СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень компетенций и этапы их формирования

Результаты обучения (компетенции)	Индикаторы достижения компетенции	Освоенные показатели оценки результатов обучения компетенций	Виды оценочного материала, обеспечивающий формирование
ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	**ОПК-3.1.** Способен использовать базовые знания к существующим математическим моделям в различных предметных областях	**ОПК-3.1.** З-1. Знает существующие математические модели, применяемые для решения задач в области профессиональной деятельности; основные задачи и области применения методов математического моделирования **ОПК-3.1.** У-1. Умеет применять и модифицировать математические модели для решения прикладных задач **ОПК-3.1.** В-1. Владеет навыками применения математического аппарата к исследуемым моделям на основе полученных знаний в области профессиональной деятельности.	Типовые оценочные материалы для устного опроса (п. 5.1.1); типовые оценочные материалы для контрольной работы (п. 5.1.2); типовые тестовые задания (п. 5.2.2); типовые оценочные материалы к зачету (п. 5.2.3).
	ОПК-3.2. Способен применять и адаптировать существующие математические модели при создании искусственного интеллекта	**ОПК-3.2.** З-1 Знает теоретические основы и принципы. математического моделирования **ОПК-3.2.** У-1. Умеет разрабатывать и использовать методы математического моделирования, информационные технологии для решения задач прикладной математики **ОПК-3.2.** В-1. Владеет практическими навыками решения задач прикладной математики, методами математического моделирования, информационными технологиями и основами их использования при создании искусственного интеллекта	

2. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Первый этап (уровень)	Второй этап (уровень)	Третий этап (уровень)
36-50 баллов	***51-60 баллов***	***61-70 баллов***
На данном уровне обучающийся запоминает и воспроизводит изученный материал. Студент: знает (запоминает и воспроизводит) употребляемые термины; знает конкретные факты; знает методы и процедуры; знает основные понятия; знает правила и принципы.	На данном этапе обучающийся понимает значение изученного материала, может преобразовать материал из одной формы выражения в другую. В качестве показателя понимания может также выступать интерпретация материала студентом (объяснение, краткое изложение) или же предположение о дальнейшем ходе явлений, событий (предсказание последствий, результатов). Обучающийся: понимает факты, правила и принципы; интерпретирует словесный материал, схемы, графики, диаграммы; преобразует словесный материал в математические выражения; предположительно описывает будущие последствия, вытекающие из имеющихся данных.	Этот уровень обозначает умение использовать изученный материал в конкретных условиях и в новых ситуациях. Сюда входят применение правил, методов, понятий, законов, принципов, теорий. Соответствующие результаты обучения требуют более высокого уровня владения материалом, чем понимание. Студент: использует понятия и принципы в новых ситуациях; применяет законы, теории в конкретных практических ситуациях; демонстрирует правильное применение метода или процедуры.

3. Критерии формирования оценок на различных этапах их формирования

Распределение баллов текущего и рубежного контроля

Вид работы	Трудоемкость, часов	
	5 семестр	**Всего**
Общая трудоемкость (в часах)	**108**	**108**
Контактная работа (в часах):	**51**	**51**
Лекции (Л)	17	17
Практические занятия (ПЗ)	34	34
Семинарские занятия (СЗ)	-	-
Лабораторные работы (ЛР)	-	-
Самостоятельная работа (в часах), в том числе контактная работа:	**48**	**48**
Курсовой проект (КП), курсовая работа (КР)	-	-
Расчетно-графическое задание (РГЗ)	-	-

Реферат (Р)	-	-
Эссе (Э)	-	-
Самостоятельное изучение разделов	48	48
Контрольная работа (К)	-	-
Подготовка и прохождение промежуточной аттестации	9	9
Вид промежуточной аттестации	**Зачет с оценкой**	**Зачет с оценкой**

Промежуточная аттестация

Семестр	**Шкала оценивания**			
	Неудовлетворительно (36-60 баллов)	**Удовлетворительно (61-80 баллов)**	**Хорошо (81-90 баллов)**	**Отлично (91-100 баллов)**
5	Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос. Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос.	Студент имеет 36-50 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на все вопросы. Студент имеет по итогам текущего и рубежного контроля 61-70 баллов на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос.	Студент имеет 51-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 61 – 65 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично ответил на второй. Студент имеет 66-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос.	Студент имеет 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов освоения образовательной программы

Перечень оценочных средств

№	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1.	Коллоквиум	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2.	Реферат	Продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой краткое изложение в письменном виде полученных результатов теоретического анализа определенной научной (учебно-исследовательской) темы, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на нее.	Темы рефератов
3.	Задача (практическое задание)	Средство оценки умения применять полученные теоретические знания в практической ситуации. Задача (задание) должна быть направлена на оценивание тех компетенций, которые подлежат освоению в данной дисциплине, должна содержать четкую инструкцию по выполнению или алгоритм действий.	Комплект задач и заданий
4.	Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
5.	Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
	ИНОЕ		

Перечень вопросов для проведения коллоквиума

Вопросы по темам дисциплины «Методы оптимизации» (контролируемая компетенция ОПК-3)

Тема №1 **Предмет и история развития МО**

1. Задача о брахистохроне.
2. Задача о геодезических линиях.

Тема №2 **Элементы выпуклого анализа**

1. Свойства выпуклых функций на выпуклых множествах.

2.Теорема отделимости**.**

Тема №3 **Элементы линейного программирования**

1. Основная задача линейного программирования.
2. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования.
3. Определение опорного и оптимального планов.
4. Метод искусственного базиса.
5. Модифицированный симплексный метод.
6. Транспортная задача.

7. Нахождение опорного плана методом северо-западного угла и методом минимального элемента.

Тема №4 **Теорема Куна -Таккера. Двойственная задача**.

1. Мат. постановка задач оптимизации.
2. Разрешимость и классификация ЗО.
3. Сводимость одного класса задач к задачам другого класса.
4. Необх. и дост.усл.е опт. в случае дифф. ф-ий.

Тема №5 **Нелинейное программирование**

1. Экономическая и геометрическая интерпретация задач нелинейного программирования.
2. Метод множителей Лагранжа.
3. Методы минимизации функций одной переменной.
4. Поиск отрезка, содержащего точку минимума.
5. Метод Фибоначчи.
6. Метод золотого сечения

Тема №6 **Многоэкстремальные задачи. Методы минимизации функций многих переменных.**

1. Метод градиентного спуска.
2. Метод наискорейшего спуска.
3. Метод сопряженных направлений.
4. Методы безусловной минимизации, использующие вторые производные функции.
5. Метод Ньютона и модифицированный метод Ньютона.

Тема №7 **МО при наличии ограничений**.

1. Выпуклые множества и конусы.
2. Выпуклые функции и опорные функционалы.
3. Условия экстремума в задачах нелинейного программирования.

Тема №8 **Задачи вариационного исчисления.**.

1. Функционал.
2. Вариация функционала и ее свойства.
3. Уравнение Эйлера.
4. Поле экстремалей.
5. Достаточные условия экстремума функционала.
6. Условный экстремум

Тема №9 **Вариационные задачи с подвижными и неподвижными концами.**

1. Уравнение Эйлера - Пуассона.
2. Простейшая задача с подвижными границами.
3. Задачи с подвижными границами для различных видов функционалов.
4. Геодезическое расстояние.

Тема №10 **Принцип максимума Понтрягина в задачах оптимального управления.**

1. Начальные понятия теории управляемых систем.
2. Общая формулировка задачи оптимального управления.
3. Принцип максимума Понтрягина для задач с закрепленными концами.

Критерии формирования оценок по контрольным точкам

(контрольные работы; коллоквиум)

(5 баллов)	(4 балла)	(3 балла)	(0 баллов)
полно излагает изученный материал, даёт правильное определение понятий; обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные; излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.	ставится, если обучающийся даёт ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для балла «1», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1-2 недочёта в последовательности и языковом оформлении излагаемого.	ставится, если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но: излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий; не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого	ставится, если обучающийся обнаруживает незнание большей части соответствующего раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке.

Оценочные материалы для самостоятельной работы обучающегося (контролируемые компетенции ОПК-3)

Перечень типовых задач для самостоятельной работы сформирован в соответствии с тематикой практических занятий по дисциплине «Методы оптимизации».

Самостоятельная работа оценивается степенью освоения вопросов для самостоятельного изучения ииндивидуальным выполнением заданий к практическим занятиям.

Все задания к практическим занятиям приведены в издании: Кармоков М,М,,Буздов Б.К, Кудаева Ф,Х.., . Методы оптимизации. Изд. КБГУ. Нальчик, 2010. 129 с.

Задания

***Тема: «*Элементы выпуклого анализа»**

1. Выяснить будут ли выпуклы множества.

1.1 $\begin{matrix} x+2y\le 1, \\ y+3x\le 0. \end{matrix}$ 1.2 $\begin{matrix} x+y\le 1, \\ x^2\le 1. \end{matrix}$

1.3 $\begin{array}{l} x + y \le 1, \\ x^2 - y \le 1. \end{array}$

2. Определить размерность выпуклых множеств:

2.1 $\begin{array}{l} y = 0, \\ x + y \le 1, \\ x - y \le -1. \end{array}$ 2.2 $\begin{array}{l} x + y + z = 1, \\ x - y + 3z \le 2. \end{array}$

2.3 $\begin{array}{l} x + y \le 1, \\ x - y \le 1. \end{array}$ 2.4 $x^2 + y^2 = 1.$

3. Доказать, что объединение конечного числа выпуклых множеств выпукло.

4. Доказать, что пересечение конечного числа выпуклых множеств выпукло.

5. Множество X состоит из объединения всех отрезков с концами в точке X_0 принадлежащей множеству R_0 и точки Y, где Y принадлежит множеству Z – выпуклому замкнутому ограниченному множеству, лежащему в R_n. Доказать что $\lambda \le \mu + 1$, где λ, μ – размерности множеств X, Y соответственно.

6. Даны два выпуклых замкнутых множества X и Y, причем множество $Z = X + Y$ тоже выпукло. Доказать что размерность X равняется размерности Y.

