение первой теоремы Нётер для построения тензора энергии-импульса как динамической основы теории с учетом микроскопической структуры среды оказывается невозможным.

Законы изменения импульса и энергии поля

Здесь мы будем развивать другой подход, возможно менее общий и более элементарный в математическом отношении, однако позволяющий получить интересующие нас соотношения непосредственно из уравнений классической макроскопической электродинамики.

Будем исходить из пары уравнений Максвелла для поля в отсутствие зарядов и токов в среде:

$$\begin{aligned} \nabla \times \mathbf{E} &= -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} &= \frac{1}{c} \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \end{aligned} \quad (1)$$

Примем во внимание, что в материальном уравнении для среды диэлектрическая проницаемость (поляризуемость), в отличие от обычной макроскопической теории диэлектриков, оказывается непрерывной функцией координат:

$$\mathbf{D} = \varepsilon(\mathbf{r})\mathbf{E} = (1 + \chi(\mathbf{r}))\mathbf{E}. \quad (2)$$

Такое представление естественно для случая рентгеновских волн. Однако взаимодействие электромагнитных волн со средой и в других диапазонах может описываться формулой (2). Например, искусственные периодические структуры – фотонные кристаллы [8], объекты рентгеновской оптики для мягкого рентгена [9] также формально соответствуют (2), поскольку рассеивающие излучение элементы образуют некоторую пространственную структуру.

В формулах (1), (2) и далее используются стандартные обозначения, $\nabla = \mathbf{i}_k \frac{\partial}{\partial x_k}$ –

оператор Гамильтона в некотором декартовом базисе \mathbf{i}_k , по нему по индексу k производится суммирование (соглашение Эйнштейна).

Для случая рентгеновского диапазона уравнение (2) представляет собой феноменологическое описание процесса взаимодействия рентгеновского волнового поля со средой при известных физических предположениях относительно характера рассеяния. Эти предположения являются физической основой динамической теории рентгеновской дифракции Эвальда – Лауэ и последующих вариантов ее обобщения [2–4]. Разумеется, для идеального кристалла поляризуемость $\chi(\mathbf{r})$ представляет собой трехмерно-периодическую функцию.

Приведем обобщение на случай $\varepsilon = \varepsilon(\mathbf{r})$ известного в электродинамике вывода закона изменения импульса. Рассмотрим величину $(\nabla \times \mathbf{E}) \times \mathbf{D}$ в некотором ортонормированном декартовом базисе \mathbf{i}_m , пока не конкретизируя его:

$$(\nabla \times \mathbf{E}) \times \mathbf{D} = \begin{vmatrix} \mathbf{i}_1 & \mathbf{i}_2 & \mathbf{i}_3 \\ ((\nabla \times \mathbf{E}) \times \mathbf{D})_1 & ((\nabla \times \mathbf{E}) \times \mathbf{D})_2 & ((\nabla \times \mathbf{E}) \times \mathbf{D})_3 \\ D_1 & D_2 & D_3 \end{vmatrix}.$$

Раскрывая детерминант и группируя члены, получим:

$$\begin{aligned}
(\nabla \times \mathbf{E}) \times \mathbf{D} &= \nabla \cdot (\mathbf{DE}) - \frac{1}{2} \nabla \cdot (\mathbf{I} \cdot (\mathbf{D} \cdot \mathbf{E})) + \frac{E^2}{2} \nabla \varepsilon - \mathbf{E} \cdot (\nabla \cdot \mathbf{D}) = \\
&= \nabla \cdot (\mathbf{DE}) - \frac{1}{2} \nabla \cdot (\mathbf{I} \cdot (\mathbf{D} \cdot \mathbf{E})) + \frac{E^2}{2} \nabla \varepsilon.
\end{aligned} \tag{3}$$

Аналогично найдем величину $(\nabla \times \mathbf{H}) \times \mathbf{H}$:

$$\begin{aligned}
(\nabla \times \mathbf{H}) \times \mathbf{H} &= \nabla \cdot (\mathbf{HH}) - \frac{1}{2} \nabla \cdot (\mathbf{I} \cdot H^2) - \mathbf{H}(\nabla \cdot \mathbf{H}) = \\
&= \nabla \cdot (\mathbf{HH}) - \frac{1}{2} \nabla \cdot (\mathbf{I} \cdot H^2).
\end{aligned} \tag{4}$$

В (3) и (4) введены величины $\mathbf{DE} = D_i E_j$; $\mathbf{HH} = H_i H_j$, представляющие собой диады (внешние произведения), а также единичный тензор $\mathbf{I} = \mathbf{i}_m \mathbf{i}_m$. В дальнейшем выражение вида \mathbf{ab} будет означать внешнее произведение векторов \mathbf{a} и \mathbf{b} . При выводе (3) и (4) учтено, что в отсутствие зарядов $(\nabla \cdot \mathbf{D}) = 0$, а также $(\nabla \cdot \mathbf{H}) = 0$ согласно уравнению Максвелла. Отметим, что в силу инвариантности оператора ∇ формулы (3) и (4) справедливы в любом базисе.

Теперь образуем сумму (3) и (4) и, с учетом (1), после ряда преобразований получим

$$\begin{aligned}
&(\nabla \times \mathbf{E}) \times \mathbf{D} + (\nabla \times \mathbf{H}) \times \mathbf{H} = \\
&\nabla \cdot \left(\mathbf{DE} + \mathbf{HH} - \frac{1}{2} \mathbf{I} \cdot (\mathbf{D} \cdot \mathbf{E} + H^2) \right) + \frac{E^2}{2} \nabla \varepsilon = \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{D} \times \mathbf{H}).
\end{aligned}$$

Представим это уравнение в виде

$$\nabla \cdot \mathbf{T} + \frac{E^2}{2} \nabla \varepsilon = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}. \tag{5}$$

Здесь введены следующие величины: тензор натяжений (напряжений) Максвелла в среде \mathbf{T}

$$\mathbf{T} = \mathbf{DE} + \mathbf{HH} - \frac{1}{2} \mathbf{I} \cdot (\mathbf{D} \cdot \mathbf{E} + H^2) = \mathbf{DE} + \mathbf{HH} - w \mathbf{I}, \tag{6}$$

плотность энергии

$$w = \frac{1}{2} (\mathbf{D} \cdot \mathbf{E} + H^2), \tag{7}$$

а также объемная плотность полного импульса поля $\mathbf{P} = \frac{1}{c} (\mathbf{D} \times \mathbf{H})$ (кратко будем называть ее импульсом). Как видно из (5), изменение импульса поля связано в общем случае не только с тензором Максвелла, но также зависит от градиента диэлектрической проницаемости $\nabla \varepsilon$. Согласно (6) с учетом (2) тензор \mathbf{T} оказывается симметричным.

Теперь образуем выражение $\mathbf{H} \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) - \mathbf{E} \cdot (\nabla \times \mathbf{H})$ и с помощью (1) найдем:

$$\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \mathbf{H} \cdot (\nabla \times \mathbf{E}) - \mathbf{E} \cdot (\nabla \times \mathbf{H}) = -\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} (\mathbf{H} \cdot \mathbf{H} + \mathbf{D} \cdot \mathbf{E}) = -\frac{1}{c} \frac{\partial w}{\partial t} \tag{8}$$

Найдем дивергенцию $c\mathbf{P}$:

$$\begin{aligned} c(\nabla \cdot \mathbf{P}) &= \nabla \cdot (\mathbf{D} \times \mathbf{H}) = \nabla \cdot (\varepsilon(\mathbf{E} \times \mathbf{H})) = \varepsilon \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) + \nabla \varepsilon \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \\ &= \varepsilon \nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) + \frac{\nabla \varepsilon}{\varepsilon} \cdot (\mathbf{D} \times \mathbf{H}). \end{aligned}$$

Отсюда

$$\nabla \cdot (\mathbf{E} \times \mathbf{H}) = \frac{1}{\varepsilon} (\nabla \cdot (\mathbf{D} \times \mathbf{H}) - \frac{\nabla \varepsilon}{\varepsilon^2} \cdot (\mathbf{D} \times \mathbf{H})) \quad (9)$$

Подставляя (9) в (8), имеем

$$\nabla \cdot \mathbf{P} - \frac{\nabla \varepsilon}{\varepsilon} \cdot \mathbf{P} = -\frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial w}{\partial t} \quad (10)$$

Канонический вид тензора Максвелла и условия для полей

Уравнения (5) и (10) образуют основную систему для импульса и энергии поля. Они представляют собой, соответственно, законы изменения импульса и энергии электромагнитного поля в случае $\varepsilon = \varepsilon(\mathbf{r})$. Однако система (5), (10) в общем случае оказывается незамкнутой относительно w и \mathbf{P} , поскольку в тензор \mathbf{T} входят диады \mathbf{DE} и \mathbf{HH} . Кроме того, изменение импульса, согласно (5), зависит от амплитуды электрического поля через $\frac{E^2}{2}$. Выясним, с чем это связано, и попытаемся замкнуть систему.

При выводе уравнений (5) и (10) мы пользовались произвольным декартовым базисом, никак не связанным с электромагнитным полем. Однако очевидно вид тензора Максвелла \mathbf{T} зависит от выбора базиса в соответствии с трансформационными свойствами тензора второго ранга. Это обстоятельство позволяет предположить, что динамический характер тензора \mathbf{T} связан с некоторыми выделенными направлениями в пространстве, и эти направления определяются векторами \mathbf{D} , \mathbf{H} и \mathbf{P} . Покажем, что это действительно так.

Наиболее простой (канонический) вид тензор \mathbf{T} имеет в базисе, построенном на собственных векторах. Поскольку тензор \mathbf{T} симметричный, его канонический вид представляет собой диагональный тензор.

Определим канонический вид тензора Максвелла (6). Для этого найдем собственные значения λ_j и собственные векторы \mathbf{e}_j тензора \mathbf{T} в нормированном базисе, удовлетворяющие известному уравнению:

$$\mathbf{T} \cdot \mathbf{e}_j = \lambda \mathbf{e}_j \quad (11)$$

Характеристическое уравнение имеет вид

$$\det(\mathbf{T} - \lambda \mathbf{I}) = -\lambda^3 + I_1 \lambda^2 - I_2 \lambda + I_3 = 0,$$

где величины I_j – главные инварианты тензора \mathbf{T} :

$$I_1 = \text{Tr}(\mathbf{T}), \quad I_2 = \frac{1}{2} (\text{Tr}(\mathbf{T})^2 - \text{Tr}(\mathbf{T}^2)), \quad I_3 = \det(\mathbf{T}).$$

Здесь $\text{Tr}(\mathbf{T})$ – след тензора \mathbf{T} . Решать кубическое уравнение непосредственно не очень приятное занятие, поэтому воспользуемся симметрией тензора \mathbf{T} . Из вида (6) получим одно собственное значение $\lambda_3 = -w$. В самом деле, непосредственной проверкой убеждаемся, что

$$\mathbf{T} - \lambda \mathbf{I} = \mathbf{DE} + \mathbf{HH} - w \mathbf{I} + w \mathbf{I} = \mathbf{DE} + \mathbf{HH},$$

$$\det(\mathbf{DE} + \mathbf{HH}) = 0.$$

Найдем собственный вектор \mathbf{u}_3 , соответствующий $\lambda_3 = -w$. Решая (11) для $\lambda_3 = -w$, получим компоненты соответствующего вектора \mathbf{u}_3 :

$$u_{31} = E_2 H_3 - E_3 H_2; \quad u_{32} = E_3 H_1 - E_1 H_3; \quad u_{33} = E_1 H_2 - E_2 H_1,$$

которые образуют вектор

$$\mathbf{u}_3 = u_{3j} \mathbf{e}_j = \mathbf{E} \times \mathbf{H}.$$

Отсюда

$$\mathbf{e}_3 = \frac{\mathbf{E} \times \mathbf{H}}{|\mathbf{E} \times \mathbf{H}|}.$$

Запишем \mathbf{T} в ортонормированном базисе \mathbf{e}_j ; $T'_{ij} = \mathbf{e}_i \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{e}_j$

$$T'_{ij} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} & 0 \\ T_{21} & T_{22} & 0 \\ 0 & 0 & -w \end{pmatrix}.$$

Теперь потребуем, чтобы $T_{12} = T_{21} = 0$, тогда, очевидно, $T_{11} = \lambda_1$, $T_{22} = \lambda_2$, и $\mathbf{e}_{1,2}$ – собственные векторы. Получаем условия

$$T_{12} = \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{e}_2 = (\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{D})(\mathbf{E} \cdot \mathbf{e}_2) + (\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{H})(\mathbf{H} \cdot \mathbf{e}_2) = 0,$$

$$T_{21} = \mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{e}_1 = (\mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{D})(\mathbf{E} \cdot \mathbf{e}_1) + (\mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{H})(\mathbf{H} \cdot \mathbf{e}_1) = 0.$$

Отсюда следует

$$\mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{D} = D; \quad \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{E} = E; \quad \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{H} = 0.$$

$$\mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{D} = \mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{E} = 0; \quad \mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{H} = H.$$

Тогда

$$T_{11} = \mathbf{e}_1 \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{e}_1 = DE - w = \lambda_1 = \frac{1}{2}(DE - H^2);$$

$$T_{22} = \mathbf{e}_2 \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{e}_2 = H^2 - w = \lambda_2 = -\lambda_1 = \frac{1}{2}(H^2 - DE);$$

И собственные векторы оказываются равными

$$\mathbf{e}_1 = \frac{\mathbf{D}}{D} = \frac{\mathbf{E}}{E}; \quad \mathbf{e}_2 = \frac{\mathbf{H}}{H}; \quad \mathbf{e}_3 = \frac{\mathbf{P}}{P}. \quad (12)$$

Теперь потребуем выполнения дополнительного условия $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$. Обоснование этого требования приводится ниже. В этом случае на поля должна быть наложена дополнительная связь $DE = H^2$.

