МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА И ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

СОГЛАСОВАНО	**УТВЕРЖДАЮ**
Руководитель образовательной программы ________ **М.М. Лафишева**	**Директор института** ________ **А.Х. Шапсигов**
«12» 04 **2023г.**	«12» 04 **2023г.**

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

«ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ»

02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии
(код и наименование направления подготовки)

«Проектирование систем искусственного интеллекта»
(наименование профиля подготовки)

Бакалавр
Квалификация (степень) выпускника

Очная
Форма обучения

Нальчик - 2023

СОДЕРЖАНИЕ

1. **Перечень компетенций и этапы их формирования**

Карта компетенции

Общепрофессиональные (ОПК):
ОПК-2 Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач

Тип компетенции: общепрофессиональные компетенции выпускника образовательной программы по направлению подготовки высшего образования 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии уровень - бакалавриат.

Результаты обучения (компетенции)	Индикаторы достижения компетенций	Вид оценочного материала, обеспечивающий формирование компетенций	Основные показатели оценки результатов обучения
ОПК-2 Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач.	**ОПК-2.1.** Способен применять базовые знания к существующим математическим методам и системам программирования	Типовые оценочные материалы для устного опроса (п. 5.1.1); типовые оценочные материалы для контрольной работы (п. 5.1.2); типовые оценочные материалы к экзамену (п. 5.2.2.)	**ОПК-2.1.** З-1. Знает существующие математические методы для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач **ОПК-2.1.** У-1. Умеет использовать и адаптировать существующие математические методы для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач **ОПК-2.1.** В-1. Владеет навыками применения системы программирования на базе математических моделей для реализации алгоритмов решения прикладных задач
	ОПК-2.2. Способен использовать адаптировать существующие математические методы и системы программирования для решения прикладных задач		**ОПК-2.2.** З-1. Знает существующие системы программирования для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач **ОПК-2.2.** У-1. Умеет разрабатывать и реализовывать алгоритмы решения прикладных задач, используя существующие

			системы программирования и программные комплексы **ОПК-2.2.** В-1. Владеет навыками производить статистические расчеты с применением соответствующих математических методов и информационных технологий, а также последующую аналитическую работу с полученными данными

2. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Первый этап (уровень)	Второй этап (уровень)	Третий этап (уровень)
36-50 баллов	***51-60 баллов***	***61-70 баллов***
На данном уровне обучающийся запоминает и воспроизводит изученный материал. Студент: знает (запоминает и воспроизводит) употребляемые термины; знает конкретные факты; знает методы и процедуры; знает основные понятия; знает правила и принципы.	На данном этапе обучающийся понимает значение изученного материала, может преобразовать материал из одной формы выражения в другую. В качестве показателя понимания может также выступать интерпретация материала студентом (объяснение, краткое изложение) или же предположение о дальнейшем ходе явлений, событий (предсказание последствий, результатов). Обучающийся: понимает факты, правила и принципы; интерпретирует словесный материал, схемы, графики, диаграммы; преобразует словесный материал в математические выражения; предположительно описывает будущие последствия, вытекающие из имеющихся данных.	Этот уровень обозначает умение использовать изученный материал в конкретных условиях и в новых ситуациях. Сюда входят применение правил, методов, понятий, законов, принципов, теорий. Соответствующие результаты обучения требуют более высокого уровня владения материалом, чем понимание. Студент: использует понятия и принципы в новых ситуациях; применяет законы, теории в конкретных практических ситуациях; демонстрирует правильное применение метода или процедуры.