Тема: «Элементы линейного программирования»

1.Привести к канонической форме следующие задачи

1.1. $\begin{array}{l} x_1 - x_2 \to \max, \\ 2x_1 + x_2 \ge 1, \\ x_1 - x_2 \le 0, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0. \end{array}$ 1.2. $\begin{array}{l} 2x_1 + x_2 \to \max, \\ x_1 \ge 1, \\ -2x_1 + 3x_2 \le 16, \\ 4x_1 + 5x_2 \le 12. \end{array}$

.3. $\begin{array}{l} x_1 - x_2 \to \min, \\ x_1 - 2x_2 \le 1, \\ -2x_1 + 3x_2 \le 16, \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0. \end{array}$ 1.4. $\begin{array}{l} 2x_1 + x_2 + 5x_3 \to \max, \\ 2x_1 + x_3 \le 5, \\ 7x_1 - 2x_2 - x_3 \ge 4, \\ x_1 \ge 0; \\ -\infty \le x_2 \le \infty, \\ -\infty \le x_3 \le \infty. \end{array}$

1.5. $$\begin{aligned}&2x_1-5x_2-3x_3\to\min,\\&-x_1+2x_2-x_3\ge 5,\\&2x_1-x_2-4x_3\le 11,\\&5x_1+2x_2+x_3\le -8,\\&x_2\ge 0, x_3\ge 0;\\&-\infty\le x_1\le\infty.\end{aligned}$$

1.6. $$\begin{aligned}&2x_1-3x_2-x_3\to\min,\\&x_1-x_2+x_3\ge 2,\\&2x_1+3x_2+x_3\ge 6,\\&x_1+x_2+x_3=5,\\&x_1\ge 0, x_2\ge 0, x_3\ge 0.\end{aligned}$$

1.7 $$\begin{aligned}&-5x_1+x_2-x_3\to\max,\\&3x_1-x_2-x_3=2,\\&x_1+x_2-x_3+x_4\le 1,\\&x_1+x_2-x_3+x_4\le 8,\\&x_1\ge 0, x_2\ge 0, x_3\ge 0, x_4\ge 0.\end{aligned}$$

1.8 $$\begin{aligned}&x_1+x_2\to\max,\\&x_1+2x_2\le 12,\\&4x_1-6x_2\ge 10,\\&x_1+x_2\le -7,\\&x_1\ge 0, x_2\ge 0.\end{aligned}$$

1.9 $$\begin{aligned}&-x_1-5x_2+x_3\to\max,\\&-x_1+x_2+x_3\le 4,\\&5x_1+2x_2-3x_3\ge -1,\\&x_1+2x_2\le -5,\\&x_1\ge 0, x_2\ge 0, x_3\ge 0.\end{aligned}$$

1.10 $$\begin{aligned}&5x_1-x_2+x_3\to\min,\\&3x_1-x_3\le 5,\\&2x_1+3x_2\ge -1,\\&-\infty\le x_3\le 6,\\&x_1\ge 0, x_2\ge 0.\end{aligned}$$

2. Найти решения следующих задач, используя свойства задач ЛП:

2.1 $$\begin{aligned}&x_1+2x_2\to\max,\\&x_1+x_2\le 1,\\&x_1\le 2,\\&x_1\ge 0, x_2\ge 0.\end{aligned}$$

2.2 $$\begin{aligned}&x_1+x_2\to\min,\\&x_1+x_2+x_3\le 4,\\&x_1-3x_2-x_3=-2,\\&x_1\ge 0, x_2\ge 0, x_3\ge 0.\end{aligned}$$

2.3 $$\begin{aligned}&x_1\to\max,\\&x_1+x_2+x_4\le 12,\\&x_1-x_2+x_3-2x_4\le 2,\\&x_i\ge 0, i=1,2,3,4.\end{aligned}$$

2.4 $$\begin{aligned}&cx_1+cx_2+cx_3\to\max,\\&x_1+x_2+x_3+x_4=1,\\&-x_1+x_2-x_3+x_4=0,\\&x_i\ge 0, i=1,2,3,4.\end{aligned}$$

2.5 $$\begin{aligned}&-x_1-x_2+x_3\to\min,\\&2x_1+3x_2-x_3+x_4\le 4,\\&x_1-3x_2+2x_3-x_4\le -1,\\&x_i\ge 0, i=1,2,3,4.\end{aligned}$$

2.6 $$\begin{aligned}&x_1+2x_2+\ldots+nx_n\to\max,\\&x_1+x_2+\ldots+x_n\le n,\\&x_2+\ldots+x_n\le n-1,\\&x_i\ge 0, i=1,2,3,4.\end{aligned}$$

2.7 $$\begin{aligned}&3x_1+8x_2\to\max,\\&-1\le x_1+x_2\le 1,\\&-1\le -x_1+x_2\le 1,\\&-1\le x_1\le 1,\\&x_i\ge 0, i=1,2.\end{aligned}$$

2.8 $$\begin{aligned}&-x_1-x_2-2x_3\to\max,\\&5x_1+x_3\le 10,\\&5x_2+x_3\le 10,\\&x_i\ge 0, i=1,2,3.\end{aligned}$$

3. Решить следующие задачи, исходя из геометрической интерпретации задач ЛП:

3.1
$$
\begin{aligned}
&2x_1 + x_2 \to \max,\\
&x_1 + x_2 \le 1,\\
&x_1 - x_2 \le 1,\\
&x_i \ge 0, i = 1,2.
\end{aligned}
$$

3.2
$$
\begin{aligned}
&x_1 + 2x_2 \to \min,\\
&x_1 + x_2 \le 1,\\
&x_1 - x_2 \le 2,\\
&x_i \ge 0, i = 1,2.
\end{aligned}
$$

3.3
$$
\begin{aligned}
&5x_1 - 10x_2 \to \min,\\
&x_1 - 2x_2 \le 1,\\
&x_1 - x_2 \le 2,\\
&3x_1 - x_2 \le 7,\\
&4x_1 + 3x_2 \ge 0,\\
&x_i \ge 0, i = 1,2.
\end{aligned}
$$

3.4
$$
\begin{aligned}
&x_1 - 10x_2 + 10x_3 \to \min,\\
&x_1 + x_2 + x_3 \le 1,\\
&x_1 - x_2 - x_3 \le 2,\\
&2x_1 - x_3 \le 0,\\
&x_1 + 2x_3 \le 5,\\
&x_i \ge 0, i = 1,2,3.
\end{aligned}
$$

3.5
$$
\begin{aligned}
&x_1 + x_2 - x_3 \to \min,\\
&2x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 3,\\
&x_1 - 2x_2 + x_3 = -2,\\
&x_i \ge 0, i = 1,2,3,4.
\end{aligned}
$$

3.6
$$
\begin{aligned}
&x_1 - x_2 + x_3 \to \max,\\
&x_1 + x_2 - x_3 = 1,\\
&x_i \ge 0, i = 1,2,3.
\end{aligned}
$$

3.7
$$
\begin{aligned}
&x_1 + x_2 + x_3 \to \max,\\
&2x_1 + x_2 - x_3 = 1,\\
&x_1 + x_2 - x_3 = 2,\\
&x_i \ge 0, i = 1,2,3.
\end{aligned}
$$

3.8
$$
\begin{aligned}
&x_1 + x_2 + x_3 \to \max,\\
&x_1 + x_2 = 1,\\
&x_2 - x_3 = 1,\\
&x_i \ge 0, i = 1,2,3.
\end{aligned}
$$

3.9
$$
\begin{aligned}
&x_1 + x_2 + \ldots + x_n \to \max,\\
&x_1 + 2x_2 + \ldots nx_n = 1,\\
&x_i \ge 0, i = 1,2,\ldots,n.
\end{aligned}
$$

3.10
$$
\begin{aligned}
&x_1 + \ldots x_3 \to \max,\\
&x_1 + x_2 = 1,\\
&x_3 + x_4 + \ldots + x_n = 1,\\
&x_i \ge 0, i = 1,2,\ldots,n.
\end{aligned}
$$

3. Решить симплексным методом.

3.1. В соответствии с оперативным планом участок шлифовки за первую неделю декабря выпустил 500 колец для подшипников типа А, 300 колец – для подшипников типа Б 450 – колец для подшипников типа В. Все кольца шлифовались на двух взаимозаменяемых станках раной производительности. Машинное время каждого станка составляет 500 мин. Трудоемкость операций (в минутах на одно кольцо) при изготовлении различных колец характеризуется следующими данными

СТАНКИ	Затраты времени на одно кольцо типов, мин		
	А	Б	В
I	4	10	10
II	6	8	20

Определить оптимальный вариант распределения операций по станкам и время, которое было бы затрачено при этом варианте.

3.2. Возделываются три культуры: овес, кукуруза на силос, многолетник травы на сено. Площадь пашни составляет 500 га. Кроме этого известно, что посевная площадь овса не должна превышать 200га, трудовые ресурсы составляют 3000ч/дн; площадь под кукурузой не более 1/2 от общей площади пашни под этими культурами. Эффективность возделывания кормовых культур приведены в таблице.

N	Культуры	Вывод кормов с 1га, ц к.ед.	Затраты труда на 1га, ч – дн.
1	Овес	25	3
2	Кукуруза на овес	24	2
3	Многодетн. Травы на сено	16	2

Найти оптимальное сочетание посевов этих культур для производства наибольшего количества кормов. Дать экономическое описание оптимального решения.

3.3 При продаже двух видов товаров А и В фирма использует четыре вида ресурсов. Нормы затрат на реализацию 1 ед. товара, объем ресурсов приведен в таблице.

Ресурсы	Нормы затрат ресурсов от реализации 1 ед. товара		Количество ресурсов на предприятия
	A	B	
1	2	2	12
2	1	2	9
3	5	1	14
4	1	5	11

Доход от реализации 1 ед. товара А составляет 2$, товара В-3$.
Определить оптимальный план реализации товаров, обеспечивающих торговому предприятию максимальную прибыль.

3.4 Фабрика выпускает изделия двух видов: А и В. На производстве одного изделия вида А рабочий тратит 3 ч, одного изделия вида В – 2 часа. От реализации изделия А фабрика получает прибыль – 80$, а от реализации изделия В-60$. Фабрика должна выпустить не мене 100 штук изделия А и не мене 200 штук изделия В. Сколько изделий вида А и В должна выпустить фабрика, чтобы получить наибольшую сумму прибыли, если фонд рабочего времени производственных планов составляет 900 человек?

$$1)\ \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 \to \max, \\ x_1 + x_2 \le 2, \\ x_1 - x_2 \le 1 \\ x_i \ge 0, i = 1,2. \end{array} \qquad 2)\ \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 \to \min, \\ x_1 + x_2 \le -2, \\ x_1 - x_2 \le 1, \\ x_i \ge 0, i = 1,2. \end{array} \qquad 3)\ \begin{array}{l} x_1 + x_2 \to \max, \\ x_1 + 2x_2 \le 3, \\ 2x_1 + x_2 \le 3, \\ x_i \ge 0, i = 1,2. \end{array}$$

$$4)\ \begin{array}{l} x_1 + x_2 \to \min, \\ x_1 + 2x_2 \le 3, \\ 2x_1 + x_2 \le 3, \\ x_i \ge 0, i = 1,2. \end{array} \qquad 5)\ \begin{array}{l} 2x_1 \to \max, \\ x_1 + 2x_2 \le 3, \\ 2x_1 + x_2 \le 5, \\ x_i \ge 0, i = 1,2. \end{array} \qquad 6)\ \begin{array}{l} x_1 + 2x_2 \to \max, \\ x_1 \le 11, \\ -x_1 + x_2 \le 24, \\ x_i \ge 0, i = 1,2. \end{array}$$

7) $\begin{array}{l} -2x_1 + x_2 + x_3 \to \min, \\ -x_1 + 3x_2 \le 17, \\ -x_1 + x_2 + x_3 \le 10, \\ x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{array}$

8) $\begin{array}{l} 2x_1 + x_2 \to \min, \\ x_1 \le 4, \\ x_2 \le 4, \\ x_i \ge 0, i = 1,2. \end{array}$

4. Решить следующие задачи ЛП методом искусственного базиса:

1) $\begin{array}{l} 2x_1 + 3x_2 + x_3 \to \min, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 \ge 1, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 5, \\ x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{array}$

2) $\begin{array}{l} x_1 - x_2 + x_3 \to \max, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 4, \\ 4x_1 - x_2 - 7x_3 \ge 7, \\ x_1 - x_2 \le 6, \\ x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{array}$

2) $\begin{array}{l} 3x_1 + x_2 - x_3 \to \min, \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 \ge 7, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 + 7x_2 + x_3 \ge 4, \\ x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{array}$

4) $\begin{array}{l} x_1 + 4x_2 + x_3 \to \max, \\ 5x_1 - 2x_2 + x_3 \ge 8, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ 7x_1 - x_2 + 8x_3 \le 1, \\ x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{array}$