Значит, чтобы тензор \mathbf{T} описывал поле, необходимы следующие условия:

1) Ортогональность полей

$$\mathbf{D} \cdot \mathbf{H} = \mathbf{D} \cdot \mathbf{H} = 0, \quad (13)$$

2) Связь амплитуд полей

$$DE = \varepsilon E^2 = H^2. \quad (14)$$

Наличие связи амплитуд полей (14), как будет видно далее, имеет решающее значение для построения замкнутой теории. При этом, если $\varepsilon = \varepsilon(\mathbf{r})$ условия (13) и (14) реализуется локально. Кроме того, эти условия для *полного* поля. Таким образом, мы получаем канонический вид тензора Максвелла \mathbf{T} в базисе \mathbf{e}_j :

$$T_{ij} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -w \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{T} = -w(\mathbf{e}_3 \mathbf{e}_3).$$

Как видно, тензор Максвелла \mathbf{T} локально определяется плотностью энергии w и направлением переноса импульса \mathbf{e}_3 . При этом, в соответствии с теоремами о собственных значениях и собственных векторах симметричного тензора собственные значения оказываются вещественными, а собственные векторы, соответствующие этим значениям, ортогональными.

Релятивистское обоснование

Для обоснования указанных условий обратимся к результатам релятивистской электродинамики. Введем четырехмерный тензор поля в вакууме в пространстве Минковского $R_{1,3}^4$:

$$F_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & E_1 & E_2 & E_3 \\ -E_1 & 0 & -H_3 & H_2 \\ -E_2 & H_3 & 0 & -H_1 \\ -E_3 & -H_2 & H_1 & 0 \end{pmatrix}, \quad i, k = 0, 1, 2, 3.$$

По определению, инвариантами тензора F_{ik} называются коэффициенты характеристического многочлена

$$P(\lambda) = \det(F_{ik} - \lambda g_{ik}),$$

где g_{ik} – метрика Минковского:

$$g_{ik} = \begin{pmatrix} 1 & & & \\ & -1 & & \\ & & -1 & \\ & & & -1 \end{pmatrix}.$$

Прямое вычисление приводит к следующему виду характеристического многочлена:

$$P(\lambda) = -\lambda^4 + (E^2 - H^2)\lambda + (\mathbf{E} \cdot \mathbf{H})^2,$$

откуда получаются известные инварианты поля $E^2 - H^2$ и $\mathbf{E} \cdot \mathbf{H}$.

Вопрос о приведении кососимметрического тензора поля F_{ik} лоренцевыми преобразованиями к каноническому виду решается следующей теоремой [10].

Теорема. 1. Пусть инварианты поля $E^2 - H^2$ и $\mathbf{E} \cdot \mathbf{H}$ не равны нулю:

а) если $\mathbf{E} \cdot \mathbf{H} \neq 0$, тогда лоренцевым преобразованием можно привести тензор F_{ik} к такому виду, что векторы \mathbf{E} и \mathbf{H} параллельны и оба отличны от нуля;

б) если $\mathbf{E} \cdot \mathbf{H} = 0$, $E^2 - H^2 \neq 0$, то можно привести тензор к такому виду, что $\mathbf{E} \neq 0$, $\mathbf{H} = 0$ при $E^2 - H^2 > 0$ или $\mathbf{E} = 0$, $\mathbf{H} \neq 0$ при $E^2 - H^2 < 0$.

2. Пусть $E^2 - H^2 = 0$ и $\mathbf{E} \cdot \mathbf{H} = 0$. Тогда после любого лоренцева преобразования векторы \mathbf{E} и \mathbf{H} будут взаимно перпендикулярны и равны по длине. Тензор F_{ik} можно привести в этом случае к виду:

$$F_{ik} = \begin{pmatrix} 0 & E & 0 & 0 \\ -E & 0 & 0 & E \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -E & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Нас интересует второй пункт этой теоремы, поскольку он отвечает особому состоянию поля – электромагнитной волне. Именно в этом случае возникают условие связи амплитуд поля и условие поперечности полей. Как видно, условие (14) может рассматриваться как обобщение классического инварианта поля $E^2 - H^2$ на случай электродинамики сплошной среды.

Теперь обоснуем условие $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$. Как известно, для тензора поля F_{ik} по скалярному лагранжиану

$$L = -\frac{1}{4} F^{ik} F_{ik}$$

строится симметричный четырехмерный тензор энергии-импульса T . Явный вид этого тензора определяется из первой теоремы Нётер [7]. Согласно теореме Нётер, поскольку действие для свободного электромагнитного поля в пространстве Минковского инвариантно относительно глобального действия группы Пуанкаре (пространственно-временные трансляции плюс отражения), существует тензор второго ранга, 4-дивергенция которого обращается в ноль:

$$\partial_k T_i^k = 0.$$

Эта величина, называемая током, и есть тензор энергии-импульса:

$$T_i^k = \frac{1}{2} (-F_{ik} F_m^k + \frac{1}{4} g_{ik} F^2) g_{km}.$$

Найдем собственные значения T_i^k :

$$\det(T_i^k - \lambda \delta_i^k) = 0.$$

В силу симметрии тензора T_i^k получаем четыре попарно совпадающих собственных значения:

$$2\lambda_1 = 2\lambda_3 = H^2 + \frac{1}{2} (E^4 + H^4 - 4(\mathbf{E} \cdot \mathbf{H})^2 + 2E^2 H^2)^{1/2},$$

$$2\lambda_2 = 2\lambda_4 = H^2 - \frac{1}{2} (E^4 + H^4 - 4(\mathbf{E} \cdot \mathbf{H})^2 + 2E^2 H^2)^{1/2}.$$

Отсюда видно, что при выполнении условий $E = H$, $\mathbf{E} \cdot \mathbf{H} = 0$ собственные значения приобретают следующий вид:

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= \lambda_3 = E^2 = w, \\ \lambda_2 &= \lambda_4 = 0. \end{aligned}$$

Таким образом, мы приходим к условию равенства нулю двух собственных значений тензора энергии-импульса. Поскольку тензор Максвелла является пространственной частью

тензора энергии-импульса, то ясно, что это условие должно выполняться и для тензора Максвелла \mathbf{T} , определяемого формулой (6).

Необходимо отметить, что приведенные обоснования использовали тензоры поля и энергии-импульса в вакууме. Полученный выше вывод для тензора Максвелла является более общим, поскольку мы рассматриваем поле в веществе.

Фундаментальные уравнения в локальном базисе

Теперь с учетом (14) можно связать плотность энергии поля с амплитудой электрического вектора:

$$w = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{\varepsilon} D^2 + H^2 \right) = \frac{E^2}{2} \varepsilon (1 + \varepsilon).$$

Отсюда

$$\frac{E^2}{2} = \frac{w}{\varepsilon(1 + \varepsilon)}.$$

И уравнение (5) приобретает компактный вид:

$$\nabla \cdot \mathbf{T} + \frac{w}{\varepsilon(1 + \varepsilon)} \nabla \varepsilon = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} \quad (15)$$

Таким образом, мы добились, чтобы система (9), (11) оказалась замкнутой относительно \mathbf{P} и w .

Однако такое «упрощение» не дается даром. Здесь как всегда действует общий принцип: любое обобщение теории при сокращении аксиоматической базы («сущностей») влечет за собой неизбежное усложнение описательных средств, в данном случае математического аппарата. Под обобщением здесь понимается обращение к общефизическим категориям – энергии и импульсу, подчиняющимся глобальным законам сохранения.

Действительно, приведенный выше вывод основных уравнений показывает, что они оказываются справедливыми в наиболее компактном (каноническом) виде только в специальном локальном базисе. Тем самым мы должны рассматривать все дифференциальные операции в ортогональной криволинейной системе координат, задаваемой базисом (10).

Чтобы подчеркнуть это обстоятельство, запишем систему (9), (11) в следующем виде:

$$\begin{aligned} \nabla' \cdot \mathbf{T} + \frac{w}{\varepsilon(1 + \varepsilon)} \nabla' \varepsilon &= \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}, \\ \nabla' \cdot \mathbf{P} - \frac{\nabla' \varepsilon}{\varepsilon} \cdot \mathbf{P} &= -\frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial}{\partial t}. \end{aligned} \quad (12)$$

Здесь штрих означает дифференцирование в базисе (10).

Система (12), при внешней формальной простоте, не может быть непосредственно использована для расчета импульса и энергии поля. В самом деле, для решения такой задачи необходимо иметь явные выражения для перехода от локальной системы координат, задаваемой базисом (10), к лабораторной системе координат, в которой и фиксируется эксперимент. Иначе говоря, у нас остается неизвестной геометрия.

В общем случае такая задача оказывается совершенно неподъемной. Например, в общем случае векторы e_j рассматриваются как локальный базис криволинейных координат, и обычное дифференцирование заменяется на ковариантное (абсолютное). Тогда возникает необходимость рассчитывать 27 коэффициентов связности – символы Кристоффеля 2-го рода для трехмерного пространства [11].

К счастью, для дальнейшего продвижения теории у нас есть мощное эвристическое основание, а именно, условие локальной ортогональности поля и условие связи амплитуд. Это основание дает возможность установить связь между геометрией поля и геометрией эксперимента, что и является нашей дальнейшей целью.

Задача разбивается на два этапа. Вначале мы найдем выражения для дивергенции и градиента в полевом базисе через декартовый базис и дополнительную характеристику – локальный поворот базиса. Затем вычислим явный вид вектора угла поворота.

Вывод дифференциальных операций $\nabla' \cdot \mathbf{P}$, $\nabla' \cdot \mathbf{T}$, $\nabla' \varepsilon$

1. Расчет $\nabla' \cdot \mathbf{P}$

Прежде всего, необходимо ввести декартовый базис, который будет соответствовать геометрии распространения плоской волны в кристалле как континууме, когда отклик среды на внешнее воздействие сводится к материальному уравнению $\mathbf{D} = \varepsilon \mathbf{E} = (1 + \chi_0) \mathbf{E}$. Это состояние естественно принять за исходное, по отношению к которому, в процессе взаимодействия рентгеновской волны с кристаллом, происходит локальная вариация базиса \mathbf{e}_m . Таким образом, мы будем рассматривать задачу рассеяния в специальном ортонормированном базисе \mathbf{i}_k , определяемом векторами \mathbf{D}_0 , \mathbf{H}_0 , \mathbf{P}_0 в континуальном приближении:

$$\mathbf{i}_1 = \frac{\mathbf{D}_0}{D_0}; \quad \mathbf{i}_2 = \frac{\mathbf{H}_0}{H_0}; \quad \mathbf{i}_3 = \frac{\mathbf{P}_0}{P_0}.$$

Значит, все дифференциальные операторы необходимо выразить именно в этом базисе.

Начнем с расчета дивергенции импульса. Найдем $\nabla \cdot \mathbf{P}$ в базисе \mathbf{i}_k . Основная идея расчета заключается в следующем. Из вектора $\mathbf{P}(\mathbf{r})$ может быть построен тензор второго ранга $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{r}}$ – производная по направлению. По определению, $\nabla \cdot \mathbf{P}$ есть след тензора $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{r}}$ как один из его инвариантов:

$$\nabla' \cdot \mathbf{P} = Tr \left(\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{r}} \right) = Tr \left(\frac{\partial (P^m \mathbf{e}_m)}{\partial \mathbf{r}} \right).$$

Здесь мы представили \mathbf{P} в виде разложения по базису \mathbf{e}_m . Значит, задача сводится к вычислению тензора $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{r}}$. Получим $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{r}}$ в бескоординатном виде, используя т.н. производную Гато, или слабую производную. Это понятие является инструментом нелинейного функционального анализа, к которому, в частности, относится классическое вариационное исчисление [12, 13]. Слабая производная определяется через дифференциал Гато (слабый дифференциал), который вводится как предел отображения F одного нормированного пространства X в другое Y при приращении h :

$$DF(x, h) = \frac{\partial}{\partial \varepsilon} F(x + \varepsilon h) \Big|_{\varepsilon \rightarrow 0} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{F(x + \varepsilon h) - F(x)}{\varepsilon}.$$

Иногда согласно Лагранжу, $DF(x, h)$ называют первой вариацией отображения F в точке x . Слабый дифференциал не обязательно линеен по ε . Если же линейность имеет место, тогда

$$DF(x, h) = F'(x)h$$

и ограниченный линейный оператор $F'(x)$ называется слабой производной, или производной Гато. Если применить эту общую конструкцию к обычному векторному пространству \mathbf{r} , в котором отображение осуществляется вектором \mathbf{P} , а приращение h отождествляется с $d\mathbf{r}$, то дифференциал Гато окажется равным:

$$d\mathbf{P} = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{r}} \cdot d\mathbf{r} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\mathbf{P}(\mathbf{r} + \varepsilon \cdot d\mathbf{r}) - \mathbf{P}(\mathbf{r})}{\varepsilon},$$

т.е. необходимо вычислить указанный предел. Используя представление $\mathbf{P} = P^m \mathbf{e}_m$, получим:

$$\begin{aligned}
 d\mathbf{P} &= \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{r}} \cdot d\mathbf{r} = \frac{\partial (P^m \mathbf{e}_m)}{\partial \mathbf{r}} \cdot d\mathbf{r} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{P^m(\mathbf{r} + \varepsilon \cdot d\mathbf{r}) \mathbf{e}_m(\mathbf{r} + \varepsilon \cdot d\mathbf{r}) - P^m(\mathbf{r}) \mathbf{e}_m(\mathbf{r})}{\varepsilon} = \\
 &= P^m \frac{\partial \mathbf{e}_m}{\partial \mathbf{r}} \cdot d\mathbf{r} + \left(\frac{\partial P^m}{\partial \mathbf{r}} \cdot d\mathbf{r} \right) \mathbf{e}_m.
 \end{aligned}$$

Во втором члене необходимо добиться, чтобы дифференциал $d\mathbf{r}$ оказался правым сомножителем. Однако просто передвинуть его нельзя, поскольку $(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b})\mathbf{c} \neq (\mathbf{a} \cdot \mathbf{c})\mathbf{b}$. Поэтому во втором слагаемом используем стандартный прием – вставим единичный тензор $\mathbf{i}_s \mathbf{i}_s$ как множитель перед $d\mathbf{r}$:

$$\left(\frac{\partial P^m}{\partial \mathbf{r}} \cdot d\mathbf{r} \right) \mathbf{e}_m = \left(\frac{\partial P^m}{\partial \mathbf{r}} \cdot (\mathbf{i}_s \mathbf{i}_s) \cdot d\mathbf{r} \right) \mathbf{e}_m = \left(\frac{\partial P^m}{\partial \mathbf{r}} \cdot \mathbf{i}_s \right) \cdot (\mathbf{e}_m \mathbf{i}_s) \cdot d\mathbf{r}.$$

В итоге имеем

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{r}} = P^m \frac{\partial \mathbf{e}_m}{\partial \mathbf{r}} + \left(\frac{\partial P^m}{\partial \mathbf{r}} \cdot \mathbf{i}_s \right) \cdot (\mathbf{e}_m \mathbf{i}_s).$$

Базис \mathbf{e}_m ортогонален в каждой точке \mathbf{r} , поэтому он должен получаться в результате поворота базиса \mathbf{i}_m вокруг некоторой оси на малый угол φ . Малость угла φ обусловлена малым отличием базисов \mathbf{e}_m и \mathbf{i}_m на величину переменной составляющей $\chi(\mathbf{r})$.