3. Критерии формирования оценок на различных этапах их формирования

Распределение баллов текущего и рубежного контроля

Вид работы	Трудоемкость, часов		
	5 семестр	**6 семестр**	**Всего**
Общая трудоемкость (в часах)	**108**	**180**	**288**
Контактная работа (в часах):	**51**	**64**	**115**
Лекции (Л)	17	32	49
Практические занятия (ПЗ)	-	-	-
Семинарские занятия (СЗ)	-	-	-
Лабораторные работы (ЛР)	34	32	66
Самостоятельная работа (в часах), в том числе контактная работа:	**48**	**89**	**137**
Курсовой проект (КП), курсовая работа (КР)	-	-	-
Расчетно-графическое задание (РГЗ)	-	-	-
Реферат (Р)	-	-	-
Эссе (Э)	-	-	-
Самостоятельное изучение разделов	48	89	137
Контрольная работа (К)	-	-	-
Подготовка и прохождение промежуточной аттестации	9	27	36
Вид промежуточной аттестации	**зачет**	**экзамен**	**зачет экзамен**

Промежуточная аттестация (зачёт)

Семестр	Шкала оценивания	
	Незачтено (36-60)	**Зачтено (61-70)**
5	Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачёте не ответил ни на один вопрос.	Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете представил полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на оба вопроса. Студенту, имеющему 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, выставляется отметка «зачтено» без сдачи зачёта.

Промежуточная аттестация (экзамен)

Семестр	Шкала оценивания			
	Неудовлетворительно (36-60 баллов)	**Удовлетворительно (61-80 баллов)**	**Хорошо (81-90 баллов)**	**Отлично (91-100 баллов)**

6	Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос. Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос.	Студент имеет 36-50 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на все вопросы. Студент имеет по итогам текущего и рубежного контроля 61-70 баллов на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос.	Студент имеет 51-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 61 – 65 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично ответил на второй. Студент имеет 66-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос.	Студент имеет 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов освоения образовательной программы

Перечень оценочных средств

№	**Наименование оценочного средства**	**Краткая характеристика оценочного средства**	**Представление оценочного средства в фонде**
1.	Коллоквиум, контрольная работа	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2.	Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий

Вопросы для коллоквиума

Тема 1: «Приближенные числа». Действия с приближенными числами.

1. Погрешность суммы.
2. Погрешность произведения.
3. Погрешность частного.

Тема 2: «Приближение функций и их производных»

1. Общая задача интерполирования.
2. Интерполирование по значениям функции.
3. Алгебраическое интерполирование.
4. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
5. Погрешность интерполяционной формулы Лагранжа.
6. Многочлены Чебышева.
7. Минимизация оценки остаточного члена интерполяционного многочлена Лагранжа.
8. Конечные и разделенные разности.
9. Интерполяционная формула Ньютона для не равноотстоящих узлов интерполирования.
10. Интерполяционные формулы Ньютона для равноотстоящих узлов интерполирования.
11. Погрешность интерполяционных формул Ньютона.
12. Постановка задач численного дифференцирования.
13. Основные формулы численного дифференцирования.
14. Погрешность формул численного дифференцирования.
15. Некорректность задачи численного дифференцирования.
16. Задача наилучшего равномерного приближения функции.
17. Метод наименьших квадратов.
18. Обработка результатов наблюдения.

Тема 3: «Численное интегрирование»

1. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.
2. Интерполяционные квадратурные формулы.
3. Формулы прямоугольников.
4. Формула трапеции.
5. Формулы Симпсона.
6. Формулы Гаусса.
7. Методы вычисления кратных интегралов. Метод Монте-Карло.

Тема 4: «Численные методы алгебры»

1. Метод простой итерации.
2. Сходимость метода простой итерации.
3. Оценка погрешности метода простой итерации.
4. Процесс практической оценки погрешности метода простой итерации.
5. Метод Зейделя.
6. Метод релаксации, наискорейшего спуска.
7. Сходимость метода Зейделя.
8. Метод простой итерации решения нелинейных уравнений.
9. Метод Ньютона.
10. Метод секущих.

11. Сходимость методов.
12. Методы решения проблемы собственных значений.