5) $\begin{array}{l} x_1 - x_2 + 5x_3 \to \min, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 \le -1, \\ x_1 - x_3 = 5 \\ x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{array}$

6) $\begin{array}{l} 2x_1 + 8x_2 - 2x_3 \to \max, \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 7, \\ x_1 + 5x_2 - 12x_3 \ge 1, \\ x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{array}$

7) $\begin{array}{l} 5x_1 - 8x_2 \to \max, \\ x_1 + 4x_2 = 7, \\ 2x_1 - 3x_2 \ge 3, \\ x_1 + x_2 \le -5, \\ x_i \ge 0, i = 1,2. \end{array}$

8) $\begin{array}{l} 8x_1 + x_2 \to \min, \\ 2x_1 + 4x_2 \ge 3, \\ x_1 - 7x_2 \le -1, \\ x_1 - x_2 = 0, \\ x_i \ge 0, i = 1,2. \end{array}$

5. Решить следующие задачи модифицированным симплекс-методом:

1) $\begin{array}{l} x_1 + 2x_2 - x_3 \to \max, \\ -x_1 + 3x_2 + 2x_3 \le 6, \\ x_1 + x_2 + 4x_3 \ge 6, \\ 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 2, \\ x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{array}$

2) $\begin{array}{l} 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 \to \min, \\ x_1 - x_2 + 3x_3 \ge 6, \\ 2x_1 - 6x_2 - x_3 = 7, \\ x_1 + x_2 - 8x_3 \le -2, \\ x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{array}$

3) $\begin{array}{l} 2x_1 - 2x_2 + 7x_3 \to \min, \\ 3x_1 + 4x_2 - x_3 \ge -7, \\ x_1 - x_2 + 2x_3 = 5, \\ 11x_1 + x_2 - x_3 \ge 5, \\ x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{array}$

4) $\begin{array}{l} x_1 + x_2 - x_3 \to \max, \\ 2x_1 - x_2 + 7x_3 = 8, \\ 7x_1 - x_3 \ge 6, \\ x_2 + x_3 \le -3, \\ x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{array}$

5) $\begin{array}{l} 3x_1 - 4x_2 - x_3 \to \max, \\ 2x_1 - 3x_2 \ge 7, \\ x_1 + x_2 - x_3 \le -3, \\ 7x_1 - 4x_2 + x_3 = 5, \\ x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{array}$

6) $\begin{array}{l} 6x_1 + x_4 \to \min, \\ x_1 - x_2 + 2x_4 = 51, \\ x_3 - x_4 \le -7, \\ x_1 + 2x_2 - x_4 = 8, \\ x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{array}$

7) $\begin{array}{l} 3x_1 - 5x_2 - x_3 \to \max, \\ x_1 - x_2 \ge 7, \\ 2x_2 + x_3 = 1, \\ 5x_1 - 7x_2 + x_3 = 6, \\ x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{array}$

8) $\begin{array}{l} x_1 - 6x_2 + x_3 \to \min, \\ 3x_1 + x_2 - 7x_3 \ge 6, \\ 2x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ 5x_1 + 3x_2 - x_3 = 2, \\ x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{array}$

9) $\begin{array}{l} 2x_1 - 4x_2 + x_3 \to \max, \\ x_1 + 3x_2 - 5x_3 \ge 7, \\ 2x_1 - 7x_2 + 8x_3 = 6, \\ 7x_1 + x_2 - 11x_3 = 4, \\ x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{array}$

10) $\begin{array}{l} x_1 + 7x_2 - x_3 \to \min, \\ 4x_1 - x_2 + 8x_3 \ge 4, \\ 4x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ x_2 - x_3 = 2, \\ x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{array}$

***Тема: «*Численные методы минимизации функций одной переменной»**

1. Показать, что если функция $f(x)$ удовлетворяет условию Липшица, то модуль углового коэффициента любой хорды или касательной к графику $f(x)$ не превосходит константы Липшица L.

2. Показать, что если функция удовлетворяет условию Липшица, то она непрерывна на (a,b).

3. Найти наименьшую из констант Липшица функции

$f(x) = \frac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 5x + 16$ на отрезке $[0,10]$.

4. Показать, что если функция $f(x)$ выпукла на отрезке (a,b), то на любом отрезке $[x', x''] \in [a,b]$ график $f(x)$ лежит не выше хорды, проходящей через точки графика с абсциссой x' и x''.

5. Показать, что если $f(x)$ – выпуклая дифференцируемая на отрезке (a,b) функция, то она унимодальна на этом отрезке.

6. Показать, что если $f(x)$ – выпуклая дифференцируемая функция, то любая касательная к графику $f(x)$ лежит не выше этого графика.

7.Установить выпуклость функции $f(x)$ на отрезке $[a,b]$ и найти ее минимальное значение. Вычисление проверить методом касательных с точностью 0.01 и продолжить методом Ньютона с точностью 10^{-6}.

1. $f(x) = -\ln(\cos x) - x^2, \left[\frac{\pi}{4}; \frac{2\pi}{5}\right].$

2. $f(x) = \ln(1 + x^2) - \sin x, \left[0; \frac{\pi}{4}\right].$

3. $f(x)=-2x-x^2+\frac{x^3}{3}+\frac{x^4}{4},[1{,}25;1{,}75].$

4. $f(x)=5e^{-x}+4x-\frac{x^3}{3},[0;0{,}5].$

5. $f(x)=-2(x+1)e^{-x}-2\cos x-x,\left[0;\frac{\pi}{6}\right].$

6. $f(x)=\ln x,[0{,}1;2].$

7. $f(x)=x^2-\sin x,\left[0;\frac{\pi}{42}\right].$

8. $f(x)=x^4+x^2+x+1,[-1;2].$

Тема: «Численные методы минимизации функций многих переменных»

1.Выяснить будут ли выпуклы множества, определенные с следующих примерах:

1.1 $u=\{(x,y)|x+2y^2\le 1\}$;

1.2 $u=\{(x,y)|xy>1,x+y<4,x>0,y>0\}$;

1.3 $u=\{(x,y)|xy<1,x>0,y>0\}$;

1.4 $u=\{(x,y)|x-y^2\le 0,-x^2+y\le 0\}$;

1.5 $u=\{(x,y,z)|z\ge x^2+y^2\}$;

1.6 $u=\{(x,y,z)|z\le x^2+y^2\}$;

1.7 $u=\{(x,y,z)|z\ge xy,x\ge 0,y\ge 0\}$;

1.8 $u=\{(x,y,z)|x^2+y^2\le 1\}$;

1.9 $u=\{(x,y,z)|z+x+y\le 1,x\ge 0,y\ge 0\}$;

1.10 $u=\left\{(x,y,z)\middle|x^2+\frac{y^2}{2}+\frac{z^2}{3}\ge 1\right\}$

2.Минимизировать квадратные функции методом наискорейшего спуска, заканчивая вычисления при $\left|\frac{\partial f(x^{(k)})}{\partial x_i}\right|\le 0{,}01, i=1,2,\dots,n$:

2.1 $f(x)=3x_1^2-3x_1x_2+4x_2^2-2x_1+x_2$

2.2 $f(x)=x_1^2+4x_1x_2-17x_2^2+5x_2$

2.3 $f(x)=4x_1^2+4x_1x_2+6x_2^2-17x_1$

2.4 $f(x)=2x_1^2-2x_1x_2+3x_2^2+x_1-3x_2$

2.5 $f(x)=10x_1^2+3x_1x_2+x_2^2+10x_2$

2.6 $f(x)=x_1^2-2x_1x_2+6x_2^2+x_1-x_2$

2.7 $f(x)=7x_1^2+2x_1x_2+5x_2^2+x_1-10x_2$

2.8 $f(x)=3x_1^2+5x_2^2+7x_3^2-2x_1x_2+x_1x_3+x_1-x_2+x_3$

2.9 $f(x)=7x_1^2+4x_2^2+6x_3^2-3x_1x_2+x_1x_3$

2.10 $f(x)=3x_1^2+5x_2^2+4x_3^2+2x_1x_2-x_1x_3-x_2x_3+7x_1+x_3$

Тема: «Вариационные задачи с неподвижными концами»

1. Исследовать на непрерывность следующие функционалы:

1.1 $J[y(x)] = y(x_0)$, где $y(x) \in C[a,b]$ и $x_0 \in [a,b]$ в смысле близости нулевого порядка.

1.2 $J[y(x)] = \max|y(x)|$, где функции $y(x) \in C[a,b]$ и $x_0 \in [a,b]$ в смысле близости нулевого порядка.

1.3 $J[y(x)] = \int_0^1 |y'(x)|dx$, где функции $y(x)$ имеют непрерывные производные на отрезке $[0;1]$:

a) в смысле близости нулевого порядка;

b) в смысле близости первого порядка.

1.4 $J[y(x)] = \int_0^\pi \sqrt{1+Y'^2}\,dx$, на функции $y_0(x) = 0$, где функции $y(x) \in C_1[0;\pi]$:

a) в смысле близости нулевого порядка;

b) в смысле близости первого порядка.

1.5 $J[y(x)] = \int_0^\pi \left(1+2y'^2(x)\right)dx$ на функции $y_0(x) = 0$, , где функции $y(x) \in C_1[0;\pi]$, в смысле близости первого порядка.

2. Найти вариацию функционала в соответствующих пространствах в смысле первого и второго определения:

2.1 $J[y] = \int_a^b (x+y)dx$

2.2 $J[y] = \int_a^b \left(y^2 - 2y'^2\right)dx$

2.3 $J[y] = y^2(0) + \int_0^1 \left(xy + 2y'^2\right)dx$

2.4 $J[y] = \int_0^x y'\sin y\,dx$

2.5 $J[y] = \int_a^b F\left(x, y, y', \ldots, y^{(m)}\right)dx$

3. Среди непрерывно дифференцируемых на отрезке $[t_0, t_1]$ функций найти экстремали функционалов:

3.1 $\int_0^{t_1} \left(x + \frac{\left(1+t^2\right)}{2} x + t^2\left(x^2\right) \right) dt \to extr, 0 < t_0 < t_1$

3.2 $\int_0^1 \left(x + 2tx + \left(x^2\right)\right)dt \to extr, x(0) = x_0, x(1) = x_1$

3.3 $\int_{t_0}^{t_1} \left(x^2 - 4x^2\right)dt \to extr$

3.4 $\int_{t_0}^{t_1} \left(e^{2x} - 2x^2\right)dt \to extr$

3.5 $\int_{t_0}^{t_1} \frac{1+x^2}{x}\,dt \to extr$

3.6 $\int_{t_0}^{t_1} \frac{\sqrt{1+x^2}}{x}\,dt \to extr$

3.7 $\int_{t_0}^{t_1}\left(x^2-2x\cos t-x^2\right)dt\to extr$

3.8 $\int_{t_0}^{t_1}\left(t^2\left(x^2+12x\right)\right)dt\to extr, 0\le t_2<t_1$

3.9 $\int_1^2\left(x'^2-2xx'\right)dt\to extr, x(1)=1, x(2)=0$

3.10 $\int_0^1 xx'^2dt\to extr, x(0)=1, x(1)=\sqrt[3]{4}$

4. Найти решение задач:

4.1 $\int_0^1 x''^2dt\to extr, x(0)=x'(0)=x'(1)=0, x(1)=1$

4.2 $\int_0^1 x''^2dt\to extr, x(1)=x'(1)=x(0)=0, x'(0)=1$

4.3 $\int_0^1\left(x''^2-48x\right)dt\to extr, x(1)=x'(1)=0, x(0)=1, x'(0)=-4$

4.4 $\int_0^1\left(24tx-x''^2\right)dt\to extr, x(0)=x'(0)=x(1)=0, x'(1)=1/10$

4.5 $\int_0^1\left(48x-x''^2\right)dt\to extr, x(0)=x'(0)=0, x(1)=1, x'(1)=4$

4.6 $\int_0^{\pi}\left(x''^2-x^2\right)dt\to extr, x(0)=0, x'(0)=1, x'(\pi)=ch\pi, x(\pi)=sh\pi$

4.7 $\int_0^{\pi}\left(x''^2-x^2\right)dt\to extr, x(0)=x'(0)=0, x'(\pi)=sh\pi, x(\pi)=ch\pi+1$

4.8 $\int_0^1\left(x''^2+4x^2\right)dt\to extr, x(0)=-1, x'(0)=0, x'(\pi)=sh\pi, x(\pi)=ch\pi$

4.9 $\int_0^1\left(x''^2+x^2\right)dt\to extr, x(0)=1, x'(0)=0, x'(1)=sh1, x(1)=ch1$

4.10 $\int_0^1\left(x''^2+x^2\right)dt\to extr, x(0)=1, x'(1)=ch1, x(1)=sh1$

5. Найти допустимые экстремали:

$$\int_0^1\left(x'^2+y'^2-2xy\right)dt\to extr, x(0)=y(0)=0, x(0)=y(0)=0, x(1)=sh1, y(1)=-sh1$$

Тема: «Вариационные задачи с подвижными концами»

1.Найти экстремали функционала $\varphi(x)=\int_0^{t_1}\frac{\sqrt[4]{1+x^2}}{x}dx$, если $x(0)=0$, а точка (t_1,x_1) может перемещаться:

1.1 по прямой $x=t-5$
1.2 по окружности $(t-9)^2+x^2=9$
1.3 по эллипсу $4x^2+9x^2=36$
1.4 по параболе $x^2=t$

2. Решить задачи с подвижными концами:

2.1 $\int_0^T x'^2dt=extr, x(0)=0, T+x(T)+1=0$

2.2 $\int_0^T x'^2 dt = extr, x(0) = 0, (T-1)x^2(T) + 2 = 0$

2.3 $\int_0^T x'^2 dt = extr, x(0) = 0, T + x(T) = 1$

2.4 $\int_0^T \left(x'^2 + x\right)dt = extr, x(0) = 1$

2.5 $\int_0^T \left(x'^2 + x + 2\right)dt = extr, x(0) = 0$

3. Найти расстояние:

3.1 между параболой $y = x^2$ и прямой $x - y = 5$
3.2 от точки $A(1;0)$ до эллипса $4x^2 + 9y^2 = 36$
3.3 от точки $A(-1;5)$ до заданной параболы $y^2 = x$
3.4 от точки $A(-1;3)$ до прямой $y = 1 - 3x$

4. Выпишите условия трансверсальности для простейшей вариационной задачи. Докажите их справедливость.

5. Сформулируйте n-мерную простейшую вариационную задачу с подвижными концами. Сравните ее с простейшей n-мерной вариационной задачей с закрепленными концами.

6. Сформулируйте необходимые условия экстремума функционала для простейшей n-мерной вариационной задачи с подвижными концами.

7. Выпишите условия трансверсальности для простейшей вариационной задачи с подвижными концами. Докажите их справедливость.

Тема: «Принцип максимума Понтрягина»

1. С помощью принципа максимума решить задачу быстродействия для -----, где:

1.1 $S_0 = \{x_1 = x_2 = 0\}; S_1 \left\{|x_1|^2 + |x_2|^2 - 4 = 0\right\}$
1.2 $S_0 = \{x_1 = x_2 = 0\}; S_1 \left\{|x_1|^2 + |x_2|^2 - 2 = 0\right\}$
1.3 $S_0 = \{x_1 = 1, x_2 = 0\}; S_1 \left\{|x_1|^2 - |x_2|^2 - 4 = 0\right\}$
1.4 $S_0 = \{x_1 = 0\}; S_1 \left\{|x_1|^2 - |x_2|^2 - 1 = 0\right\}$
1.5 $S_0 = \{x_2 = 1\}; S_1 \left\{|x_1|^2 + |x_2|^2 + 1 = 0\right\}$
1.6 $S_0 = \{x_1 = x_2 = 1\}; S_1 \left\{|x_1|^2 - 2|x_2|^2 - 1 = 0\right\}$
1.7 $S_0 = \{x_1 = 0, x_2 = 2\}; S_1 \left\{2|x_1|^2 - |x_2|^2 = 0\right\}$
1.8 $S_0 = \{x_1 = 0, x_2 = 1\}; S_1 \left\{|x_1|^2 - 3|x_2|^2 = 4\right\}$
1.9 $S_0 = \{x_1 = 1, x_2 = 0\}; S_1 \left\{5|x_1|^2 - 2|x_2|^2 = 0\right\}$
1.10 $S_0 = \{x_1 = x_2 = 0\}; S_1 \left\{|x_1|^2 - |x_2|^2 = 0\right\}$

2.С использованием принципа максимума найти допустимые экстремали в следующих задачах оптимального управления:

2.1 $T \to \inf, |x|'' \leq 2, x'(0) = x'(T) = 0, x(0) = 1, x(T) = 3$

2.2 $T \to \inf, -3 \leq x'' \leq 2, x'(0) = x'(T) = 0, x(0) = 3, x(T) = -5$

2.3 $T \to \inf, -1 \leq x'' \leq 3, x'(0) = x'(T) = 0, x(0) = 1, x(T) = 1$

2.4 $T \to \inf, |x|'' \leq 2, x'(-1) = x'(T) = 0, x(-1) = 1, x(T) = -1$

2.5 $T \to \inf, |x|'' \leq 2, x'(-1) = x'(T) = 0, x(-1) = -1, x(T) = 1$

2.6 $T \to \inf, |x|'' \leq 1, x(0) = \xi_1, x'(0) = \xi_2, x'(T) = x(T) = 0$

2.7 $T \to \inf, |x|'' \leq 1, x(0) = \xi_1, x'(0) = \xi_2, x(T) = 0$

2.8 $T \to \inf, |x|'' \leq 1, x(0) = \xi_1, x'(0) = \xi_2, x'(T) = x(T) = 0$

2.9 $T \to \inf, 0 \leq x'' \leq 1, x(0) = \xi_1, x'(0) = \xi_2, x'(T) = x(T) = 0$

2.10 $T \to \inf, \int_0^T x'' dt, x'(0) = 0, x'(T) = 1, x(0) = 0$

3.Решить задачи, используя принцип максимума:

3.1 $\int_{-\pi}^{\pi} \sin t dt \to extr, |x'| \leq 1, x(\pm \pi) = 0$

3.2 $\int_0^{7\pi/4} x \sin t dt \to extr, |x'| \leq 1, x(0) = 0$

3.3 $\int_{-\pi}^{\pi} |x'| dt \to \inf, x' \geq A, x(0) = 0, x(T_0) = \xi, (A < 0)$

3.4 $\int_0^4 \left(x'^2 + x\right) t dt \to extr, |x'| \leq 1, x(4) = 0$

3.5 $\int_0^{T_0} \left(x'^2 + x\right) t dt \to extr, |x'| \leq 1, x(0) = 0$

3.6 $\int_0^{T_0} \left(x'^2 + x\right) t dt \to extr, |x'| \leq 1, x(0) = \xi$

3.7 $\int_0^{T_0} \left(x'^2 + x\right) t dt \to extr, |x'| \leq 1, x(T_0) = \xi$

3.8 $\int_0^{T_0} \left(x'^2 + x\right) t dt \to extr, |x'| \leq 1, x(0) = 0, x(T_0) = 0$

3.9 $\int_0^{T_0} \left(x'^2 + x^2\right) t dt \to extr, |x'| \leq 1, x(0) = \xi$

3.10 $\int_0^{T_0} x t dt \to extr, |x''| \leq 2, x(0) = x''(0) = 0$

Критерии формирования оценок (оценивания) по заданиям для самостоятельной работы студента (типовые задачи).

Самостоятельное выполнение заданий на практических занятиях, а также вне аудитории является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Методы оптимизации».

В результате *самостоятельной работы* знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

Количество баллов	**Критерии оценивания**
5	Обучающийся - показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно, логично его излагает, свободно использует необходимые формулы при решении задач; - знает все формулы, применяемые методы и их точность;

	- может применять знания при решении прикладных задач для самостоятельного выполнения.
4	Обучающийся - даёт ответ, удовлетворяющий требованиям; - твердо знает материал, грамотно его излагает, не допускает существенных неточностей в процессе решения задач; - сам исправляет свои несущественные ошибки и некоторые недочёты.
3	Обучающийся обнаруживает знание и понимание основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил все его детали, допускает отдельные неточности при решении задач.
2	Обучающийся обнаруживает неполное знание и понимание основного материала по поставленным вопросам, не усвоил его деталей, допускает неточности при решении задач.
1	Обучающийся обнаруживает значительное незнание и понимание основного материала по поставленным вопросам, не усвоил его деталей, допускает существенные неточности при решении задач.
0	Обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

Тестовые задания по дисциплине «Методы оптимизации» (контролируемая компетенция ОПК-3)

F1: Методы Оптимизации
F2: Кармоков М.М.
V1: Исследование функций
I:
S: Ограничение функции, заданной на плоскости, на любую прямую, проходящую через начало координат, имеет в нуле локальный минимум, но вместе с тем начало координат не является точкой локального минимума:
-
:
$f(x) = \operatorname{arctg} x \cdot \sin x, \quad x \in R$
-
:
$f(x_1, x_2) = x_1^2 - x_2^2 + 2 \cdot e^{-x_1^2}, \quad x \in R_2$
-
:
$f(x_1, x_2) = \sin x_2 - x_1^2, \quad x \in R_2$
+:
$f(x_1, x_2) = (x_1 - x_2^2) \cdot (x_1 - 3x_2^2), \quad x \in R_2$

Для функции $y = \varphi(x)$ задан график производной $P(x) = x^2 - 1$. Экстремальными точками

S: для функции $y = \varphi(x)$ являются:
-: только x=1
-: только x=0
+: x=-1 и x=1
-: только x=-1

Для функции $y = \varphi(x)$ задан график производной $P(x) = x^2 - 1$. Точка $x = -1$ исходной функции $y = \varphi(x)$ является:
-: точкой минимума

+: точкой максимума
-: нестационарной точкой
-: точкой перегиба
S:
Для функции $y=\varphi(x)$ задан график производной $P(x)=1-x^2$. Функция $y=\varphi(x)$ возрастает на отрезке:
+: $[-1;1]$
-: $[0;+\infty)$
-: $(-\infty;0]$
-: $(-\infty;-1]\cap[1;+\infty)$
Для функции $y=\varphi(x)$ задан график производной $P(x)=1-x^2$. Точка $x=-1$ исходной функции $y=\varphi(x)$ является:
+: точкой минимума
-: точкой максимума
-: нестационарной точкой
-: точкой перегиба
Для функции $y=\varphi(x)$ задан график производной $P(x)=1-x^2$. Точка $x_0=1$ исходной
S: функции $y=\varphi(x)$ является:
-: точкой минимума
+: точкой максимума
-: нестационарной точкой
-: точкой перегиба
Для функции $y=\varphi(x)$ задан график производной $P(x)=1-x^2$. Точка $x_0=0$ исходной
S: функции $y=\varphi(x)$ является:
-: точкой минимума
-: точкой максимума
+: нестационарной точкой
-: точкой перегиба
S
Функция $f(x_1,x_2)=x_1^2-x_2^2$ на множестве R^2 имеет стационарную точку с координатами
+: (0,0)
-: (0,1)
-: (1,0)
-: (1,1)
S:
Функция $f(x_1,x_2)=(1-x_1)^2+10(x_2-x_1^2)^2$ на множестве R^2 имеет стационарную точку с координатами
-: (0,0)
-: (0,1)
-: (1,0)
+: (1,1)
S:
Функция $f(\bar{x})=x_1^2-x_2^2-x_1+x_1x_2+2x_3$ на множестве R^3 имеет стационарную точку с координатами
-: (0,0,0)

-

:

$(\frac{1}{3},-\frac{1}{3},1)$

+:

$(-\frac{2}{3},-\frac{1}{3},1)$

-

:

$(\frac{2}{3},-\frac{1}{3},-1)$

S:

Функция $f(\bar{x}) = x_1^3 - x_2x_3 + x_2^2 + x_3^2 - 2x_1 + 6x_2 + 2$ на множестве R^3 ...