Таким образом, в теорию вводится ключевое понятие – локальный угол поворота базиса \mathbf{e}_m . В случае идеального кристалла угол φ определяется трехмерно-периодической проницаемостью $\chi(\mathbf{r})$ как характеристикой среды.

Как известно, любая суперпозиция ортогональных преобразований, вызванных поворотом вектора вокруг осей координат, сводится к единственному повороту вокруг некоторой оси, что составляет содержание теоремы Эйлера. В бескоординатной формулировке теорема Эйлера формулируется следующим образом [13]. Произвольный тензор поворота \mathbf{G} , отличный от тождественного преобразования единичным тензором \mathbf{I} , допускает единственное представление

$$\mathbf{G} = \mathbf{k}\mathbf{k} + \cos\varphi(\mathbf{I} - \mathbf{k}\mathbf{k}) + \sin\varphi \mathbf{k} \times \mathbf{I},$$

где единичный вектор \mathbf{k} является неподвижным вектором тензора \mathbf{G} и определяет прямую в пространстве, называемую осью поворота. Вводя вектор $\boldsymbol{\varphi} = \varphi \mathbf{k}$, для малых φ получим закон преобразования базиса \mathbf{e}_m :

$$\mathbf{e}_m = \mathbf{i}_m + \boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_m.$$

Очевидно, в силу локальности базиса \mathbf{e}_m , вектор $\boldsymbol{\varphi}$ есть локальная характеристика среды (полевая переменная): $\boldsymbol{\varphi} = \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{r})$.

Найдем $\frac{\partial \mathbf{e}_m}{\partial \mathbf{r}}$, используя производную Гато:

$$\begin{aligned}
 d\mathbf{e}_m &= \frac{\partial \mathbf{e}_m}{\partial \mathbf{r}} \cdot d\mathbf{r} = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \frac{\mathbf{i}_m + \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{r} + \varepsilon \cdot d\mathbf{r}) \times \mathbf{i}_m - \mathbf{i}_m - \boldsymbol{\varphi}(\mathbf{r}) \times \mathbf{i}_m}{\varepsilon} = \\
 &= \left(\frac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial \mathbf{r}} \cdot d\mathbf{r} \right) \times \mathbf{i}_m = \left(\frac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial \mathbf{r}} \cdot (\mathbf{i}_p \mathbf{i}_p) \cdot d\mathbf{r} \right) \times \mathbf{i}_m = \left(\frac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial \mathbf{r}} \cdot \mathbf{i}_p \right) \cdot (\mathbf{i}_p \cdot d\mathbf{r}) \times \mathbf{i}_m = \\
 &= \left(\frac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial \mathbf{r}} \cdot \mathbf{i}_p \right) \times \mathbf{i}_m \cdot (\mathbf{i}_p \cdot d\mathbf{r}) = \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial \mathbf{r}} \cdot (\mathbf{i}_p \times \mathbf{i}_m, \mathbf{i}_p) \cdot d\mathbf{r}.
 \end{aligned}$$

Тогда

$$\frac{\partial \mathbf{e}_m}{\partial \mathbf{r}} = \frac{\partial(\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_m)}{\partial \mathbf{r}} = \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial \mathbf{r}} \cdot ((\mathbf{i}_p \times \mathbf{i}_m) \mathbf{i}_p).$$

Между прочим, мы получили специальный вид т.н. деривационной формулы [11], которая используется при расчете дифференциальных операторов в криволинейных системах

координат. Имеем для оператора $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{r}}$:

$$\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{r}} = P^m \cdot \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial \mathbf{r}} \cdot (\mathbf{i}_p \times \mathbf{i}_m, \mathbf{i}_p) + \left(\frac{\partial P^m}{\partial \mathbf{r}} \cdot \mathbf{i}_s \right) \cdot (\mathbf{e}_m \mathbf{i}_s).$$

Теперь получим выражение координат P^m в базисе \mathbf{e}_m через P_r в базисе \mathbf{i}_r :

$$P^m \mathbf{e}_m = P_r \mathbf{i}_r,$$

$$P^m = P_r (\mathbf{i}_r \cdot \mathbf{e}_m) = P_r (\mathbf{i}_r \cdot (\mathbf{i}_m + \boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_m)) = P_m + (1 - \delta_{mr}) \mathbf{i}_r \cdot (\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_m) P_r.$$

Здесь δ_{mr} – символ Кронекера.

При подстановке P^m в $\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{r}}$ видно, что первый член не дает вклада в $Tr\left(\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{r}}\right)$.

Рассмотрим второй член

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial P^m}{\partial \mathbf{r}} \cdot \mathbf{i}_s \right) \cdot (\mathbf{e}_m \mathbf{i}_s) &= \left(\frac{\partial P_m}{\partial \mathbf{r}} \cdot \mathbf{i}_s + (1 - \delta_{mr}) \frac{\partial (\mathbf{i}_r \cdot (\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_m) P_r)}{\partial \mathbf{r}} \cdot \mathbf{i}_s \right) \cdot (\mathbf{e}_m \mathbf{i}_s) = \\ &= \left(\frac{\partial P_m}{\partial \mathbf{r}} \cdot \mathbf{i}_s + (1 - \delta_{mr}) \frac{\partial (\mathbf{i}_r \cdot (\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_m) P_r)}{\partial \mathbf{r}} \cdot \mathbf{i}_s \right) \cdot ((\mathbf{i}_m + \boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_m) \mathbf{i}_s) \approx \\ &\quad \left(\frac{\partial P_m}{\partial \mathbf{r}} \cdot \mathbf{i}_s \right) \cdot (\mathbf{i}_m \mathbf{i}_s) + \left(\frac{\partial P_m}{\partial \mathbf{r}} \cdot \mathbf{i}_s \right) \cdot ((\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_m) \mathbf{i}_s) + \\ &\quad \left((1 - \delta_{mr}) \frac{\partial (\mathbf{i}_r \cdot (\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_m) P_r)}{\partial \mathbf{r}} \cdot \mathbf{i}_s \right) \cdot (\mathbf{i}_m \mathbf{i}_s). \end{aligned}$$

Рассмотрим вектор

$$\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_m = (\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_m)_j \mathbf{i}_j = ((\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_m) \cdot \mathbf{i}_j) \mathbf{i}_j.$$

Ясно, что при $m = j$ $(\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_m)_j = 0$, и второе слагаемое не дает вклада в $Tr\left(\frac{\partial \mathbf{P}}{\partial \mathbf{r}}\right)$.

Теперь перейдем к базису \mathbf{i}_m и рассмотрим последовательно первый и третий члены:

$$\begin{aligned} \left(\frac{\partial P_m}{\partial \mathbf{r}} \cdot \mathbf{i}_s \right) \cdot (\mathbf{i}_m \mathbf{i}_s) &= \left(\frac{\partial P_m}{\partial x_p} (\mathbf{i}_p \cdot \mathbf{i}_s) \right) \cdot (\mathbf{i}_m \mathbf{i}_s) = \left(\frac{\partial P_m}{\partial x_p} \delta_{ps} \right) \cdot (\mathbf{i}_m \mathbf{i}_s) = \left(\frac{\partial P_m}{\partial x_m} \right) \cdot (\mathbf{i}_m \mathbf{i}_s), \\ Tr\left(\left(\frac{\partial P_m}{\partial x_m} \right) \cdot (\mathbf{i}_m \mathbf{i}_s)\right) &= \left(\frac{\partial P_m}{\partial x_m} \right) = \nabla \cdot \mathbf{P}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \left((1 - \delta_{mr}) \frac{\partial(\mathbf{i}_r \cdot (\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_m) P_r)}{\partial \mathbf{r}} \cdot \mathbf{i}_s \right) \cdot (\mathbf{i}_m \mathbf{i}_s) = \left((1 - \delta_{mr}) \frac{\partial(\mathbf{i}_r \cdot (\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_m) P_r)}{\partial x_p} (\mathbf{i}_p \cdot \mathbf{i}_s) \right) \cdot (\mathbf{i}_m \mathbf{i}_s) = \\
 & = \left((1 - \delta_{mr}) \frac{\partial(\mathbf{i}_r \cdot (\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_m) P_r)}{\partial x_p} \delta_{ps} \right) \cdot (\mathbf{i}_m \mathbf{i}_s) = \left((1 - \delta_{mr}) \frac{\partial(\mathbf{i}_r \cdot (\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_m) P_r)}{\partial x_s} \right) \cdot (\mathbf{i}_m \mathbf{i}_s), \\
 & \text{Tr} \left(\left((1 - \delta_{mr}) \frac{\partial(\mathbf{i}_r \cdot (\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_m) P_r)}{\partial x_s} \right) \cdot (\mathbf{i}_m \mathbf{i}_s) \right) = (1 - \delta_{mr}) \frac{\partial(\mathbf{i}_r \cdot (\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_m) P_r)}{\partial x_m}.
 \end{aligned}$$

Разложим $\boldsymbol{\varphi}$ по базису \mathbf{i}_m : $\boldsymbol{\varphi} = \varphi_m \mathbf{i}_m$. Имеем:

$$\begin{aligned}
 (1 - \delta_{mr}) \frac{\partial(\mathbf{i}_r \cdot (\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_m) P_r)}{\partial x_m} &= \frac{\partial}{\partial x_1} (\varphi_3 P_2) - \frac{\partial}{\partial x_1} (\varphi_2 P_3) - \frac{\partial}{\partial x_2} (\varphi_3 P_1) + \frac{\partial}{\partial x_2} (\varphi_1 P_3) + \\
 &+ \frac{\partial}{\partial x_3} (\varphi_2 P_1) - \frac{\partial}{\partial x_3} (\varphi_1 P_2) = -\nabla \cdot (\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{P}).
 \end{aligned}$$

Собирая результаты, получим выражение для дивергенции импульса:

$$\nabla' \cdot \mathbf{P} = \nabla \cdot \mathbf{P} - \nabla \cdot (\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{P}). \quad (13)$$

2. Расчет $\nabla' \varepsilon$

Найдем выражение для градиента ε . Будем рассматривать переход от базиса \mathbf{e}_m к базису \mathbf{i}_m как замену переменной скалярной функции векторного аргумента. По определению

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{r}} &= \left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{r}'} \right)^T \cdot \frac{\partial \mathbf{r}'}{\partial \mathbf{r}} = \left(\frac{\partial \mathbf{r}'}{\partial \mathbf{r}} \right)^T \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial \mathbf{r}'}, \\
 \mathbf{r}' &= \mathbf{r} + \boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{r}.
 \end{aligned}$$

Здесь знак T означает транспонирование. Используя производную Гато, найдем:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \mathbf{r}'}{\partial \mathbf{r}} &= \mathbf{I} + \boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{I} + \frac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial \mathbf{r}} \times \mathbf{r}, \\
 \left(\frac{\partial \mathbf{r}'}{\partial \mathbf{r}} \right)^T &= \nabla \mathbf{r}' = \mathbf{I} - \mathbf{I} \times \boldsymbol{\varphi} - \mathbf{r} \times \left(\frac{\partial \boldsymbol{\varphi}}{\partial \mathbf{r}} \right)^T = \mathbf{I} - \mathbf{I} \times \boldsymbol{\varphi} - \mathbf{r} \times \nabla \boldsymbol{\varphi}.
 \end{aligned}$$

Тогда градиент ε равен

$$\nabla \varepsilon = (\mathbf{I} - \mathbf{I} \times \boldsymbol{\varphi} - \mathbf{r} \times \nabla \boldsymbol{\varphi}) \cdot \nabla' \varepsilon.$$

Отсюда, с учетом малости $\boldsymbol{\varphi}$, обращая оператор $\mathbf{I} - \mathbf{I} \times \boldsymbol{\varphi} - \mathbf{r} \times \nabla \boldsymbol{\varphi}$, получим

$$\nabla' \varepsilon = (\mathbf{I} + \mathbf{I} \times \boldsymbol{\varphi} + \mathbf{r} \times \nabla \boldsymbol{\varphi}) \cdot \nabla \varepsilon. \quad (14)$$

3. Расчет $\nabla' \cdot \mathbf{T}$

Теперь необходимо найти $\nabla' \cdot \mathbf{T}$. Для этого воспользуемся формулой для дивергенции диады:

$$\nabla \cdot (\mathbf{u}\mathbf{v}) = (\nabla \cdot \mathbf{u})\mathbf{v} + \mathbf{u} \cdot (\nabla \mathbf{v}),$$

а также известными формулами векторного анализа.

$$\begin{aligned}\nabla' \cdot \mathbf{T} &= -\nabla' \cdot (w\mathbf{e}_3\mathbf{e}_3) = -\nabla' \cdot (\mathbf{e}_3)\mathbf{e}_3 - w\mathbf{e}_3 \cdot (\nabla'\mathbf{e}_3) = \\ &= -(\nabla \cdot (w\mathbf{e}_3))\mathbf{e}_3 - (\nabla \cdot (\boldsymbol{\varphi} \times w\mathbf{e}_3))\mathbf{e}_3 - w\mathbf{e}_3 \cdot (\nabla'\mathbf{e}_3) = \\ &= -(\nabla w \cdot \mathbf{e}_3)\mathbf{e}_3 - (w\nabla \cdot \mathbf{e}_3)\mathbf{e}_3 - ((\nabla \times \boldsymbol{\varphi}) \cdot w\mathbf{e}_3)\mathbf{e}_3 + ((\nabla \times w\mathbf{e}_3) \cdot \boldsymbol{\varphi})\mathbf{e}_3 - w\mathbf{e}_3 \cdot (\nabla'\mathbf{e}_3).\end{aligned}$$