-: не имеет стационарных точек

-: имеет одну стационарную точку

+: имеет одну стационарную точку

-: имеет бесконечное количество стационарных точек

S:

Функция $f(\bar{x}) = -x_1^2 + 2x_1x_2 - x_2^2 - 4x_3^2$ на множестве R^3 ...

-: не имеет стационарных точек

-: имеет одну стационарную точку

-: имеет две стационарные точки

+: имеет бесконечное количество стационарных точек

I:

S: Задача о ### состоит в отыскании траектории, по которой материальная точка под действием силы тяжести переместилась бы из заданной начальной точки в заданную конечную точку за минимальное время.

+: брахистохроне

+: Брахистохроне

+: бр*х*ст*хрон*

+: Бр*х*ст*хрон*

+: бр*х*ст*хр#$#

V1: Производные функций

S: Для функции $y = \varphi(x)$ задан график производной $P(x) = x^2 - 1$. Тангенс угла наклона функции $y = \varphi(x)$ с положительным направлением оси Ox в точке $x_0 = 0$ равен:

-: 0

+: -1

-: 1

-: не существует

S: Для функции $y = \varphi(x)$ задан график производной $P(x) = x^2 - 1$. Тангенс угла наклона функции $y = \varphi(x)$ с положительным направлением оси Ox в точке $x_0 = -1$ равен:

+: 0

-: -1

-: 1

-: не существует

S: Для функции $y=\varphi(x)$ задан график производной $P(x)=x^2-1$. Тангенс угла наклона функции $y=\varphi(x)$ с положительным направлением оси Ox в точке $x_0=1$ равен:
+: 0
-: -1
-: 1
-: не существует
S: Для функции $y=\varphi(x)$ задан график производной $P(x)=1-x^2$. Тангенс угла наклона функции $y=\varphi(x)$ с положительным направлением оси Ox в точке $x_0=0$ равен:
-: 0
-: -1
+: 1
-: не существует
S: Для функции $y=\varphi(x)$ задан график производной $P(x)=1-x^2$. Тангенс угла наклона функции $y=\varphi(x)$ с положительным направлением оси Ox в точке $x_0=-1$ равен:
+: 0
-: -1
-: 1
-: не существует
S: Для функции $y=\varphi(x)$ задан график производной $P(x)=1-x^2$. Тангенс угла наклона функции $y=\varphi(x)$ с положительным направлением оси Ox в точке $x_0=1$ равен:
+: 0
-: -1
-: 1
-: не существует
S:
Дана функция $f(x)=\sin x, \quad x\in R$
-: Функция ограничена, абсолютный максимум достигается, минимума нет
+: Абсолютный максимум и минимум достигаются в бесконечном числе точек
-: Функция ограничена, но абсолютные минимум и максимум не достигаются
-: Функция ограничена, имеет критические точки, но абсолютные минимум и максимум не достигаются
S:
Дана функция $f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}, \quad x\in R$
+: Функция ограничена, абсолютный максимум достигается, минимума нет
-: Абсолютный максимум и минимум достигаются в бесконечном числе точек
-: Функция ограничена, но абсолютные минимум и максимум не достигаются
-: Функция ограничена, имеет критические точки, но абсолютные минимум и максимум не достигаются
S:
Дана функция $f(x)=\operatorname{arctg} x, \quad x\in R$
-: Функция ограничена, абсолютный максимум достигается, минимума нет
-: Абсолютный максимум и минимум достигаются в бесконечном числе точек
+: Функция ограничена, но абсолютные минимум и максимум не достигаются
-: Функция ограничена, имеет критические точки, но абсолютные минимум и максимум не достигаются
S:

Дана функция $f(x) = (\text{arctg}\, x)^3, \quad x \in R$
-: Функция ограничена, абсолютный максимум достигается, минимума нет
-: Абсолютный максимум и минимум достигаются в бесконечном числе точек
-: Функция ограничена, но абсолютные минимум и максимум не достигаются
+: Функция ограничена, имеет критические точки, но абсолютные минимум и максимум не достигаются
S:
Дана функция $f(x) = \text{arctg}\, x \cdot \sin x, \quad x \in R$
+: Функция ограничена, имеет локальные максимумы и минимумы, но глобальные максимум и минимум не достигаются
-: Имеется единственный локальный экстремум, не являющийся глобальным
-: Имеется единственный локальный экстремум, не являющийся глобальным
-: Ограничение функции, заданной на плоскости, на любую прямую, проходящую через начало координат, имеет в нуле локальный минимум, но вместе с тем начало координат не является точкой локального минимума
S:
Дана функция $f(x_1, x_2) = x_1^2 - x_2^2 + 2 \cdot e^{-x_1^2}, \quad x \in R_2$
-: Функция ограничена, имеет локальные максимумы и минимумы, но глобальные максимум и минимум не достигаются
+: Имеется единственный локальный экстремум, не являющийся глобальным
-: Имеется бесконечное число локальных максимумов, но нет ни одного локального минимума
-: Ограничение функции, заданной на плоскости, на любую прямую, проходящую через начало координат, имеет в нуле локальный минимум, но вместе с тем начало координат не является точкой локального минимума
S:
Дана функция $f(x_1, x_2) = \sin x_2 - x_1^2, \quad x \in R_2$
-: Функция ограничена, имеет локальные максимумы и минимумы, но глобальные максимум и минимум не достигаются
-: Имеется единственный локальный экстремум, не являющийся глобальным
+: Имеется бесконечное число локальных максимумов, но нет ни одного локального минимума
-: Ограничение функции, заданной на плоскости, на любую прямую, проходящую через начало координат, имеет в нуле локальный минимум, но вместе с тем начало координат не является точкой локального минимума
S:
Дана функция $f(x_1, x_2) = (x_1 - x_2^2) \cdot (x_1 - 3x_2^2), \quad x \in R_2$
-: Функция ограничена, имеет локальные максимумы и минимумы, но глобальные максимум и минимум не достигаются
-: Имеется единственный локальный экстремум, не являющийся глобальным
-: Имеется бесконечное число локальных максимумов, но нет ни одного локального минимума
+: Ограничение функции, заданной на плоскости, на любую прямую, проходящую через начало координат, имеет в нуле локальный минимум, но вместе с тем начало координат не является точкой локального минимума
I:
S: Всякая функция, непрерывная в замкнутой ограниченной области
-: достигает в ней только абсолютного минимума
+: достигает в ней своего наибольшего и наименьшего значения

-: достигает в ней только абсолютного максимума
-: не обязательно, чтобы достигала или абсолютного минимума или максимума

S: Глобальный минимум функции $f(x) = -x^2$ на множестве $X = \{x : x \in [-2, 1]\}$ равен
-: 0
-: -1
+: - 4
-: - 2

S: Локальный минимум функции $f(x) = -x^2$ на множестве $X = \{x : x \in [-2, 1]\}$ достигается в точке
-: 0
-: -1
+: 1
-: -2

S: Глобальный минимум функции $f(x) = -x^2$ на множестве $X = \{x : x \in [-2, 1]\}$ достигается в точке
-: 0
-: -1
-: 1
+: -2

S: Функция $f(\bar{x}) = 4x_1 + 3x_2^2 - 4x_1x_2 + x_1$ в точке $\left(-\frac{3}{16}, \frac{1}{8}\right)$...
-: имеет локальный минимум
+: имеет локальный и одновременно глобальный минимум
-: имеет локальный максимум
-: имеет локальный и одновременно глобальный максимум

S:
Наибольшее значение функции $e^{\sin x}$ на $[-\pi, \pi]$ равно
-: 1
-:
e^2
+:
e
-:
$\frac{1}{e}$

S:
Наибольшее значение функции $e^{\cos x}$ на $[-\pi, \pi]$ равно
-: 1
-:
e^2
+:
e
-:

$\frac{1}{e}$
S: Наибольшее значение функции $e^{2\sin x}$ на $[-\pi,\pi]$ равно
-: 1
+:
e^2
-
:
e
-
:
$\frac{1}{e}$
S:
Наибольшее значение функции $e^{2\cos x}$ на $[-\pi,\pi]$ равно
-: 1
+:
e^2
-
:
e
-
:
$\frac{1}{e}$
S
Наибольшее значение функции $3^{1+2\cos x}$ равно
-
:
$\frac{1}{3}$
-
:
$\frac{1}{9}$
-: 3
+: 27
V1: Изопериметрические задачи
I:
S: Максимумы и минимумы функции называются ее ###.
+: *кстремум#$#
I:
S: Решением задачи о брахистохроне является дуга ### с горизонтальным основанием, имеющая вертикальню касательную в точке начала спуска.
+: циклоиды
-: кардиоиды
-: параболы
-: окружности
I:

S: Задача имеет только условный максимум:
-
:
$f(\vec{x}) = x_1 + x_2 \to \text{extr}$
$g_1(\dot{x}) = x_1^2 + x_2^2 - 8 = 0$
-
:
$f(\vec{x}) = x_1^2 + x_2^2 \to \min$
$g_1(\dot{x}) = x_2^2 - x_1 = 0$
+:
$f(\vec{x}) = -4x_1^2 - 4x_1 - x_2^2 + 8x_2 - 5 \to \text{extr}$
$g_1(\dot{x}) = 2x_1 - x_2 - 6 = 0$
$f(\vec{x}) = (x_1+4)^2 + (x_2-4)^2 + 1 \to \text{extr}$
-: $g_1(\dot{x}) = 2x_1 - x_2 - 2 = 0, \quad g_2(\dot{x}) = -x_1 \le 0, \quad g_3(\dot{x}) = -x_2 \le 0$

S: Наибольшее значение произведения $xyzt$ неотрицательных чисел x, y, z, t при условии, что их сумма сохраняет постоянную величину $x+y+z+t=4$ равно
-: 256
+: 1
-: 16
-: $\frac{1}{16}$

S: Наибольшее значение произведения $xyzt$ неотрицательных чисел x, y, z, t при условии, что их сумма сохраняет постоянную величину $x+y+z+t=16$ равно
+: 256
-: 1
-: 16

S: Наибольшее значение произведения $xyzt$ неотрицательных чисел x, y, z, t при условии, что их сумма сохраняет постоянную величину $x+y+z+t=8$ равно
-: 256
-: 1
+: 16
-
:
$\frac{1}{16}$