Вычисляем последовательно:

$$\begin{aligned}(\nabla w \cdot \mathbf{e}_3)\mathbf{e}_3 &= (\nabla w \cdot (\mathbf{i}_3 + \boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_3))(\mathbf{i}_3 + \boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_3) \approx \\ &= (\nabla w \cdot \mathbf{i}_3)\mathbf{i}_3 + (\nabla w \cdot (\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_3))\mathbf{i}_3 + (\nabla w \cdot \mathbf{i}_3)(\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_3), \\ (w\nabla \cdot \mathbf{e}_3)\mathbf{e}_3 &= w(\nabla \cdot (\mathbf{i}_3 + \boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_3))(\mathbf{i}_3 + \boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_3) \approx w((\nabla \times \boldsymbol{\varphi}) \cdot \mathbf{i}_3)\mathbf{i}_3, \\ ((\nabla \times \boldsymbol{\varphi}) \cdot w\mathbf{e}_3)\mathbf{e}_3 &= w((\nabla \times \boldsymbol{\varphi}) \cdot (\mathbf{i}_3 + \boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_3))(\mathbf{i}_3 + \boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_3) \approx w((\nabla \times \boldsymbol{\varphi}) \cdot \mathbf{i}_3)\mathbf{i}_3, \\ ((\nabla \times w\mathbf{e}_3) \cdot \boldsymbol{\varphi})\mathbf{e}_3 &= ((\nabla \times w(\mathbf{i}_3 + \boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_3)) \cdot \boldsymbol{\varphi})(\mathbf{i}_3 + \boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_3) \approx ((\nabla w \times \mathbf{i}_3) \cdot \boldsymbol{\varphi})\mathbf{i}_3.\end{aligned}$$

Найдем градиент \mathbf{e}_3 , используя производную Гато.

$$\begin{aligned}d\mathbf{e}_3 &= \frac{\partial \mathbf{e}_3}{\partial \mathbf{r}} \cdot d\mathbf{r} = \left(\frac{\partial \mathbf{e}_3}{\partial \mathbf{r}'} \right)^T \cdot \frac{\partial \mathbf{r}'}{\partial \mathbf{r}} \cdot d\mathbf{r} = (\nabla' \mathbf{e}_3) \cdot (\nabla \mathbf{r}')^T \cdot d\mathbf{r} = (\nabla \mathbf{e}_3)^T \cdot d\mathbf{r}. \\ (\nabla' \mathbf{e}_3) &= (\nabla \mathbf{e}_3)^T \cdot (\nabla \mathbf{r}')^{-T} = (\nabla \mathbf{r}')^{-1} \cdot (\nabla \mathbf{e}_3) = \\ &= (\mathbf{I} + \mathbf{I} \times \boldsymbol{\varphi} + \mathbf{r} \times \nabla \boldsymbol{\varphi}) \cdot \nabla (\mathbf{i}_3 + \boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_3) \approx \nabla (\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_3), \\ \mathbf{i}_3 \cdot \nabla (\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_3) &= ((\mathbf{i}_3 \cdot \mathbf{i}_p)(\mathbf{i}_p \times \mathbf{i}_3)) \cdot \nabla \boldsymbol{\varphi} = ((\mathbf{i}_3 \cdot \mathbf{i}_3)(\mathbf{i}_3 \times \mathbf{i}_3)) \cdot \nabla \boldsymbol{\varphi} = 0.\end{aligned}$$

Собирая результаты, получим:

$$\begin{aligned}\nabla' \cdot \mathbf{T} &= -(\nabla w \cdot \mathbf{i}_3)(\mathbf{i}_3 + \boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_3) - 2w((\nabla \times \boldsymbol{\varphi}) \cdot \mathbf{i}_3)\mathbf{i}_3 = \\ &= -(\nabla w \cdot \mathbf{i}_3)(\mathbf{i}_3 + \boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_3) - 2w(\nabla \cdot (\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_3))\mathbf{i}_3.\end{aligned}\tag{15}$$

Расчет вектора поворота $\boldsymbol{\varphi}$

Для того чтобы явно учесть локальность базиса, а значит зависимость от $\chi(\mathbf{r})$, перейдем к не нормированному на 1 ортогональному базису \mathbf{m}_j . Новую нормировку выбираем из требования, чтобы при переходе к континуальному приближению $\chi(\mathbf{r}) = \chi_0 = \text{const}$ (или $\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon_0 = \text{const}$) векторы \mathbf{m}_j переходили в \mathbf{e}_j . (тем самым мы учтем преломление волны в кристалле).

$$\begin{aligned}\mathbf{m}_1 &= \frac{\mathbf{D}}{D_0} = \frac{\varepsilon \mathbf{E}}{\varepsilon_0 E} = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} \mathbf{e}_1, \\ \mathbf{m}_2 &= \frac{\mathbf{H}}{H_0} = \frac{\sqrt{\varepsilon} \mathbf{E}}{\sqrt{\varepsilon_0} E} = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}} \mathbf{e}_2, \\ \mathbf{m}_3 &= \frac{\mathbf{P}}{P_0} = \frac{\sqrt{\varepsilon} |\mathbf{E}|^2}{\sqrt{\varepsilon_0} |\mathbf{E}|^2} \mathbf{e}_3 = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}} \mathbf{e}_3.\end{aligned}$$

В этом базисе тензор \mathbf{T} имеет вид

$$\mathbf{T} = -w(\mathbf{e}_3\mathbf{e}_3) = -w \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0} (\mathbf{m}_3\mathbf{m}_3).$$

Коэффициенты Ламе [11] $h_j = |\mathbf{m}_j|$ для базиса \mathbf{m}_j равны

$$h_1 = |\mathbf{m}_1| = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}; \quad h_2 = |\mathbf{m}_2| = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}}; \quad h_3 = |\mathbf{m}_3| = \sqrt{\frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}}.$$

Определим вектор смещения $\mathbf{u} = \mathbf{m}_j - \mathbf{e}_j$ при переходе от одного базиса к другому вдоль соответствующих направлений осей координат. При этом будем считать, что $\varepsilon(\mathbf{r}) = \varepsilon(\mathbf{hr})$, где \mathbf{h} – вектор обратной решетки. Тем самым мы фактически используем модель идеального кристалла. (Отметим, что это ограничение отнюдь не является принципиальным. Здесь же можно «руками» вводить всевозможные отклонения от идеальной периодичности, т.е. проводить обобщение теории на деформированное состояние кристалла.) Для определенности можно выбрать стандартную форму поляризуемости, используемую в динамической теории дифракции.

$$\varepsilon = 1 + \chi_0 + \chi_h \left(\exp(i\mathbf{hr}) + \frac{\chi_{\bar{h}}}{\chi_h} \exp(-i\mathbf{hr}) \right) = \varepsilon_0 + \chi_h f(\mathbf{hr}). \quad (16)$$

$$\mathbf{u} = (h_j - 1)\mathbf{e}_j = (h_j - 1)(\mathbf{i}_j + \boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_j). \quad (17)$$

Фактически мы здесь вводим альтернативную концепцию описания взаимодействия поля и вещества. При обычном описании мы используем представление о взаимодействии, разворачивающемся в евклидовом пространстве с неизменными метрическими характеристиками. Пространство в этой концепции играет пассивную роль «вместилища» событий.

Альтернативная концепция придает теории геометрическую интерпретацию, которая восходит еще к идее Эйнштейна о том, что геометрия пространства не задается *ad hoc*, а определяется взаимодействием, в данном случае поля и вещества. Таким образом, геометрия приобретает динамический характер [6].

В данном случае реакция среды на внешнее возмущение рассматривается как локальное изменение геометрии – поворот базиса, определяемое структурными характеристиками среды. Или, иначе, взаимодействие меняет геометрию.

Здесь позволительно провести аналогию с принципом эквивалентности в общей теории относительности. На вопрос, какова геометрия мира, можно ответить двояко. В первом случае пространство плоское и все тела испытывают гравитационное взаимодействие. Во втором случае взаимодействия нет, но пространство кривое [6].

Разумеется, рассматриваемая здесь теория не претендует на глобальность и мировоззренческий статус общей теории относительности.

Мы воспользуемся результатами линейной теории упругости [14], в которой малые смещения среды рассматриваются как полевые переменные, определяющие симметричный тензор деформации $\boldsymbol{\varepsilon}(\mathbf{r})$ и антисимметричный тензор вращений $\boldsymbol{\omega}(\mathbf{r})$. Как известно, любому антисимметричному тензору ставится в соответствие дуальный ему вектор. Этим вектором в случае $\boldsymbol{\omega}(\mathbf{r})$ оказывается аксиальный вектор малых вращений $\boldsymbol{\varphi}$. Геометрический смысл вектора $\boldsymbol{\varphi}$ заключается в повороте окрестности заданной точки среды как целого вокруг оси вращения, при этом угол и направление поворота совпадают соответственно с длиной и направлением вектора $\boldsymbol{\varphi}$.

Исходя из этой интерпретации, в теории упругости выводится следующее фундаментальное соотношение, определяющее вектор поворота $\boldsymbol{\varphi}$ через ротор вектора смещения [14]:

$$\boldsymbol{\Phi} = \frac{1}{2} \nabla \times \mathbf{u}. \quad (18)$$

Согласно (18), используя (17), получим:

$$2\boldsymbol{\Phi} = \nabla \times \mathbf{u} = \nabla \times (h_j - 1)(\mathbf{i}_j + \boldsymbol{\Phi} \times \mathbf{i}_j) = \nabla(h_j - 1) \times \mathbf{i}_j + \nabla \times ((h_j - 1)(\boldsymbol{\Phi} \times \mathbf{i}_j)).$$

Или, с учетом (16) и малости χ :

$$2\boldsymbol{\Phi} = \frac{\chi_h}{2} \nabla f \times (2\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2 + \mathbf{i}_3) + \frac{\chi_h}{2} \nabla \times (f(2\boldsymbol{\Phi} \times \mathbf{i}_1 + \boldsymbol{\Phi} \times \mathbf{i}_2 + \boldsymbol{\Phi} \times \mathbf{i}_3)). \quad (19)$$

Решение уравнения (19) ищем в виде разложения в ряд по малому параметру χ_h :

$$\boldsymbol{\Phi} = \boldsymbol{\Phi}_0 + \chi_h \boldsymbol{\Phi}_1 + \dots$$

Действуя стандартным методом теории возмущений, получаем решение в нулевом приближении $\boldsymbol{\Phi}_0 = 0$ и приближении первого порядка:

$$\boldsymbol{\Phi}_1 = \frac{1}{4} (\nabla f \times (2\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2 + \mathbf{i}_3)).$$

Тогда решение уравнения (19) в приближении первого порядка примет вид:

$$\boldsymbol{\Phi} = \frac{\chi_h}{4} (\nabla f \times (2\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2 + \mathbf{i}_3)) = \frac{\nabla \chi}{4} \times (2\mathbf{i}_1 + \mathbf{i}_2 + \mathbf{i}_3). \quad (20)$$

$$\nabla f = \mathbf{h}f'(\mathbf{h}\mathbf{r}).$$

Согласно (20), величина $\boldsymbol{\Phi}$ является локальной мерой отклонения геометрических характеристик среды по отношению к распространению электромагнитных волн от континуального приближения.

Вектор $\boldsymbol{\Phi}$ при условии $\chi = \chi(\mathbf{h}\mathbf{r})$ т.е. если кристалл идеальный, сохраняет ориентацию в пространстве и не совпадает с базисными векторами \mathbf{i}_m . Если бы он совпадал с \mathbf{i}_1 , то реализовывалась бы σ -поляризация, а если бы с \mathbf{i}_2 – π -поляризация. Следовательно, при прохождении волны реализуется суперпозиция σ - и π -поляризаций, и это, по-видимому, общий результат. Отсюда вывод: разделение волн на поляризации при рассмотрении задач рассеяния рентгеновской волны на кристалле не вполне корректно даже в случае идеального кристалла.

Разумеется, сохранение ориентации вектора $\boldsymbol{\Phi}$ в пространстве есть специфическое свойство только идеального кристалла. В других случаях, скажем при учете деформации кристалла, вектор $\boldsymbol{\Phi}$ будет локально менять свою ориентацию в пространстве, например, прецессировать вокруг первоначального направления, соответствующего идеальному кристаллу.

Вывод основной системы уравнений в декартовом базисе

Линеаризуем фундаментальную систему (12) по малой величине χ .

$$\nabla' \cdot \mathbf{T} + w \nabla \varepsilon = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t},$$

$$\nabla' \cdot \mathbf{P} - \nabla \varepsilon \cdot \mathbf{P} = -\frac{\varepsilon}{c^2} \frac{\partial w}{\partial t}.$$

Тогда, используя явные выражения для дивергенций и градиента (13), (14), (15), получим:

$$-(\nabla w \cdot \mathbf{i}_3)(\mathbf{i}_3 + \boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_3) - 2w(\nabla \cdot (\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{i}_3))\mathbf{i}_3 + w\nabla\chi = \frac{\partial \mathbf{P}}{\partial t}, \quad (21)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{P} - \nabla \cdot (\boldsymbol{\varphi} \times \mathbf{P}) - \nabla\chi \cdot \mathbf{P} = -\frac{1 + \chi(\mathbf{r})}{c^2} \frac{\partial w}{\partial t}.$$

Эти соотношения представляют собой фундаментальные уравнения изложенной выше теории, которые позволяют рассчитывать импульс и энергию поля при его взаимодействии с кристаллом. Как и в обычной динамической теории дифракции (скажем, уравнения Такаги) такое взаимодействие носит параметрический характер, а значит, при определенных геометрических условиях должен наблюдаться параметрический резонанс. Разумеется, следует ожидать, что эти условия соответствуют уравнению Лауэ, а резонанс физически соответствует возникновению дифракционной волны (в терминах данной теории – появлению соответствующей компоненты полного импульса).

Уравнения (21), в отличие от уравнений дифракции для полей, параметрически зависят не только от χ , а от $\nabla\chi \sim \mathbf{h}$. Отметим, что уравнения являются линейными, что позволяет при построении решения использовать принцип суперпозиции.

Наметим дальнейшее развитие теории применительно к описанию дифракционного рассеяния в кристалле. Основные уравнения, очевидно, не могут быть решены точно, поэтому необходимо воспользоваться методами теории возмущений. При этом в качестве малого параметра используется фурье-компонента поляризуемости χ_h , которая связана с дифракционным рассеянием. Невозмущенные уравнения (нулевое приближение)

$$\begin{aligned} -(\nabla w_0 \cdot \mathbf{i}_3)\mathbf{i}_3 &= \frac{\partial \mathbf{P}_0}{\partial t}, \\ \nabla \cdot \mathbf{P}_0 &= -\frac{1 + \chi_0}{c^2} \frac{\partial w_0}{\partial t}. \end{aligned} \quad (22)$$

описывают распространение импульса-энергии в среде как в континууме.

При этом, в отличие от обычных волновых уравнений, физическое решение для нулевого приближения образуется не из гармонических волн а из их произведений. В самом деле, для гармонических волн имеет место зависимость:

$$\begin{aligned} \mathbf{P} &\sim \mathbf{E}e^{i\psi} \times \mathbf{H}e^{i\psi} \sim E\mathbf{H}e^{i2\psi}, \\ w &\sim (Ee^{i\psi})^2 + (He^{i\psi})^2 \sim E\mathbf{H}e^{i2\psi}. \end{aligned}$$

Тогда для \mathbf{P}_0 и w_0 следует выбрать функционально инвариантные решения в виде квадратов гармонических волн, содержащие постоянные (неосциллирующие) составляющие. Очевидно, именно эти составляющие фиксируются в эксперименте. Такие решения не являются гармоническими, поэтому нельзя путем простой подстановки избавиться от производных по времени и перейти к чисто пространственной задаче. Следовательно, необходимо развивать теорию возмущений для системы уравнений в частных производных типа (22).

Эта задача является предметом дальнейшего исследования.

*Автор благодарен профессору Ю.П. Хапачеву
за поддержку данной работы.*

Литература

1. James R.W. The Optical Principles Of The Diffraction Of X Rays. Vol II. – London. G. Bell and sons Ltd., 1962. – 664 p.
2. Пинскер З.Г. рентгеновская кристаллооптика. – М.: Наука, 1982. – 392 с.
3. Дышеков А.А., Хапачев Ю.П. Новые аналитические подходы к задачам рентгенодифракционной кристаллооптики. – Нальчик, 2010. – 45 с.
4. Dyshekov A.A. Generalization of the nonstandard approach in the dynamic theory of diffraction for deformed crystals // Crystallography Reports. – 2013. – Vol. 58, № 7. – P. 984–989.
5. Вариационные принципы механики // Сборник статей классиков науки / под ред. Л.С. Полак. – М.: Физматлит. 1959. – 932 с.
6. Коноплева Н.П., Попов В.Н.. Калибровочные поля. / М. Атомиздат. 1972. 240 с.
7. Катанаев М.О. Геометрические методы в математической физике. – Казань, 2016. – 1570 с. [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://arxiv.org/pdf/1311.0733>.
8. Photonic crystals. Towards Nanoscale Photonic Devices. Lourtioz J.-M., Benisty H., Berger V., Gerard J.-M., Maystre D., Tchelnokov A. // Springer. – 2008. – 514 p.
9. Аристов В.В., Шабельников Л.Г. Современные достижения рентгеновской оптики преломления // УФН. – ГОД. – Т.178, № 1. – С. 61–83.
10. Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия. Методы и приложения. – М.: Наука, 1986. – 760 с.
11. Лурье А.И. Теория упругости. – М.: Наука, 1970. – 940 с.
12. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1981. – 544 с.
13. Вильчевская Е.Н. Тензорная алгебра и тензорный анализ: учебное пособие. – СПб., 2012. – 45 с.
14. Сиротин Ю.И., Шаскольская М.П. Основы кристаллофизики. – М.: Наука, 1975. – 680 с.

УДК 93/99(470.26)

СТАНОВЛЕНИЕ НАЦИОНАЛЬНОЙ АВТОНОМИИ КАБАРДИНО-БАЛКАРИИ: ПРЕДПОСЫЛКИ, АЛЬТЕРНАТИВЫ, ИТОГИ (1917–1920-е гг.)

А.Г. Кажаров

Постановка проблемы

Отечественное кавказоведение имеет значительные достижения в области изучения истории Кабардино-Балкарии. Достаточно полный проблемно-тематический охват основных этапов и аспектов исторического развития кабардинского и балкарского народов – социально-экономического, политического и культурного – позволил осуществить целостную реконструкцию и интерпретацию истории Кабардино-Балкарии с древнейших времен до новейшего времени. Центральное место в изучении политической истории XX века занимала проблематика участия народов региона в борьбе за установление советской власти и формирование советской национальной государственности.

Основанные на советской версии марксистской теории исторического процесса и выдержанные в русле идеологии марксизма-ленинизма историографические концепции были достаточно стройными и, в определенном смысле, «законченными». Но в условиях крушения советской партийно-государственной системы и радикального идейно-политического поворота, совершавшегося в российском обществе и государстве, практически все их ключевые аспекты оказались проблематизированы. При этом давление общественной атмосферы и групповых интересов на академическую историографию было ничуть не меньшим, чем в условиях партийно-государственного диктата советского времени.

В Кабардино-Балкарии в поле общественно значимого интереса к прошлому оказались проблемы становления национальной автономии кабардинского и балкарского народов. Они сохраняют перманентную актуальность в постсоветской и современной общественной жизни республики. Этнополитические коллизии 1990–2000-х гг. завязывались, в том числе на основе противостоящих трактовок исторических сюжетов, относящихся к обстоятельствам становления национальной автономии кабардинцев и балкарцев. Вплоть до настоящего времени этнополитические притязания прямо выводятся из событий и процессов той эпохи. При этом происходит выхватывание из исторического контекста отдельных элементов и вольное обращение с ними. Вместе с тем, надо отметить, что политическим спекуляциям способствует наличие многочисленных «белых пятен» в истории национально-государственного развития кабардинского и балкарского народов.

В то же время весьма влиятельна точка зрения, рассматривающая распад СССР и явления этносепагатизма в России 1990-х гг., как прямое следствие «национально-государственной» конструкции, созданной большевиками в 1920-е гг. Периодически педалируются идеи о необходимости изменения нынешнего государственного устройства Российской Федерации – ликвидации «национальных» субъектов (республик) и так называемой «губернизации», т.е. отказа от федеративного устройства России и перехода к унитарной системе правления. В частности, считается, что этнополитическая структура Северного Кавказа является источником нестабильности, конфликтов и тем самым угрожает целостности и безопасности Российского государства.

Уже эти обстоятельства свидетельствуют, насколько важно актуализировать и использовать опыт решения сложных проблем государственного строительства,

национальной политики и национальных отношений в России в конструктивных целях. В частности, анализ исторического опыта в сфере национально-государственного строительства в регионе убедительно свидетельствует о том, что именно формирование системы национальных автономий стало главным фактором стабилизации этнополитической ситуации, разрешения многочисленных проблем в межэтнических отношениях, а также укоренения и легитимации Российского государства на Северном Кавказе.

Но актуальность всестороннего научного освещения данной темы выходит за рамки прикладных общественно-политических задач текущей ситуации. Перед академической историографией, независимо от культурно-идеологической и политической конъюнктуры, стоит задача формирования запаса научно обоснованных, достоверных знаний о прошлом, которые позволяют обществу находить верную ориентацию в меняющихся исторических условиях существования. С этой точки зрения следует отметить, что остается ряд проблем, связанных с историческими, политико-институциональными и административно-территориальными аспектами формирования национальной автономии Кабардино-Балкарии и требующих дальнейшего глубокого и тщательного изучения.

Фундаментальной проблемой исследования национально-политических процессов в Кабардино-Балкарии является эмпирически и концептуально насыщенное решение вопроса о соотношении преемственности и разрывов в эволюции административно-политического статуса народов и территорий в системе российской государственности – имперской, советской и современной. Во влиятельных направлениях современной историографии, как ранее в советской, гипертрофируется разрыв единой исторической траектории национально-политического развития горских народов на переходе от имперской к советской государственности. Но в долговременной исторической перспективе на первый план выступает преемственность длительного, сложного и противоречивого процесса поиска оптимальных форм и механизмов легитимации Российского государства в регионе. Необходимо специальное исследование складывавшихся еще до революции предпосылок формирования системы национальных автономий после революции.

Исходя из этого, по-новому актуализируется исследование форм и факторов взаимодействия трансформаций и преемственности в административно-политической организации Северо-Кавказского региона в условиях распада российской государственности в период революции и Гражданской войны. Для Кабарды и Балкарии ключевые проблемы здесь связаны с национально-политической самоорганизацией, выбором ориентации по отношению к противоборствующим идейно-политическим лагерям, к дезинтеграционным и интеграционным процессам в регионе. Распад Российской империи и последующее собирание народов и территорий в единое государство сопровождалось на Северном Кавказе столкновением идейно-политических течений, олицетворяемых Февральской и Октябрьской революциями 1917 г. В регионе они не сменяли, а дополняли друг друга, образуя сложное переплетение проблем и противоречий. Деятельность Союза объединенных горцев, формирование Терской и Горской республик воплотили взаимосвязанные и взаимообусловленные этапы национально-политического и социально-исторического развития горских народов.

С учетом накопленного в 1917–1918 гг. опыта национального самоопределения и становления этнополитической субъектности Кабарды и Балкарии появляется возможность существенно уточнить и обогатить интерпретацию процессов конституирования советских национальных автономий Северного Кавказа в 1920-е гг. и места в них народов Кабардино-Балкарии. Специфический аспект проблемы, не получивший до сих пор детальной разработки, составляет взаимосвязь этнотерриториального фактора и институциональных форм развития указанных процессов. Здесь необходимо специальное исследование выработки и последующих корректировок национальной политики советской власти в регионе во взаимосвязи с

формированием этнополитической воли кабардинского и балкарского народов и ее выражением в деятельности местной советской элиты как системообразующих факторов становления национальной советской автономии Кабардино-Балкарии. Взаимосближение и взаимоадаптация государственной политики и национально-государственных предпочтений народов способствовали выработке формы автономии, интегрировавшей в себе принципы и механизмы управления и самоуправления в рамках Кабардино-Балкарской автономной области.

Таким образом, высокую степень общественной и научной актуальности имеет весь комплекс традиционных и новых проблем изучения становления национальной советской автономии Кабардино-Балкарии, а это, прежде всего, формирование исторических факторов изменения административно-политического статуса народов Кабардино-Балкарии в составе Российского государства; функционирование во взаимодействии и взаимовлиянии Горской и Терской республик в годы Гражданской войны; кристаллизация национального самосознания и собственной позиции по вопросам этнополитического развития; отношение широких слоев горских народов к идее и результатам реализации коллективных и самостоятельных этнонациональных форм политической самоорганизации; конкретно-историческая обусловленность процессов выхода Кабарды и Балкарии из состава Горской АССР и объединения Кабарды и Балкарии в рамках общей автономии; роль представителей этноэлит на разных этапах национально-государственного развития кабардинского и балкарского народов.

Исторические предпосылки и политические факторы движения народов Кабардино-Балкарии к национальной автономии

Административные единицы и, прежде всего, округа, в которых были сосредоточены горские народы, в том числе кабардинцы и балкарцы, становились в дореволюционный период формой управления со стороны имперской администрации. Административная система Нальчикского округа характеризовалась также наличием в ней отдельных элементов народного самоуправления. Но в составе окружной администрации было незначительное число выходцев из горских народов¹. В силу этого принимаемые решения не учитывали особенности и проблемы их жизнеобеспечения.

Формирование территорий кабардинского и балкарского народов сопровождалось насильственной перекройкой административных и этнических границ. Меры по изменению границ округов становились фактором, определявшим характер межэтнических отношений. Административно-территориальные изменения привели к подрыву региональной системы землевладения, землепользования и межэтнических отношений, усилению значимости категорий «этническая территория» и «этническая граница» в системе представлений горских народов и их жизнеобеспечения, актуализации проблем внутриэтнической политической консолидации, осознанию противоречивости национальных интересов в условиях аграрно-национальной политики Российской империи. В результате сформировался комплекс проблем и противоречий, решение которых требовало трансформации государственной политики на Северном Кавказе и административно-политического статуса горских народов.

В дореволюционный период оформилась устойчивая этнотерриториальная и административно-территориальная структура Кабардино-Балкарии. Именно «административно-этнические» границы, в основном сформировавшиеся в дореволюционный период, были

¹ Дышеков М.В. Трансформация традиционной элиты Кабарды и Балкарии во второй половине XIX–начале XX вв.: дис. ... канд. ист. наук. – Нальчик, 2001. – С. 100; Кумыков Т.Х. Общественная мысль и просвещение адыгов и балкаро-карачаевцев. – С. 324.

наполнены советской властью «национально-политическим» содержанием². Более того, характер, роль и значение указанных границ для горских народов диктовали необходимость оформления стабильной национально-государственной системы, элементами которой на Северном Кавказе впоследствии стали советские автономии, в том числе Кабардино-Балкарская автономная область.

Политический процесс на Северном Кавказе, несмотря на актуализацию национальной проблематики, в 1917 г. развернулся в рамках общероссийских политических тенденций. Характерной чертой исторической ситуации было отсутствие политических и социальных сил, которые проповедовали сепаратистские идеи в горской среде. Надежда на демократизацию и установление республиканского строя в России определяли сущность общественных настроений в регионе. На первом съезде горских народов в мае 1917 г. был сформулирован ряд актуальных задач, имевших по своей сути демократический характер, в том числе по изменению национально-государственного статуса горских народов. В частности, было принято решение вынести на Учредительное собрание вопрос о создании Кавказской федерации в рамках будущей Российской республики³.