S: Наибольшее значение произведения $xyzt$ неотрицательных чисел x, y, z, t при условии, что их сумма сохраняет постоянную величину $x+y+z+t=2$ равно
-: 256
-: 1
-: 16
+:
$\frac{1}{16}$

Задача

$f(\vec{x}) = x_1 + x_2 \to \text{extr}$

S: $g_1(\vec{x}) = x_1^2 + x_2^2 - 8 = 0$

+: имеет условный минимум и условный максимум

-: имеет только условный максимум

-: имеет только условный минимум

-: не имеет ни условного минимума, ни условного максимума

Задача

$$f(\vec{x}) = x_1^2 + x_2^2 \to \min$$

S: $g_1(\vec{x}) = x_2^2 - x_1 = 0$

-: имеет условный минимум и условный максимум

+: имеет только условный минимум

-: имеет только условный максимум

-: не имеет ни условного минимума, ни условного максимума

Задача

$f(\vec{x}) = -4x_1^2 - 4x_1 - x_2^2 + 8x_2 - 5 \to \text{extr}$

S: $g_1(\vec{x}) = 2x_1 - x_2 - 6 = 0$

-: имеет условный минимум и условный максимум

-: имеет только условный минимум

+: имеет только условный максимум

-: не имеет ни условного минимума, ни условного максимума

Задача

$f(\vec{x}) = (x_1 + 4)^2 + (x_2 - 4)^2 + 1 \to \text{extr}$

S: $g_1(\vec{x}) = 2x_1 - x_2 - 2 = 0, \quad g_2(\vec{x}) = -x_1 \le 0, \quad g_3(\vec{x}) = -x_2 \le 0$

-: имеет условный минимум и условный максимум

+: имеет только условный минимум

-: имеет только условный максимум

-: не имеет ни условного минимума, ни условного максимума

I:

S: Среди всех замкнутых плоских кривых заданной длины наибольшую площадь ограничивает ###.

+: окружность

+: Окружность

+: Окруж#$#

+: окруж#$#

V1: Методы одномерной оптимизации

S: Пусть x1 и x2 - точки золотого сечения отрезка [1, 5], тогда

-

:

$x_1 = 5 - x_2$; $x_2 = 6 - x_1$

+:

$x_1 = 6 - x_2$; $x_2 = 6 - x_1$

-

:
$x_1 = 5 - x_2$; $x_2 = 5 - x_1$
-
:
$x_1 = 5 - x_2$; $x_2 = 5 - x_1$
I:
S: Пусть x1 и x2 - точки золотого сечения отрезка [-1, 6], тогда
-
:
$x_1 = 6 - x_2$; $x_2 = 5 - x_1$
+:
$x_1 = 5 - x_2$; $x_2 = 5 - x_1$
-
:
$x_1 = 6 - x_2$; $x_2 = 6 - x_1$
-
:
$x_1 = 5 - x_2$; $x_2 = 6 - x_1$
I:
S: Пусть x1 и x2 - точки золотого сечения отрезка [-2, 5], тогда
-
:
$x_1 = 5 - x_2$; $x_2 = 3 - x_1$
+:
$x_1 = 3 - x_2$; $x_2 = 3 - x_1$
-
:
$x_1 = 5 - x_2$; $x_2 = 5 - x_1$
-
:
$x_1 = 3 - x_2$; $x_2 = 5 - x_1$
I:
S: Точки x1 и x2 осуществляют золотое сечение на отрезке [0, 1], если
+:
$$x_1 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}; \quad x_2 = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$$
-
:
$$x_1 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}; \quad x_2 = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$$
-: $x_1 = \frac{3 - \sqrt{5}}{2}; \quad x_2 = \frac{\sqrt{5} + 1}{2}$
-: $x_1 = \frac{3 + \sqrt{5}}{2}; \quad x_2 = \frac{\sqrt{5} - 1}{2}$
I:
S: Точки x1 и x2 осуществляют золотое сечение на отрезке [0, 2], если

+: $x_1 = 3 - \sqrt{5}; \quad x_2 = \sqrt{5} - 1$

-: $x_1 = 3 + \sqrt{5}; \quad x_2 = \sqrt{5} + 1$

-: $x_1 = 3 - \sqrt{5}; \quad x_2 = \sqrt{5} + 1$

-: $x_1 = 3 + \sqrt{5}; \quad x_2 = \sqrt{5} - 1$

I:

S: Точки x1 и x2 осуществляют золотое сечение на отрезке [0, 4], если

+:

$x_1 = 2(3 - \sqrt{5}); \quad x_2 = 2(\sqrt{5} - 1)$

-
:

$x_1 = 2(3 + \sqrt{5}); \quad x_2 = 2(\sqrt{5} + 1)$

-
:

$x_1 = 2(3 - \sqrt{5}); \quad x_2 = 2(\sqrt{5} + 1)$

-
:

$x_1 = 2(3 + \sqrt{5}); \quad x_2 = 2(\sqrt{5} - 1)$

I:

S: Точки x1 и x2 осуществляют золотое сечение на отрезке [0, 8], если

+:

$x_1 = 4(3 - \sqrt{5}); \quad x_2 = 4(\sqrt{5} - 1)$

-
:

$x_1 = 4(3 + \sqrt{5}); \quad x_2 = 4(\sqrt{5} + 1)$

-
:

$x_1 = 4(3 - \sqrt{5}); \quad x_2 = 4(\sqrt{5} + 1)$

-
:

$x_1 = 4(3 + \sqrt{5}); \quad x_2 = 4(\sqrt{5} - 1)$

S: Пусть x1 и x2 осуществляют золотое сечение отрезка [-4, 0]. Тогда длина [x1,0] равна

+:

$6 - 2\sqrt{5}$

-
:

$6 - \sqrt{5}$

-: 2

-
:

$\sqrt{3} - 1$

I:

S: Пусть x1 и x2 осуществляют золотое сечение отрезка [-6, 0]. Тогда длина [x1,0] равна

+:

$9 - 3\sqrt{5}$

-

:
$9 - \sqrt{5}$
-: 3
-
:
$2(\sqrt{3} - 1)$
I:
S: Метод дихотомии является методом поиска экстремума путем:
+: последовательного деления отрезка пополам
-: нахождения двух наилучших точек на отрезке
-: выборе каждой последующей точки симметрично по отношению к точке, которая осталась от предыдущего шага и попала в оставшийся интервал
-: поиска из заданной точки в направлении, параллельном одной из осей координат до данной точки минимума в данном направлении
I:
S: Метод золотого сечения является методом поиска экстремума путем:
-: последовательного деления отрезка пополам
+: нахождения двух наилучших точек на отрезке
-: выборе каждой последующей точки симметрично по отношению к точке, которая осталась от предыдущего шага и попала в оставшийся интервал
-: поиска из заданной точки в направлении, параллельном одной из осей координат до данной точки минимума в данном направлении
I:
S: Метод Фибоначчи является методом поиска экстремума путем:
-: последовательного деления отрезка пополам
-: нахождения двух наилучших точек на отрезке
+: выборе каждой последующей точки симметрично по отношению к точке, которая осталась от предыдущего шага и попала в оставшийся интервал
-: поиска из заданной точки в направлении, параллельном одной из осей координат до данной точки минимума в данном направлении
I:
S: Метод покоординатного спуска является методом поиска экстремума путем:
-: последовательного деления отрезка пополам
-: нахождения двух наилучших точек на отрезке
-: выборе каждой последующей точки симметрично по отношению к точке, которая осталась от предыдущего шага и попала в оставшийся интервал
+: поиска из заданной точки в направлении, параллельном одной из осей координат до данной точки минимума в данном направлении
I:
S: Если топология поверхности имеет "овражный" характер, то более эффективным является
-: градиентный метод
+: овражный метод
-: метод Ньютона
-: метод сопряженных направлений
V1: Оптимизация в геометрии и механике
I:
S: Высота конуса наибольшего объема, который можно вписать в шар радиуса R=3 равна:
-: 2
-: 3
+: 4

-: 6
I:
S: Высота конуса наибольшего объема, который можно вписать в шар радиуса R=1.5 равна:
-: 2
+: 3
-: 4
-: 6
I:
S: Высота конуса наибольшего объема, который можно вписать в шар радиуса R=4.5 равна:
-: 2
-: 3
-: 4
+: 6
I:
S: Высота конуса наибольшего объема, который можно вписать в шар радиуса R=6 равна:
-: 4
-: 6
+: 8
-: 7.5
I:
S: Сумма длин основания и высоты треугольника равна 10см. Чтобы площадь треугольника была наибольшей, длина основания должна быть равна:
-: 6 см
-: 8 см
+: 5 см
-: 2 см
I:
S: Сумма длин основания и высоты треугольника равна 12см. Чтобы площадь треугольника была наибольшей, длина основания должна быть равна:
+: 6 см
-: 8 см
-: 5 см
-: 2 см
I:
S: В равнобедренный треугольник с основанием 20 см и высотой 8 см вписан прямоугольник. Чтобы прямоугольник имел наибольшую площадь, его высота должна быть равна:
-: 6 см
-: 5 см
+: 4 см
-: 3 см
S:
Высота цилиндра с наибольшим объемом, вписанного в шар радиуса $R = \sqrt{3}$, равна:
+: 2
-: 1
-: 1,5
-: 2,5
S:
Высота цилиндра с наибольшим объемом, вписанного в шар радиусом $R = 2\sqrt{3}$, равна:

-: 5
-: 3
-: 2
+: 4
S:
Высота цилиндра с наибольшим объемом, вписанного в шар радиусом $R = 4\sqrt{3}$, равна:
-: 10
-: 4
-: 6
+: 8
S:
Высота цилиндра с наибольшим объемом, вписанного в шар радиусом $R = 6\sqrt{3}$, равна:
+: 12
-: 14
-: 10
-: 8
S:
Тело движется по закону, заданному уравнением $S(t) = 10t + 18t^2 - 2t^3$. Максимальная скорость движения тела равна:
-: 50
+: 64
-: 108
-: нельзя определить

Путь, пройденный телом, брошенным вертикально вверх с начальной скоростью v_0 определяется из равенства $S = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$. Высота наибольшего подъема при $g = 10$ и

S: $v_0 = 10$ равна:
-: 4
+: 5
-: 8
-: 10

Путь, пройденный телом, брошенным вертикально вверх с начальной скоростью v_0 определяется из равенства $S = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$. Высота наибольшего подъема при $g = 10$ и

S: $v_0 = 20$ равна:
-: 8
-: 20
+: 10
-: 16
S:
Путь, пройденный телом, брошенным вертикально вверх с начальной скоростью v_0 определяется из равенства $S = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$. Высота наибольшего подъема при $g = 10$ и $v_0 = 30$ равна:
-: 15
-: 30

+: 45
-: 60

Путь, пройденный телом, брошенным вертикально вверх с начальной скоростью v_0 определяется из равенства $S = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$. Высота наибольшего подъема при $g = 10$ и

S: $v_0 = 40$ равна:
-: 40
-: 60
-: 100
+: 80

Прочность прямоугольной балки пропорциональна произведению ее ширины на квадрат высоты. Размеры наиболее прочной балки, которую можно вырезать из циллиндрического бревна

S: диаметром $d = 2\sqrt{3}$ равны:
-

: ширина = 1; высота = $\sqrt{2}$

-: ширина = $\sqrt{2}$; высота = 1

+: ширина =2; высота = $2\sqrt{2}$

-: ширина = $\sqrt{2}$; высота =2

Максимальная площадь прямоугольника, вписанного в круг $x^2 + y^2 = 2$ равна
-
:
$\sqrt{2}$
-: 2
-: 4
+:
$2\sqrt{2}$