Анализ документов и материалов первого съезда горских народов показывает, что вопрос об автономии не был ключевым в его работе. Отношение к продолжавшейся Первой мировой войне и Временному правительству, проблемы просвещения, культурного развития и социально-экономические вопросы занимали центральное место в обсуждениях делегатов горских народов⁴. Поэтому нет объективных оснований делать вывод о том, что на съезде была провозглашена государственность в форме автономии или независимой государственности. Горская интеллигенция принимала не только деятельное участие в институционализации областных и окружных органов Временного правительства на Северном Кавказе. Она стала национально-политической силой, транслирующей в регион государственно-политический проект российской либерально-демократической революции с учетом исторических и этнокультурных особенностей региона. Эти процессы начались до созыва первого съезда и завершились только после политического поражения Временного правительства.

На Северном Кавказе обнажились проблемы землепользования и землевладения, обострились межэтнические противоречия, в том числе горско-казачьи антагонизмы. В таких условиях складывается ситуация, когда Союз объединенных горцев мог трансформироваться в реальный орган власти и управления, взяв на себя ответственность за решение актуальных проблем национальной и политической повестки дня. Однако горские элиты оказались не готовы к столь решительным действиям. Затягивание вопроса с созывом Учредительного собрания и отсутствие решений по судьбоносным проблемам, определявшим общественно-политические настроения горских народов, оказали негативное влияние на политические перспективы горской интеллигенции. Анализ политических процессов весны-осени 1917 г. свидетельствует о том, что либерально-демократический проект в регионе провалился, но его историческое значение состояло в том, что обозначились тенденции оформления альтернативных национально-государственных направлений в революционном процессе в последующий период.

Сложившийся в условиях гражданского противостояния в 1918–1920 гг. социально-экономический и политико-идеологический контекст актуализировал проблему выбора горскими народами направления своего национально-государственного развития. Углубление революции сопровождалось конституированием национальных структур,

² Цуциев А., Дзугаев Л. Северный Кавказ: история и границы. 1780–1995. – Владикавказ, 1997. – С. 9.

³ Исторический очерк о горских народах Кавказа в период мировой войны / сост. и вступит. ст. А.Х. Кармова. – Нальчик, 2006. – С. 74.

⁴ Союз объединенных горцев Северного Кавказа и Дагестана (1917–1918 гг.). Горская Республика (1918–1920 гг.). Документы и материалы / сост. Г.И. Какагасанов и др. – Махачкала, 1994. – С. 4–13.

проповедовавших идеологию государственной независимости. Проявления такого рода тенденций не избежал и Северный Кавказ. В основе сепаратистских устремлений представителей горской интеллигенции лежало идеологическое неприятие большевизма, а не антироссийские политические настроения. Легитимность Декларации о независимости⁵, провозглашенной в мае 1918 г., была подорвана из-за того, что предварительно не был созван съезд народов Северного Кавказа, который мог принять соответствующее решение. Педантирование идеи независимости явилось одним из факторов провала их политики. Горскому правительству пришлось действовать в крайне неблагоприятных социально-исторических условиях. Несмотря на это, горские элиты предпринимали попытки по реализации своих национально-государственных идей. Провозглашение независимой Горской республики стало высшей точкой их политической деятельности. Союз объединенных горцев опирался на поддержку Германии и Турции, входивших в Тройственный союз, поражение которого в Первой мировой войне к моменту объявления Горской республики было очевидным. Поэтому ставка на угасающую Османскую империю и само провозглашение горской независимости были следствием необъективной оценки внешнеполитических факторов, которые не были глубоко проанализированы с точки зрения определения перспектив Горской республики.

Проект независимой государственности был продекларирован горской интеллигенцией, но фактически не реализован. Горское правительство было сформировано, но не была до конца институционализирована система власти и управления. Однако с исторической точки зрения Горская республика имеет большое значение. Именно она заложила основы для актуализации национально-государственных проблем в политике советской власти. В частности, Терской республики не было бы без провозглашения Горской республики. Вместе с тем, Терская республика была более «этнонациональной» по сравнению с независимой Горской республикой. Она выступала на стороне советской власти и была реальным субъектом военно-политического противостояния на территории, на которую распространяла свою юрисдикцию. А Горская республика не имела прочных отношений ни с одной из сторон в войне, но при этом сама не стала реальной силой в гражданском и военном противостоянии.

Представители горской интеллигенции, заявившие о формировании независимого государства в регионе в виде Горской республики, не получили широкой социальной и национальной поддержки. В целом, стремление горских народов к формированию «нероссийских» форм государственного развития оказалось весьма слабо выраженным и не получило политико-идеологического оформления. Но Горская и Терская республики стали важной частью национально-политического опыта горских народов, способствовали развитию политической культуры, повышению национального самосознания, кристаллизации национальных интересов. Проблемы формирования национальной автономии горских народов становятся актуальными в политической повестке дня региона. Начинается процесс коренизации региональных органов государственной власти и трансформации инородческого статуса горских народов.

Трансформация земельно-территориального фактора оказала существенное воздействие на формирование системы национально-государственного устройства Кабарды и Балкарии. Исторический контекст формирования автономии Кабардино-Балкарии характеризовался устойчивой тенденцией ухудшения территориальных отношений между Кабардой и соседними этнополитическими образованиями⁶. Этнотерриториальный фактор цементировал процесс

⁵ Там же. – С. 7, 8.

⁶ Бугай Н.Ф. Горская АССР: правомерность создания, особенности, причины и ход ликвидации // Национально-государственное строительство в Российской Федерации: Северный Кавказ (1917–1941 гг.). – Майкоп, 1995. – С. 68.

оформления Кабардинской автономной области, поэтому в комплексе предпосылок формирования советской национальной государственности Кабарды он занимает значительное место.

В данном случае наблюдается преемственность в политике дореволюционной и советской власти. Например, как один из вариантов решения земельной проблемы и та и другая предлагали переселение локальных этнических групп на другую территорию. Указанная преемственность тем более очевидна, что обе политические системы в определенный период воспринимали горские народы как нечто целое и однородное, и самое главное – неизменное, что касалось «общегорского» земельного фонда. Всерьез не воспринималась идея о необходимости существенного его расширения путем возврата потерянных в годы Кавказской войны земель. Ликвидация арендных отношений также нарушала традиционную систему соответствия структуры землевладения и землепользования, которая зиждилась на легитимности земельно-территориальных прав народов.

Политика органов советской власти полностью игнорировала историческое происхождение этнотерриториальной идентичности народов. Это проявилось сразу же после восстановления советской власти в регионе в 1920 г. Территориальный фактор формирования автономии Кабарды начал складываться до формальной институционализации Горской АССР. Сам факт нахождения Кабарды в составе коллективного национально-государственного образования угрожал ее территориальной целостности. Поэтому происходит инициативная постановка руководством Кабарды вопроса о создании самостоятельной автономной области. В этом виделся способ сохранения национальной территории кабардинского народа.

Проблемы политической институционализации национальной автономии народов Кабардино-Балкарии в 1920-е гг.

Национально-политические процессы, которые были актуализированы условиями российской смуты 1917–1920 гг., и после окончания Гражданской войны представлялись советской власти весьма устойчивыми и воспринимались как объективная реальность. Этническая национально-политическая консолидация, вступившая в завершающую стадию в этот период, недооценивалась и не принималась в расчет в реальной политической практике.

Определяющую роль в разработке и реализации проекта Горской АССР сыграл И.В. Сталин, который согласовывал свои действия с В.И. Лениным. Инициатива горских народов или новой советской административно-политической элиты при ее создании практически не прослеживается. Только после провозглашения Горской республики были проведены соответствующие народные съезды, на которых не ставился вопрос о национальном самоопределении, а разъяснялся смысл провозглашенной горской автономии⁷. Не все народы Северного Кавказа были готовы к принятию коллективной модели горской автономии, которая к тому же ассоциировалась с антисоветскими национально-политическими силами.

Вместе с тем, большинство народов, которые предполагалось включить в Горскую АССР, фактически оказалось в стороне от процесса ее институционализации. Руководство Кабарды неоднократно выражало свое несогласие по вопросу вхождения в состав Горской АССР на разных этапах ее конституирования⁸. Однако в условиях, когда И.В. Сталин фактически провозгласил на съезде народов Терека горскую автономию, чрезмерно жесткая позиция могла быть воспринята как антисоветское выступление. Тем более, что от позиции

⁷ Документы по истории борьбы за советскую власть и образования автономии Кабардино-Балкарии (1917–1922 гг.) / сост. Р.Х. Гугов и др. – Нальчик, 1983. – С. 616.

⁸ Государственный архив новейшей истории Республики Северная Осетия-Алания. – Ф. 204. – Оп. 1. – Д. 4. – Л. 23, 24.

Кабарды зависели возможности фактического «территориального» вхождения в Горскую АССР Карачая и Балкарии, изъявивших соответствующее согласие. Кабарда под административно-политическим давлением вынуждена была войти в состав Горской республики.

Ошибки, допущенные в период провозглашения Горской АССР, возможно было исправить на начальном этапе ее функционирования. Однако ее руководству не удалось этого сделать. Представители отдельных народов, входивших в Горскую республику, были отсечены от активного участия в формировании и функционировании органов власти и управления. Они оказались вне структур системы власти⁹, в рамках которых принимались судьбоносные для всех народов решения. В результате создавались предпосылки для принятия решений, которые могли противоречить или угрожать интересам отдельных народов. Несомненно, такой фактор не мог не стать серьезным препятствием для легитимации Горской республики как общей коллективной государственности части горских народов.

Характер и степень вовлеченности горских народов в национально-политический процесс с 1917 г., осознание ими своих национальных интересов, целей и задач привели к ослаблению после Гражданской войны потенциала общегорских региональных национально-политических факторов и обозначили тенденцию к формированию этнонациональных автономий. Результатом этого процесса стало образование Кабардинской автономной области и распад Горской АССР.

Непонимание советской властью исторической сути происходивших в регионе глубинных этнополитических процессов привело к формированию Горской АССР. Об этом свидетельствует следующее обстоятельство.

Период конца 1920 г., когда была провозглашена Горская АССР, не имел принципиальных отличий от начала 1921 г., когда фактически Кабарда получила возможность постановки вопроса о выходе из ГАСССР. За такой короткий промежуток времени Кабарда не могла стать более подготовленной к обретению собственной автономии с точки зрения наличия внутренних ресурсов. Она инициировала постановку соответствующего вопроса, так как была готова к этому еще до провозглашения Горской АССР. Но ко времени постановки руководством Кабарды вопроса о собственной автономии, несомненно, изменилась общая ситуация. Советская власть победила практически по всей территории России.

Кабарда, как и другие этнополитические образования Северного Кавказа, в принципе была готова к обретению собственной автономии еще до провозглашения коллективной автономии. Значимость национально-политических процессов в Кабарде подтверждается постановкой вопроса о ее выходе из Горской республики. Глубинный характер этого явления выразился и в том, что советское руководство Кабарды, не имея прямого отношения к тем деятелям, которые способствовали оформлению национально-государственной воли кабардинского народа в условиях революции и Гражданской войны 1917–1920 гг., осознало ее историческое значение и продолжило их дело, организовав и возглавив национальное движение кабардинского народа за государственно-политическую автономию.

В результате, несмотря на ожесточенное сопротивление руководства Горской АССР, 1 сентября 1921 г. ВЦИК декретировал образование Кабардинской автономной области. Особенность обретения автономии кабардинского народа заключается в том, что в отличие от аналогичных процессов формирования автономий у других горских народов в его основе было национальное движение, волеизъявление народа и общественно-политическая борьба этноэлиты советской Кабарды.

⁹ Центральный государственный архив Республики Северная Осетия-Алания (далее – ЦГА РСО-А). – Ф. Р-41. – Оп. 1. – Д. 4. – Л. 1; ЦГА РСО-А. – Ф. Р-41. – Оп. 1. – Д. 66. – Л. 2.

Объединенная автономия Кабарды и Балкарии стала политической и экономической формой сотрудничества и сосуществования Кабарды и Балкарии и явилась результатом осознанного национально-государственного выбора кабардинского и балкарского народов. При анализе проблем формирования Кабардино-Балкарской автономной области необходимо принять во внимание следующие обстоятельства. Во-первых, Постановление ВЦИК от 16 января 1922 г. противоречило Конституции РСФСР 1918 г., в которой национальный принцип при формировании органов власти не принимался в расчет. Во-вторых, кабардинская сторона выразила категорическое несогласие объединяться на условиях, зафиксированных в Постановлении ВЦИК от 16 января 1922 г.¹⁰ Руководство Кабардинской автономной области считало противоречащим интересам народов Кабарды формирование системы власти на паритетной основе. Центральной власти не удалось принудить его выполнить условия постановления в этой части. В-третьих, важное значение имело Постановление ВЦИК от 22 июня 1922 г., по которому земельный вопрос балкарского народа был решен за счет территории Кабарды¹¹. Это был основной правовой акт процесса институционализации Кабардино-Балкарской автономной области, который сделал необратимым процесс формирования объединенной автономии кабардинского и балкарского народов.

Важнейшим императивом, сделавшим возможным для руководителей Кабарды уступки по вопросу урезания ее территории в пользу Балкарии, явилось то обстоятельство, что указанное постановление исходило из существования объединенной автономной области. Учитывалось, что масштабные земельные уступки Кабарды могут способствовать смячению трений и стабилизировать ситуацию, только если они будут иметь место в рамках единой автономии. Лидеры Кабарды и Балкарии сумели найти удачную, действительно компромиссную формулу решения проблемы этнотерриториального разграничения. Сущность ее состояла во взаимном признании как земельных интересов и нужд Балкарии, так и исторических прав Кабарды на свою территорию. Принципиально значимым было «опережающее» решение вопроса о политико-административном объединении Кабарды и Балкарии по сравнению с решением проблем этнотерриториального разграничения. Объединение Кабарды и Балкарии стало средством и условием адаптации их к новым историческим реалиям постреволюционного времени.

Административно-территориальное конституирование национальной автономии Кабардино-Балкарии: общие параметры и отдельные проблемы»

В 1920-е гг. в Кабардино-Балкарии была выстроена стройная административно-территориальная структура, учитывавшая как национальный фактор, так и потребности социально-экономического и культурного развития населявших ее народов. Советская власть уделяла пристальное внимание вопросам совершенствования административно-территориального устройства России и предпринимала конкретные шаги после Октябрьской революции 1917 г.¹². Окончание Гражданской войны способствовало более глубокому изучению сути этого вопроса и реализации соответствующей политики.