S: Кратчайшее расстояние от точки $A(1,0)$ до эллипса $4x^2 + 9y^2 = 36$ равно
-
:
$4\sqrt{5}$
+:
$\frac{4}{\sqrt{5}}$
-
:
$\frac{\sqrt{5}}{4}$
-
:
$\sqrt{5} + 4$

S: Кратчайшее расстояние от точки $A(-1,5)$ до параболы $y^2 = x$ равно
+:
$2\sqrt{5}$
-
:

$\frac{2}{\sqrt{5}}$
-
:
$\frac{\sqrt{5}}{2}$
-
:
$2+\sqrt{5}$

S:
Кратчайшее расстояние от точки $M(0;0;3)$ до поверхности равно
-
:
$2\sqrt{11}$
-
:
$\sqrt{11}$
+:
$\frac{\sqrt{11}}{2}$
-
:
$\frac{2}{\sqrt{11}}$
V1: Вариационное исчисление

S: Для функционала $V[y(x)]=\int(y'^2-2xy)dx$ уравнение Эйлера имеет вид
-
:
$y'^2-2xy=0$
+:
$y'^2-2xy=0$
-
:
$y'^2-2xy=0$
-
:
$y''-x=0$
S: Для функционала $V[y(x)]=\int y(3x-y)ydx$ уравнение Эйлера имеет вид
+:
$3x-2y=0$
-
:
$3x-y=0$
-

:
$y=0$
-
:
$y(3x-y)=0$
S: Для функционала $V[y(x)]=\int(y'^2-y^2)dx$ уравнение Эйлера имеет вид
-
:
$y'^2-y^2=0$
-
:
$y'^2+y^2=0$
+:
$y''+y=0$
-
:
$y''-x=0$
S: Функция Лагранжа для функции $z=x^2y$ при условии $y=x+2$ имеет вид
-
:
$\Phi(x,y)=x^2y+\lambda(x+2)$
-
:
$\Phi(x,y)=x^2y-\lambda(x+2)$
+:
$\Phi(x,y)=x^2y+\lambda(y-x-2)$
-
:
$\Phi(x,y)=x^2y-\lambda(y-x-2)$
S: Функция Лагранжа для функции $z=x^2+y$ при условии $y=x+2$ имеет вид
-
:
$\Phi(x,y)=x^2+y+\lambda(x+2)$
-
:
$\Phi(x,y)=x^2+y-\lambda(x+2)$
+:
$\Phi(x,y)=x^2+y+\lambda(y-x-2)$
-
:
$\Phi(x,y)=x^2+y-\lambda(y-x-2)$
S:
Функция Лагранжа для функции $z=x^2y^3$ при условии $y=x+2$ имеет вид
-
:
$\Phi(x,y)=x^2y^3+\lambda(x+2)$

-
:
$\Phi(x,y)=x^2y^3-\lambda(x+2)$
+:
$\Phi(x,y)=x^2y^3+\lambda(y-x-2)$
-
:
$\Phi(x,y)=x^2y^3-\lambda(y-x-2)$
S: Функция Лагранжа для функции $z=x^2y^2$ при условии $y=x+2$ имеет вид
-
:
$\Phi(x,y)=x^2y^2+\lambda(x+2)$
-
:
$\Phi(x,y)=x^2y^2-\lambda(x+2)$
+:
$\Phi(x,y)=x^2y^2+\lambda(y-x-2)$
-
:
$\Phi(x,y)=x^2y^2-\lambda(y-x-2)$

S: Класс функций, на котором определен функционал, называется:
-: окрестностью функционала
-: областью значений функционала
+: областью задания функционала
-: производящим классом функционала
S Функционал $J[x,y]$, определенный в классе M функций $y(x)$, называется непрерывным при $y=y_0(x)$ в смысле близости нулевого порядка, если
-
:
$\forall\varepsilon>0 \mid |J[y(0)]-J[y_0(0)]|<\varepsilon$
+:
$\forall\varepsilon>0 \ \exists\eta>0: |y(x)-y_0(x)|<\eta \mid |J[y(x)]-J[y_0(x)]| <\varepsilon$
-
:
$\forall\varepsilon>0 \ \exists\eta>0: |y(x)-y_0(x)|<\eta \mid |J[y(x)-y_0(x)]|<\varepsilon$
-
:
$\forall\varepsilon>0 \ \forall\eta>0: |y(x)-y_0(x)|\le\eta \mid |J[y(x)]-J[y_0(x)]| <\varepsilon$
S: Функционал $J[x,y]$, определенный в классе M функций $y(x)$, называется непрерывным при $y=y_0(x)$ в смысле близости первого порядка, если
-
:
$\forall\varepsilon>0 \ \exists N>0: \forall n>N,\ \rho_n[y'(x),y_0'(x)]>0 \mid |J[y(x)]-J[y_0(x)]|<\varepsilon$
+:

$\forall \varepsilon > 0 \;\; \exists \eta > 0 : \rho_1[y(x), y_0(x)] < \eta \,|\, |J[y(x)] - J[y_0(x)]| < \varepsilon$
-
:
$\forall \varepsilon > 0 \;\; \exists \eta > 0 : \rho_1[y(x), y_0(x)] < \eta \,|\, |J[y(x) - y_0(x)]| < \varepsilon$
-
:
$\forall \varepsilon > 0 \;\; \exists N > 0 : \forall n > N, \rho_n[y'(x), y'_0(x)] > 0 \,|\, |J[y(x) - y_0(x)]| < \varepsilon$
Если дан функционал $J[x, y]$, определенный в классе M функций $y(x)$, и выполняется условие $\forall \varepsilon > 0 \;\; \exists \eta > 0 : \rho_n[y(x), y_0(x)] < \eta \,|\, |J[y(x)] - J[y_0(x)]| < \varepsilon$, то
S: говорят что
+: функционал непрерывен в смысле близости n-порядка
-: функционал непрерывен в смысле близости 0-порядка
-: функционал непрерывен в смысле близости 0-порядка
-: функционал является разрывным в смысле близости 0- порядка
Функционал $J[x, y]$, определенный в классе M функций $y(x)$, называется
S: непрерывным при $y = y_0(x)$ в смысле близости n-го порядка, если
-
:
$\forall \varepsilon > 0 \;\; \exists N > 0 : \forall n > N, \rho_n[y(x), y_0(x)] > 0 \,|\, |J[y(x)] - J[y_0(x)]| < \varepsilon$
+:
$\forall \varepsilon > 0 \;\; \exists \eta > 0 : \rho_n[y(x), y_0(x)] < \eta \,|\, |J[y(x)] - J[y_0(x)]| < \varepsilon$
-
:
$\forall \varepsilon > 0 \;\; \exists \eta > 0 : \rho_n[y(x), y_0(x)] < \eta \,|\, |J[y(x) - y_0(x)]| < \varepsilon$
-
:
$\forall \varepsilon > 0 \;\; \exists N > 0 : \forall n > N, \rho_n[y(x), y_0(x)] > 0 \,|\, |J[y(x) - y_0(x)]| < \varepsilon$
I:
S: ### - это оператор, множество значений которого состоит из чисел.
+: функционал
+: Функционал
+: Функци*нал
+: функци*нал
+: функц**нал
+: Функц**нал
V1: Линейное программирование
I:
S: Общей задачей линейного программирования называется задача, которая состоит в определении максимального (минимального) значения ### функции при заданных ограничениях.
+: целев#$#
+: Целев#$#
I:
S: Общей задачей линейного программирования называется задача, которая состоит в определении максимального (минимального) значения целевой функции при заданных

###.
+: ограничениях
+: Ограничениях
+: огран*чен#$#
+: Огран*чен#$#
I:
S: Форма задачи линейного программирования может быть:
+: Общей
+: Стандартной (симметричной)
+: Канонической (основной)
-: Допустимой
I:
S: Чтобы перейти от одной формы записи задачи линейного программирования к другой, нужно уметь:
+: сводить задачу минимизации функции к задаче максимизации
+: переходить от ограничений-неравенств к ограничениям-равенствам и наоборот
+: заменять переменные, которые не подчинены условию неотрицательности
-: находить оптимальный план в любой форме
I:
S: Множество называется ###, если вместе с любыми двумя своими точками оно содержит и их произвольную выпуклую линейную комбинацию.
+: выпуклым
+: *ыпукл#$#
I:
S: Точка X выпуклого множества называется ###, если она не может быть представлена в виде выпуклой линейной комбинации каких-нибудь двух других различных точек данного множества.
+: угловой
+: *глов#$#
I:
S: Установить соответствие между названием раздела математического программирования и классом решаемых в нем задач.
1: Линейное программирование
2: Нелинейное программирование
3: Выпуклое программирование
4: Квадратичное программирование
5: Многоэкстремальные задачи
6: Целочисленное программирование
1: целевая функция линейна, а множество, на котором ищется экстремум целевой функции, задается системой линейных равенств и неравенств.
2: целевая функция и ограничения нелинейны.
3: целевая функция выпукла (если рассматривается задача ее минимизации) и выпукло множество, на котором решается экстремальная задача.
4: целевая функция квадратична, а ограничениями являются линейные равенства и неравенства.
5: специализированные классы задач, часто встречающихся в приложениях, например, задачи о минимизации на выпуклом множестве вогнутых функций.
6: на переменные накладываются условия целочисленности.
I:
S: Столбец и строку, на пересечении которых находится разрешающий элемент, называют ###.
+: *аправляющ#$#

I:
S: Оптимизационная задача, при которой одновременно с установлением объема производства на отдельных предприятиях определяется и оптимальная схема размещения заказов называется
+: производственно-транспортной задачей
-: производственной задачей
-: транспортной задачей
-: сетевой задачей
I:
S: Для формулирования общей задачи минимизации необходимо задать:
+:
пространство χ
+:
допустимое множество $X \subseteq \chi$
+:
отображение $f : X \to E_1$
+: критерий (максимум или минимум)
-: метод решения
I:
S: Совокупность чисел X=(x[1],x[2],…,x[n]) удовлетворяющих ограничениям задачи линейного программирования, называется ### решением (или планом).
+: допустимым
+: Допустимым
+: допустим#$#
+: Допустим#$#
I:
S: План X=(x[1]*,x[2]*,…,x[n]*), при котором целевая функция задачи линейного программирования принимает свое максимальное (минимальное) значение, называется ###.
+: оптимальным
+: *птимальн#$#
I:
S: План X=(x[1],x[2],…,x[n]) называется ### планом основной задачи линейного программирования, если система векторов Pj, входящих в разложение x[1]*P[1]+x[2]*P[2]+…x[n]*P[n] с положительными коэффициентами x[j] линейно независима.
+: опорным
+: *порн#$#
I:
S: Для нахождения решения задачи линейного программирования на основе ее геометрической интерпретации этапы должны быть выполнены в следующем порядке:
1: Построить прямые, уравнения которых получаются в результате замены в ограничениях знаков неравенств на знаки точных равенств.
2: Найти полуплоскости, определяемые каждым из ограничений задачи.
3: Найти многоугольник решений.
4: Построить вектор c=(c[1];c[2]).
5: Построить прямую c[1]*x[1]+c[2]*x[2]=h, проходящую через многоугольник решений.
6: Передвинуть прямую c[1]*x[1]+c[2]*x[2]=h в направлении вектора c, в результате чего-либо найти точку (точки), в которой целевая функция принимает максимальное значение, либо устанавить неограниченность сверху функции на множестве планов.
7: Определить координаты точки максимума функции и вычислить значение целевой