¹⁰ Административно-территориальные преобразования в Кабардино-Балкарии. История и современность. Сборник документов. – Нальчик, 2000. – С. 95, 96.

¹¹ Центральный государственный архив Кабардино-Балкарской Республики (далее – ЦГА КБР). – Ф. Р-8. – Оп. 1. – Д. 7. – Л. 57.

¹² Шафир М.А. Административно-территориальное устройство Советского государства. – М., 1983. – С. 37.

Советская власть рассматривала Северный Кавказ как единый экономический регион. Некоторые представители руководства Горской АССР воспринимали это как фактор реализации нового коллективного национально-государственного проекта. Однако жесткая позиция руководства Кабардино-Балкарии, продолжавшиеся этнотерриториальные противоречия и вступление в завершающую стадию процесса демонтажа Горской АССР заблокировали стремления по реанимированию коллективной автономии в регионе. Административно-территориальное переустройство Кабардино-Балкарской автономной области было продиктовано усилением значимости национального фактора в 1920-е гг. и стремлением советской власти учитывать его при наличии компактного проживания представителей отдельных народов, а также политикой коренизации аппарата власти и управления. В середине 1920-х гг. в Кабардино-Балкарской автономной области были созданы Казачий округ¹³, Горско-еврейская колония¹⁴ и т.д. Указанный процесс был актуален до конца 1920-х гг., когда был исчерпан демократический потенциал новой экономической политики, и начался этап усиления тоталитарных принципов организации и функционирования советского государства.

Постановление Президиума ВЦИК от 1 сентября 1921 г. об образовании Кабардинской автономной области стало переломным в этнотерриториальных отношениях Кабарды и Балкарии. Во-первых, действия руководства Горской АССР были с этого времени нелегитимными для Кабардинской автономной области. Во-вторых, стала очевидной бесперспективность пребывания Балкарского округа в составе Горской АССР. Возникла ситуация, когда существующие проблемы возможно было решить руководителям Кабарды и Балкарии, что было благоприятным основанием для улучшения общей ситуации.

Устойчивость предложенного в постановлении ВЦИК от 22 июня 1922 г. механизма этнотерриториального разграничения определялась взаимным признанием земельных интересов Балкарии и исторических прав Кабарды на свою территорию¹⁵. Глубинные предпосылки этнотерриториального компромисса лежат в области природно-географических факторов – объективно неустранимой территориальной связанности кабардинского и балкарского народов. Создание Кабардино-Балкарской автономной области стало формой национально-государственной институционализации данной объективной реальности, составной частью которой стало этнотерриториальное разграничение Кабарды и Балкарии.

Постановление ВЦИК от 22 июня 1922 г. определяло решение проблемы этнотерриториального разграничения Кабарды и Балкарии в рамках объединенной автономии, учитывая возможности решения земельного вопроса в Балкарии. Предшествующий период этнотерриториального взаимодействия Кабарды и Балкарии показал безальтернативность решения земельных вопросов Балкарии в рамках общей этнополитической системы с Кабардой. Указанное постановление ВЦИК предусматривало также установление границ между Кабардой и Балкарией, но в рамках объединенной автономии. Решение этого вопроса зависело от проведения землеустроительных работ в Кабарде и Балкарии, а также административно-территориального разграничения Кабардино-Балкарии с Горской АССР и Карачаево-Черкесской автономной областью. Устранение этих препятствий к середине 1920-х гг. способствовало завершению процесса проведения этнотерриториальных границ между Кабардой и Балкарией к концу 1920-х гг.

В истории административно-территориального переустройства Северного Кавказа значительное место по своему накалу, конфликтности, влиянию на национально-государственное развитие и межнациональные отношения занимают земельно-территориальные противоречия между Кабардой и Карачаем в 1920-е гг. Территориальные притязания с Карачаем

¹³ ЦГА КБР. – Ф. Р-2. – Оп. 1. – Д. 363. – Л. 72.

¹⁴ Там же.

¹⁵ ЦГА КБР. – Ф. Р-8. – Оп. 1. – Д. 7. – Л. 57.

являлись для Кабарды более серьезным испытанием, чем проблема ее территориальных отношений с Горской республикой, так как были направлены на часть Нагорных пастбищ, традиционно имевших фундаментальное значение в экономике Кабарды. Указанное обстоятельство оказывало глубокое воздействие на национальное и историческое сознание кабардинского народа. Руководство Кабарды всегда занимало бескомпромиссную позицию именно в территориальных спорах с Карачаем, настаивая на полной неприкосновенности своих границ.

Апогей конфликта пришелся на 1923 г. Руководство Кабардино-Балкарии в целях выработки адекватного ответа на государственную политику, которая в этот период была направлена на отторжение Нагорных пастбищ от Кабарды, решило созвать областную партийную конференцию и областной съезд советов. Кабардино-Балкарский областной партийный комитет РКП(б) попросил санкцию на проведение партийной конференции в Юго-Восточном бюро ЦК РКП(б), однако получил отказ. Несмотря на это, как видно из сводок информационного отдела Государственного политического управления, 25 сентября 1923 г. состоялась областная партийная конференция, а 26 сентября – чрезвычайный съезд советов Кабардино-Балкарии. Как сообщалось в сводке ГПУ, «после Калмыкова выступили и другие представители, обвинявшие не только Центр, но и местную власть. Ораторы разжигали национальные страсти». На конференции приняли постановление потребовать отмены распоряжений высших органов власти, в результате которых часть кабардинских земель была передана Карачаю и Горской республике, и возвращения угнанного скота и т.д. ГПУ дало еще более жесткую оценку открывшемуся 26 сентября съезду. Как было указано в донесениях в Москву, «съезд был похож на антисоветский митинг»¹⁶.

Решение проблем кабардино-карачаевских территориальных противоречий стало возможным в результате принятия Постановления ВЦИК от 21 июля 1924 г. об устранении земельного голода в Карачае за счет свободных земель Кубано-Черноморской и Терской областей¹⁷.

В процессе административно-территориального размежевания Кабардино-Балкарской автономной области и Горской республики встал вопрос не только об этнотерриториальной принадлежности отдельных земельных участков, но и об административном статусе отдельных населенных пунктов. Работа многочисленных комиссий, которые создавались в Центре и на местах, не приводили к желаемым результатам. Руководство Кабардино-Балкарии, выражая интересы населяющих область народов, прилагало усилия для сохранения своей территории. 25 августа 1923 г. состоялся экстренный пленум областного исполнительного комитета Кабардино-Балкарии, на котором обсуждался вопрос о земельно-территориальных претензиях Горской АССР и Карачая¹⁸.

В постановлении ВЦИК от 21 июля 1924 г. содержалось описание точных административных границ и границ землепользования. Решение технических вопросов заняло немало времени. Только в сентябре 1928 г. решение отдельных вопросов, связанных с проведением границ между Кабардино-Балкарской автономной областью и Северо-Осетинской автономной областью были завершены. В конце 1920-х гг. в результате длительного поиска взаимоприемлемых решений, которые отвечали бы интересам всех заинтересованных сторон, было завершено формирование административно-территориальной и этнотерриториальной структуры Кабардино-Балкарской автономной области.

¹⁶ Советская деревня глазами ВЧК–ОГПУ–НКВД. 1918–1939. Документы и материалы. В 4-х тт. / год ред. А. Берловича, В. Данилова. – М., 2000. – Т. 2. 1923–1929. – С. 148–149.

¹⁷ Государственный архив Ростовской области. – . 1390. – Оп. 6. – Д. 656. – Л. 137, 137 об.

¹⁸ ЦГА КБР. – Ф. Р-2. – Оп. 1. – Д. 72. – Л. 1, 2.

Выводы

Становление Кабардино-Балкарской автономной области стало результатом глубокой трансформации природы российского государства и этнополитической адаптации кабардинского и балкарского народов к радикально изменившимся историческим условиям социально-исторического развития.

Формирование административно-территориальных границ Кабарды и Балкарии в дореволюционный период оказало существенное воздействие на последующее становление советской национальной автономии кабардинцев и балкарцев. Во-первых, административные границы округов в основном закрепили этнические территории и этнические границы, сформировавшиеся насильственными методами к началу XX в. Во-вторых, территориальные потери Кабарды, сопровождавшие российские административные преобразования, и угрозы их повторения способствовали консолидации всех слоев кабардинского общества в целях сохранения этнотерриториальной идентичности. В-третьих, были созданы объективные условия для этнополитического взаимодействия Кабарды и Балкарии в рамках общей административно-территориальной структуры.

Весной-летом 1917 г. происходит активизация деятельности горских элит и актуализация национального вопроса в региональном контексте. Они рассматривали Февральскую революцию 1917 г. как политическую победу, которая дала народам Северного Кавказа национальную свободу. Для понимания сущности развернувшихся событий важно то, что она не была результатом национально-освободительного движения горских народов. В связи с этим отсутствовал и исторический вклад в победу революции, наличие которого способствовало бы обоснованию претензий на особую роль в политических процессах. Историческое значение политических процессов весны-осени 1917 г. заключается в том, что впервые после окончания Кавказской войны в региональном масштабе была заявлена позиция о признании незыблемости пребывания горских народов в составе России. Речь идет фактически о завершении процесса легитимации вхождения горских народов в состав Российского государства. Решения первого съезда, состоявшегося в мае 1917 г., является актом национального самоопределения горских народов.

Общенациональный политический и социально-экономический кризис, Октябрьская революция 1917 г., а также начало Гражданской войны заблокировали возможности мирного политико-идеологического оформления национально-государственных устремлений горских элит. На рубеже 1917–1918 гг. действия представителей горской интеллигенции становятся более радикальными. Они образовали Горское правительство, которое претендовало на государственную власть в пределах Северного Кавказа. В мае 1918 г. была провозглашена независимая Горская республика, которая стала результатом завершения либерально-демократического этапа российской революции и идеологического неприятия большевизма горскими элитами, а не следствием национальных и политических процессов, протекавших на Северном Кавказе. Ее провозглашение вне территории региона и без обсуждения проблемы на съезде горских народов свидетельствует о превалировании внешних факторов в действиях идеологов независимости и отсутствии легитимности этого акта.

Декларация о независимости Горской республики была принята в мае 1918 г., т.е. после того, как второй съезд народов Терека в феврале-марте 1918 г. признал советскую власть. Признание советской власти означало, в том числе подтверждение решения первого съезда народов Северного Кавказа, состоявшегося в мае 1917 г., о нерушимости национально-государственных связей горских народов с Российским государством. Пророссийский национально-государственный вектор на Северном Кавказе имел устойчивый характер. Все это свидетельствует о степени политического влияния горской интеллигенции в регионе,

отсутствии достаточной национальной опоры и поддержки идеологии горской независимости, что повлияло на перспективы независимой Горской республики.

На процесс формирования национальной автономии Кабардино-Балкарии существенное влияние оказало наличие острой земельной проблемы и ее переплетение с территориальным вопросом. Это предопределило изменение этнической территории кабардинцев и балкарцев. Территориальный вопрос стал для Кабарды фундаментальным фактором национального позиционирования с 1917 г. Необходимость защиты территориальной целостности впоследствии стала важным фактором борьбы Кабарды за собственную автономию.

Окончание Гражданской войны весной 1920 г. не привело к активным действиям по реализации национально-государственных проектов на Северном Кавказе. Горские народы вступили в послевоенный этап своего социально-исторического развития без определенных форм национально-государственного устройства. Советская региональная элита и центральная власть не имели четких представлений о форме административно-политической реинтеграции горских народов в новое российское государство. Советская власть в целях поиска опоры в среде горских народов и привлечения их на свою сторону принимает историческое решение о формировании автономий на Северном Кавказе, результатом стало провозглашение Горской АССР. Однако объективной исторической необходимости в создании автономии именно в такой форме не было. На это повлияла в большей степени инерция восприятия советской властью национально-государственных альтернатив в годы Гражданской войны. Освободив идеологию и практику горской государственности этого периода от наиболее нереалистичных ее элементов, она провозгласила Горскую АССР. Интегрированная модель советской горской автономии стала следствием учета теории и практики, связанных с Терской и Горской республиками в 1918–1919 гг. Ко времени созыва и проведения Учредительного съезда Горской АССР стало очевидно, что Центр не будет поддерживать формат горской автономии, не обеспечивающей стабильность и управляемость административно-политических структур региона. На изменение политики повлияла позиция Кабарды, руководство которой еще до завершения процесса институционализации Горской АССР жестко поставило вопрос о предоставлении национальной автономии. Определяющим стала консолидация народа и элиты. Исторический контекст начала 1921 г. благоприятствовал руководству Кабарды для постановки вопроса о создании национальной автономии кабардинского народа.

Этническое измерение национально-государственных процессов, свойственное практически всем народам бывшей Терской области, но проявлявшееся в разной степени, было следствием следующих основных причин. Во-первых, национальный и земельный вопросы, актуализировавшиеся после Февральской революции 1917 г., создавали предпосылки для кристаллизации собственно этнических интересов. Это происходило, в том числе и в ходе проведения многочисленных народных съездов, которые в отличие от дореволюционных форумов должны были реагировать на более «обнаженные» исторические вызовы и формулировать самостоятельные национальные (этнические) ответы: политические, идеологические, экономические, культурные и т.д. Во-вторых, формирование органов власти с 1917 г. в горских округах практически сопровождалось их коренизацией, т.е. вовлечением представителей коренных народов в процесс принятия судьбоносных решений. В-третьих, наряду с органами государственной власти возникали национальные политические структуры, которые в условиях многовластия, а фактически безвластия, реагируя на исторический контекст, формулировали собственно национальные интересы. В-четвертых, завершившийся в основном к 1917 г. процесс совмещения административных и этнических границ имел определяющее значение как результат оформленной этнотерриториальной идентичности народов в новых исторических условиях. Не случайно,

что впоследствии, например, кабардинское руководство постоянно обращало внимание на «границы 1917 г.» как на территориальные пределы Кабардинской автономии. Результатом этих процессов стал выход Кабарды из состава Горской АССР и образование Кабардинской автономной области.

Следующий этап национально-государственного развития Кабардино-Балкарии был связан с формированием объединенной автономии кабардинского и балкарского народов. Образование Горской АССР оказало негативное влияние на характер взаимоотношений Кабарды и Балкарии, которые развивались в контексте «горско-кабардинских» противоречий. Стремясь воспрепятствовать решению вопроса об образовании Кабардинской автономной области, руководство Горской АССР вело целенаправленную политику на ухудшение кабардино-балкарских этнотерриториальных отношений. Однако выход Кабарды из Горской АССР сделал безальтернативным решение проблемы дальнейшего пребывания Балкарии в ее составе. Вместе с тем, необходимость оформления административно-политических и территориальных отношений Кабарды и Балкарии становилась все более очевидной.

Центр, выступивший инициатором объединения Кабарды и Балкарии, последовательно и жестко проводил соответствующую политику и довел данный процесс до логического завершения. При этом учитывались исторические особенности взаимоотношений кабардинцев и балкарцев, длительное пребывание в едином административно-территориальном пространстве, положительный опыт административно-политического взаимодействия элит в условиях революции, Гражданской войны и в послевоенный период, а также их национально-государственные предпочтения. Нет документов и материалов, свидетельствующих о нежелании балкарского народа войти в состав объединенной автономии Кабарды и Балкарии. Более того, решения Учредительного съезда советов Кабардино-Балкарской автономной области есть акт свободного волеизъявления балкарского народа.

Важной составляющей проблемы становления автономии кабардинского и балкарского народов является формирование административно-территориальной структуры Кабардино-Балкарии и этнотерриториальное разграничение с соседними автономными областями в 1920-е гг. Особенность развития ситуации на Северном Кавказе состояла в том, что административно-территориальное переустройство и поиск форм национально-государственного устройства горских народов были взаимосвязаны и взаимообусловлены.

В Кабардино-Балкарии шел процесс формирования оптимальной административно-территориальной структуры автономной области. Основные меры были направлены на образование новых административно-территориальных единиц. Тем самым создавались условия для оптимизации территориального размещения населения, улучшения управляемости отдельных частей и усиления компактности территории Кабардино-Балкарской автономной области. Создаваемые административно-территориальные единицы были новыми центрами власти, т.е. наблюдалось приближение власти к территории и ее более жесткий охват. Это способствовало созданию благоприятных условий для экономического развития области и принятия решений для реагирования на территориальные претензии соседних народов. Такими мерами руководство Кабардино-Балкарской автономной области стремилось сохранить территориальную целостность автономной области, укрепить национальную автономию и углубить процессы советизации.

Актуальной проблемой становления автономии кабардинского и балкарского народов было этнотерриториальное разграничение Кабарды и Балкарии, что в свою очередь зависело от развития этнотерриториальных отношений между ними и решения земельного вопроса Балкарии. Фундаментальной основой для разрешения возникавших между Кабардой и Балкарией проблем была сложившаяся и функционировавшая на протяжении долгого

времени система стабильного, устойчивого и тесного взаимодействия в рамках общей административно-политической системы. Такой порядок поддерживался и воспроизводился вплоть до создания Горской АССР. Элиты Кабарды и Балкарии были возвращены на принципах уважительных взаимоотношений между кабардинским и балкарским народами. Относительно недолгое пребывание Кабарды и Балкарии в составе Горской АССР способствовало тому, что возникавшие противоречия между элитами Кабарды и Балкарии не переросли в раскол и межэтнический конфликт. Это обстоятельство стало важным фактором для объединения Кабарды и Балкарии в рамках общей автономии.

В истории становления Кабардино-Балкарской автономной области важное значение имеет проблема ее административно-территориального разграничения с Горской АССР и Карачаево-Черкесской автономной областью. Указанный процесс характеризовался высокой степенью конфликтности этнотерриториальных отношений между ними: Карачай, Осетия и Ингушетия испытывали земельный голод, который лежал в основе их территориальных претензий к Кабарде. Особенно конфликтной была проблема этнотерриториального разграничения Кабарды и Карачая, так как претензии Карачая были направлены на часть территории Нагорных пастбищ, которые имели фундаментальное значение в традиционной экономике Кабарды. Работа многочисленных комиссий, создававшихся как в Центре, так и на местах, не имела положительных результатов. Поэтому территориальные проблемы становились серьезным препятствием процесса советизации горских народов и развития системы автономий на Северном Кавказе. Выносившиеся Центром до середины 1920-х гг. постановления, содержавшие разные формы разрешения этнотерриториальных противоречий, основывались на принципе перераспределения общегорского земельного фонда. В данном случае это означало необходимость существенных территориальных уступок со стороны Кабарды. Это обстоятельство было важным фактором, определявшим национально-политическое позиционирование Кабарды. В случаях, которые касались решения проблем этнотерриториального разграничения с соседними народами, руководство Кабардино-Балкарии позволяло себе весьма жесткую позицию по отношению к политике советской власти.

Учитывая складывавшийся контекст вокруг решения земельно-территориальной проблемы на Северном Кавказе, советская власть становится более чувствительной к разрешению указанных проблем. Происходит кардинальное изменение основ их устранения в регионе. Была создана комиссия на самом высоком уровне, которую возглавил Председатель ЦИК СССР М.И. Калинин. Она проработала возможности решения земельного вопроса горских народов за счет свободных земель Кубано-Черноморской и Терской областей. В результате было принято постановление ВЦИК от 21 июля 1924 г., которое позволяло решить земельный вопрос Карачая, Осетии и Ингушетии без существенных территориальных уступок со стороны Кабарды. К середине 1920-х гг. внешние границы Кабардино-Балкарской автономной области были в нормативно-правовом плане в целом оформлены. Реализация на практике решений органов центральной власти была завершена в конце 1920-х гг.

Формирование этнотерриториальной и административно-политической структуры советской национальной автономии Кабардино-Балкарии прошло в своем развитии несколько этапов, различающихся по содержанию исторического контекста, но имеющих единую траекторию с точки зрения выработки механизмов интеграции кабардинцев и балкарцев в состав Российского государства.

Первый этап: середина XIX в.–1917 г. Наблюдается процесс активного поиска эффективных административно-территориальных форм укоренения российской государственности в регионе, результатом которого стал административный охват этнических границ в регионе. Особенность развития ситуации в Кабарде и Балкарии

заклучалась в том, что весь этот период они пребывали в рамках единой административно-территориальной системы.

Второй этап: 1917–1920 гг. Характеризуется актуализацией национальных проблем в региональном разрезе и попытками формирования коллективных государственных образований. Также шел процесс формирования собственно этнонациональных идей и административно-политических структур.

Третий этап: 1921–1922 гг. Содержание этапа предопределено свободным волеизъявлением и национальным самоопределением кабардинского и балкарского народов, результатом которого стали выход Кабарды и Балкарии из состава Горской АССР и образование Кабардино-Балкарской автономной области.

Четвертый этап: 1922–1924 гг. В это время в основном завершился процесс формирования внешних административно-территориальных границ автономной области кабардинского и балкарского народов, что имело большое значения для укрепления социально-экономических и политико-идеологических основ национальной автономии и создания условий для укоренения советской власти в Кабардино-Балкарии.

Пятый этап: 1924–конец 1920-х гг. В основном была сформирована внутренняя этнотерриториальная и административно-политическая структура Кабардино-Балкарской автономной области.

Становление автономии Кабардино-Балкарии стало результатом поиска эффективных форм и механизмов ее политической, социально-экономической и культурно-идеологической трансформации и адаптации к радикально изменившимся историческим условиям, учета советской властью проблем развития Кабарды и Балкарии в составе Российского государства в предшествующий период и национального самоопределения кабардинского и балкарского народов. Областная автономия Кабардино-Балкарии призвана была решить двудединую задачу, связанную, с одной стороны, с созданием эффективной системы административно-политического управления, а с другой – предоставлением прав национально-политического самоуправления народам Кабардино-Балкарии. Вместе с тем, формирование системы автономий на Северном Кавказе объективно способствовало созданию благоприятных условий для устранения противоречий во взаимоотношениях горских народов.

СОДЕРЖАНИЕ

А.А. Дышеков

Фундаментальные уравнения для энергии и импульса электромагнитного поля
в локальном и декартовом базисах для неоднородной среды 3

А.Г. Кажаров

Становление национальной автономии Кабардино-Балкарии:
предпосылки, альтернативы, итоги (1917–1920-е гг.) 21

ПРАВИЛА ДЛЯ АВТОРОВ

Редакция просит авторов руководствоваться изложенными ниже правилами

1. Статья, предоставленная для публикации, должна иметь направление экспертное заключение от учреждения, в котором выполнена работа.

2. Рукопись должна быть отпечатана на компьютере или машинке (размер шрифта – 12 кегль) через два машинописных интервала (полуторный межстрочный интервал в редакторе Word), на белой бумаге формата А4 (297x210 мм) с одной стороны листа, левое поле –

25 мм. Все листы в статье должны быть пронумерованы.

3. Статья должна быть подписана авторами и представлена в двух экземплярах.

4. Рисунки, таблицы и фотографии в текст рукописи не размещаются, а прилагаются на отдельных листах в конце статьи.

5. Начало статьи оформляется по образцу: индекс статьи по универсальной десятичной классификации (УДК), название, авторы, полное название учреждений, в которых выполнялось исследование, краткая аннотация (объем – не более половины страницы), текст статьи. Далее на отдельных листах:

- список литературы,
- таблицы,
- рисунки,
- подписи к рисункам,
- на английском языке: название, авторы, полное название учреждений, в которых выполнялось исследование, краткая аннотация,
- адреса для переписки, телефоны, fax, e-mail.

6. В статье должны использоваться единицы и обозначения в международной системе единиц СИ и относительные атомные массы элементов по шкале ^{12}C . В расчетных работах необходимо указывать авторов используемых программ. При названии различных соединений необходимо использовать терминологию ИЮПАК.

7. Все сокращения должны быть расшифрованы, за исключением небольшого числа общеупотребительных.

8. При упоминании в тексте иностранных фамилий в скобках необходимо давать их оригинальное написание, за исключением общеизвестных, а также в случае, если на эти фамилии даются ссылки в списке литературы.

9. При упоминании иностранных учебных заведений, фирм, фирменных продуктов и т.д. в скобках должны быть даны их названия в оригинальном написании.

10. Оформление формул должно соответствовать следующим требованиям.

- a. Все формулы и буквенные обозначения должны быть напечатаны на компьютере, или впечатаны на машинке с латинским шрифтом, или вписаны от руки черными чернилами, с четкой разметкой всех особенностей текста (индексов, полужирного и курсивного начертаний и т.д.).
- b. При разметке формул необходимо прописные и строчные буквы всех алфавитов, имеющих одинаковое начертание (P, S) подчеркивать простым карандашом: большие – двумя чертами снизу, маленькие – двумя чертами сверху.
- c. Показатели степени и индексы выделять простым карандашом дугой: верхние – снизу, нижние – сверху.
- d. Для полужирных символов (векторов) использовать подчеркивание синим карандашом.

11. Таблицы нумеруются по порядку упоминания их в тексте арабскими цифрами. После номера должно следовать название таблицы. Все графы в таблицах и сами таблицы должны иметь заголовки.

12. Рисунки предоставляются размером не менее 5х6 см и не более 17х24 см, с указанием низа и верха. Рисунки должны быть выполнены на белой бумаге черной тушью или распечатаны на лазерном или струйном принтере качеством не менее 300 dpi. Использовать другие цвета кроме черного не допускается.

13. Фотографии предоставляются на не тисненной глянцевой бумаге размером не более 9х12 см.

14. На обратной стороне рисунков и фотографий указывают фамилию первого автора, порядковый номер, верх, низ.

15. В тексте необходимо дать ссылки на все приводимые рисунки и таблицы, на полях рукописи слева должно быть отмечено, где приводимый рисунок или таблица встречаются впервые.

Требования к рукописям, предоставляемым в электронном виде

1. В целях сокращения сроков подготовки материалов к публикации желательно предоставление материалов в электронном виде. Электронная версия материалов сдается в дополнение к бумажной и должна быть максимально ей идентична.

2. Электронная версия предоставляется электронной почтой (avse@kbsu.ru), или на 3,5» дискетах, форматированных для IBM PC, либо на CD- или DVD-дисках. На диске должны быть обозначены имена файлов, название статьи и фамилия и инициалы автора(ов).

3. Основной текст статьи и таблицы предоставляются в формате MS Word for Windows (версии 6.0 и старше). Шрифт – Times New Roman, 12 кегль. Строки в пределах абзаца не должны разделяться тем же символом, что и абзацы.

4. Формулы, если это необходимо, должны быть набраны в формате MS Equation. Как в тексте, так и в MS Equation следует соблюдать следующие стили и размеры:

- a. Стил: текст, функция, числа – Times New Roman Обычный, переменная – Times New Roman Наклонный (Курсив), матрица-вектор Times New Roman Полужирный, греческие и символы – Symbol Обычный.
- b. Размер: обычный, мелкий символ – 12 пт, крупный индекс – 8 пт, мелкий индекс – 6 пт, крупный символ – 18 пт.
- c. Формат-интервал: высота/глубина индексов – 30 %, все остальное – по умолчанию.
- d. В числах следует использовать десятичную запятую, а не точку.

5. Штриховые и полутоновые иллюстрации должны быть представлены в форматах TIFF, JPEG, GIF с разрешением не менее 300 dpi. Цветовая палитра: grayscale. Каждый графический файл должен содержать один рисунок.

6. Допускается сжатие графических файлов архиваторами WinRAR или WinZIP. Каждый файл должен быть помещен в отдельный архив.

АКТУАЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ СОВРЕМЕННОГО ЕСТЕСТВОЗНАНИЯ

Дата выхода в свет 21.01.2019. Формат 60x84 ¹/₈.

Печать трафаретная. Бумага офсетная. 4,65 усл.п.л. 4,5 уч.-изд.л

Тираж 1000 экз. Заказ № 8348. **Бесплатно.**

Адрес издателя: Кабардино-Балкарский государственный университет.
360004, г. Нальчик, ул. Чернышевского, 173.

Адрес редакции и типографии:

Кабардино-Балкарский государственный университет.
360004, г. Нальчик, ул. Чернышевского, 173.