функции в этой точке.
I:
S: ### задача - задача об оптимальном плане перевозок продукта (-ов) из пунктов наличия в пункты потребления.
+: транспортная
+: Транспортная
+: *рансп*ртн#$#
I:
S: Опорный план транспортной задачи можно найти:
+: Методом северо-западного угла
+: Методом наименьшего элемента
-: Методом Ньютона
-: Вариационными методами
I:
S: Для нахождения опорного плана транспортной задачи методом минимального элемента этапы следует выполнять в следующем порядке:
1: Из таблицы стоимостей выбирают наименьшую стоимость и в клетку, которая ей соответствует, вписывают меньшее из чисел
2: Проверяются строки поставщиков на наличии строки с израсходованными запасами и столбцы потребителей на наличие столбца, потребности которого полностью удовлетворены. Такие столбцы и строки далее не рассматриваются.
3: Если не все потребители удовлетворены и не все поставщики израсходовали товары, переход к п.1, в противном случае задача решена.
I:
S: ### называется такая последовательность клеток таблицы транспортной задачи (i1,j1), (i1,j2), (i2,j2), ... , (ik,j1), в которой две и только две соседние клетки расположены в одной клетке или столбце, причем первая и последняя клетки также находятся в одной строке или столбце.
+: Цикл
+: Циклом
+: цикл
+: циклом
+: ц*кл
+: ц*клом
+: Ц*кл
+: Ц*клом
V1: Расстояние между кривыми
S:
Расстояние 1000-го порядка между кривыми $f(x)=e^x$ и $f_1(x)=x$ на отрезке
$[0,1]$ равно
-: 0
+:
e
-
:
$e-1$
-
:
$e-1$

Говорят, что кривые $y = y(x)$ и $y = y_1(x)$, заданные на отрезке $[a,b]$ близки в

S: смысле близости нулевого порядка, если

-

:

$\exists x_0 : y(x_0) = y_1(x_0)$, $x_0 \in [a,b]$

-

:

$y(a) = y_1(b) = 0$

-

:

$y(0) = y_1(0)$

+:

разность $|y(x) - y_1(x)|$ мала на $[a,b]$

Говорят, что кривые $y = y(x)$ и $y = y_1(x)$, заданные на отрезке $[a,b]$ близки в

S: смысле близости первого порядка, если

-

:

$\exists x_0 : y'(x_0) = y_1'(x_0)$, $x_0 \in [a,b]$

-

:

$y'(x) = y_1(x)$

-

:

$y(0) = y_1(0)$ и $y'(0) = y_1'(0)$

+:

разности $|y(x) - y_1(x)|$ и $|y'(x) - y_1'(x)|$ малы на $[a,b]$

Говорят, что кривые $y = y(x)$ и $y = y_1(x)$, заданные на отрезке $[a,b]$ близки в

S: смысле близости k-порядка, если

-

:

$\exists x_0 : y^{(k)}(x_0) = y^{(k)}{}_1(x_0)$, $x_0 \in [a,b]$

-

:

$y^{(k)}(x) = y_1{}^{(k)}(x)$

-

:

$y(0) = y_1(0)$, $y'(0) = y_1'(0)$ и $y^{(k)}(0) = y_1{}^{(k)}(0)$

+:

разности $|y(x) - y_1(x)|$, $|y'(x) - y_1'(x)|$ и $|y^{(k)}(x) - y_1{}^{(k)}(x)|$ малы на $[a,b]$

S:

Порядок близости кривых $y(x) = \dfrac{\sin n^2 x}{n^2}$ и $y_1(x) \equiv 0$ на $[0,\pi]$ (при n – достаточно

большом)

+: 0

-: 1
-: 1
-: не являются близкими

S: Порядок близости кривых $y(x)=\frac{\sin nx}{n^2}$ и $y_1(x)\equiv 0$ на $[0,\pi]$ (при n – достаточно большом)
-: 0
+: 1
-: любой порядок
-: любой порядок

S: Порядок близости кривых $y(x)=\frac{\cos nx}{n^2+1}$ и $y_1(x)\equiv 0$ на $[0,2\pi]$ (при n – достаточно большом)
-: 0
+: 1
-: любой порядок
-: не являются близкими

S:
Порядок близости кривых $y(x)=\frac{\sin x}{n}$ и $y_1(x)\equiv 0$ на $[0,1]$ (при n – достаточно большом)
-: 0
-: 1
+: любой порядок
-: не являются близкими

Расстоянием первого порядка между кривыми $y=f(x)$ и $y=f_1(x)$ $(a\le x\le b)$
Sназывается
+:
$$\rho_1=\rho_1[f_1(x),f(x)]=\max\left(\max_{a\le x\le b}|f_1(x)-f(x)|,\quad \max_{a\le x\le b}|f_1'(x)-f'(x)|\right),\rho\ge 0.$$
-
:
$$\rho=\rho[f_1(x),f(x)]=\max_{a\le x\le b}\left(|f_1'(x)|-|f'(x)|\right),\quad \rho\ge 0.$$
-
:
$$\rho=\rho[f_1(x),f(x)]=\max_{a\le x\le b}|f_1'(x)-f'(x)|,\quad \rho>0.$$
-
:
$$\rho_1=\rho_1[f_1(x),f(x)]=\max\left(\max_{a\le x\le b}|f_1(x)-f(x)|,\quad \max_{a\le x\le b}|f_1'(x)-f'(x)|\right),\rho>0.$$
S:
Расстоянием n-порядка между кривыми $y=f(x)$ и $y=f_1(x)$ $(a\le x\le b)$ называется
+:
$$\rho_n=\rho_n[f_1(x),f(x)]=\max_{0\le k\le n}\max_{a\le x\le b}\left|f_1^{(k)}(x)-f^{(k)}(x)\right|,\rho_n\ge 0$$
-

:

$$\rho = \rho[f_1(x), f(x)] = \max_{a \le x \le b}\left(f_1^{(n)}(x) - f^{(n)}(x)\right), \quad \rho \ge 0.$$

-
:

$$\rho = \rho[f_1(x), f(x)] = \max_{a \le x \le b}\left(f_1^{(n)}(x) - f^{(n)}(x)\right), \quad \rho > 0.$$

-
:

$$\rho_1 = \rho_1[f_1(x), f(x)] = \max\left(\max_{a \le x \le b}|f_1(x) - f(x)|, \quad \max_{a \le x \le b}|f_1'(x) - f'(x)|\right), \rho > 0.$$

Оценочные материалы для промежуточной аттестации (зачет)

Целью промежуточных аттестаций по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины. Осуществляется в конце семестра и представляет собой итоговую оценку знаний по дисциплине в виде проведения зачета.

Промежуточная аттестация может проводиться в устной, письменной форме, и в форме тестирования. На промежуточную аттестацию отводится до 25 баллов.

№	Вопрос	Код компетенции (согласно РПД)
	Вопросы к зачету (с оценкой) **1.** Задача о брахистохроне. **2.** Связь между принципом максимума и классическим вариационным исчислением. **3.** Свойства выпуклых функций на выпуклых множествах. **4.** Задача оптимального управления с подвижными концами. **5.** Основная задача линейного программирования. **6.** Принцип максимума Понтрягина для задач с закрепленными концами. **7.** Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования. **8.** Общая формулировка задачи оптимального управления. **9.** Теорема Куна -Таккера. Двойственная задача. **10.** Принцип максимума Понтрягина в задачах оптимального управления. **11.** Необходимое и достаточное условие оптимальности в случае дифференцируемых функций. **12.** Вариационные задачи с подвижными границами. **13.** Симплексный метод. Определение опорного и оптимального планов. **14.** Условный экстремум функционала. **15.** Метод искусственного базиса. **16.** Достаточные условия экстремума функционала. **17.** Модифицированный симплексный метод. **18.** Поле экстремалей.	 ОПК-3 ОПК-3 ОПК-3 ОПК-3 ОПК-3 ОПК-3 ОПК-3 ОПК-3 ОПК-3 ОПК-3 ОПК-3 ОПК-3 ОПК-3 ОПК-3 ОПК-3 ОПК-3 ОПК-3 ОПК-3 ОПК-3 ОПК-3

	19. Транспортная задача.	ОПК-3
	20. Уравнение Эйлера.	ОПК-3
	21. Нахождение опорного плана методом северо-западного угла и методом минимального элемента.	ОПК-3 ОПК-3
	22. Вариация функционала и ее свойства.	ОПК-3
	23. Экономическая и геометрическая интерпретация задач нелинейного программирования.	ОПК-3 ОПК-3
	24. Условия экстремума в задачах нелинейного программирования.	ОПК-3 ОПК-3
	25. Метод множителей Лагранжа.	ОПК-3
	26. Выпуклые функции и опорные функционалы.	ОПК-3
	27. Методы минимизации функций одной переменной.	ОПК-3
	28. Выпуклые множества и конусы.	ОПК-3
	29. Поиск отрезка, содержащего точку минимума.	ОПК-3
	30. Методы оптимизации при наличии ограничений.	ОПК-3
	31. Метод Фибоначчи**.**	ОПК-3
	32. Метод Ньютона и модифицированный метод Ньютона.	ОПК-3
	33. Метод золотого сечения.	ОПК-3
	34. Методы безусловной минимизации, использующие вторые производные функции.	ОПК-3 ОПК-3
	35. Многоэкстремальные задачи.	ОПК-3
	36. Метод сопряженных направлений.	ОПК-3
	37. Методы минимизации функций многих переменных.	ОПК-3
	38. Задача о геодезических линиях.	ОПК-3
	39. Изопериметрическая задача.	ОПК-3
	40. Метод градиентного спуска.	ОПК-3
	41. Метод наискорейшего спуска.	ОПК-3
	42. Теорема отделимости	ОПК-3
	43. Уравнение Эйлера –Пуассона.	ОПК-3
	44. Метод ломанных и касательных.	ОПК-3
	45. Принцип максимума Понтрягина.	
	46. Численные методы минимизации функций одной переменной.	
	47. Нахождение экстремалей функционалов.	
	48. Методы приближенного решения задач оптимального управления.	
	49. Целочисленные задачи линейного программирования.	
	50. Градиентные методы решения задач нелинейного программирования.	
	51. Метод Гомори.	
	52. Метод штрафных и барьерных функций.	
	53. Методы минимизации функций одной переменной.	
	54. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования.	
	55. Свойства выпуклых функций на выпуклых множествах.	
	56. Вариационные задачи с подвижными концами.	
	57. Свойства выпуклых функций на выпуклых множествах.	
	58. Вариационные задачи с подвижными концами.	
	59. Метод сопряженных направлений и метод Ньютона.	
	60. Транспортная задача	

Критерии формирования оценок по промежуточной аттестации:

(25 баллов) – получают обучающиеся, которые свободно ориентируются в материале и отвечают без затруднений. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий, постановке целей и выборе путей их реализации. Работа выполнена полностью без ошибок, решено 100% задач;

(20 балла) – получают обучающиеся, которые относительно полно ориентируются в материале, отвечают без затруднений, допускают незначительное количество ошибок. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий. Работа выполнена полностью, но имеются не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Допускаются незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

(15 баллов) – получают обучающиеся, у которых недостаточно высок уровень владения материалом. В процессе ответа на экзамене допускаются ошибки и затруднения при изложении материала. Обучающийся правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач;

(0 баллов) – получают обучающиеся, которые допускают значительные ошибки. Обучающийся имеет лишь начальную степень ориентации в материале. В работе число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50% задач.