Тема 5: «Численные методы решения задачи Коши для ОДУ»

1. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Одношаговые методы.
3. Метод Эйлера и его модификации.
4. Метод Рунге-Кутта построения одношаговых схем.
5. Схема Рунге-Кутта четвертого порядка точности.
6. Особенности ее реализации на ЭВМ.
7. Метод Рунге-Кутта для систем уравнений.
8. Метод Рунге-Кутта построения одношаговых схем.
9. Схема Рунге-Кутта четвертого порядка точности.
10. Особенности ее реализации на ЭВМ.
11. Метод Рунге-Кутта для систем уравнений.
12. Многошаговые методы.
13. Экстрвполяционный и интерполяционный методы Адамса.
14. Формулы Штермера.
15. Устойчивость и сходимость многошаговых методов.
16. Методы решения жестких систем.

Тема 6: «Численные методы решения краевых задач для ОДУ»

1. Однородные разностные схемы.
2. Методы построения разностных схем.
3. Аппроксимация и устойчивость.
4. Оценка погрешности и сходимость конечно-разностных схем.
5. Метод прогонки и стрельбы решения сеточных уравнений.
6. Вариационно-разностные схемы.
7. Схемы на неравномерных сетках. Сходимость и устойчивость.
8. Разностная функция Грина.

Тема 7: «Численные методы решения краевых задач для ДУ в частных производных»

1. Сетки и сеточные функции.
2. Аппроксимация частных производных.
3. Порядок аппроксимации.
4. Устойчивость.
5. Решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности методом сеток.
6. Явные и неявные схемы для уравнения теплопроводности.
7. Разностные схемы для уравнений гиперболического типа.
8. Задача Коши для волнового уравнения.
9. Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона.
10. Устойчивость и сходимость разностной задачи Дирихле.
11. Итерационный метод решения разностной задачи Дирихле.
12. Схемы на неравномерных сетках. Сходимость и устойчивость.
13. Разностная функция Грина. Априорная оценка в равномерной метрике.
14. Третья краевая задача.
15. Монотонные схемы для уравнения общего вида.
16. Разностные схемы для стационарного уравнения в цилиндрической системе координат.
17. Разностные схемы в сферической системе координат.

Тема 8: «Методы решения интегральных уравнений»

1. Приближенное решение интегральных уравнений.
2. Метод замены интеграла квадратурной суммой.
3. Метод замены ядра вырожденным ядром.
4. Способы замены ядра вырожденным ядром.
5. Решение интегральных уравнений первого рода.
6. Понятие о методе регуляризации при решении уравнения первого рода.
7. Приближенное решение интегральных уравнений Вольтера.

Критерии формирования оценок по контрольным точкам (коллоквиум)

«отличный (высокий) уровень компетенции» (5 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 100%;

«хороший (нормальный) уровень компетенции» (4 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 70%;

«удовлетворительный (минимальный, пороговый) уровень компетенции» (3 балла) – ставится в случае, когда обучающийся затрудняется с правильной формулировкой теоретического материала, дает неполный ответ, демонстрирует знание теоретического материала на 50%;

«неудовлетворительный (ниже порогового) уровень компетенции» (2 и менее баллов) – ставится в случае, когда обучающийся дает неверную формулировкой теоретического материала, дает неверный ответ, демонстрирует незнание теоретического материала или знание материала менее чем на 40%.

***Типовые задачи на коллоквиуме* (*контролируемая компетенция ОПК-2*)**

Тема 1: «Действия с приближенными числами»

1. Округляя следующие числа до трех значащих цифр, определить абсолютную погрешность Δ_a приближенных чисел:

1) 2,1514; 1,1273; -2,145; 2,355;

2) 0,16152; 0,1725; -0,1635; 2,1452;

3) 0,01207; -0,1265; 10,15; 1,3852;

4) 1,225; 0,01366; -0,1535; 0,62851;

5) -0,0015281; 13,45; 0,1235; 14,854.

2. Округляя следующие числа до трех значащих цифр, определить относительную погрешность δ_a полученных приближенных чисел:

1) 2,1514; 1,1273; -2,145; 2,355;

2) 0,16152; 0,1725; -0,1635; 2,1452;

3) 0,01207; -0,1265; 10,15; 1,3852;

4) 1,225; 0,01366; -0,1535; 0,62851;

5) -0,0015281; 13,45; 0,1235; 14,854.

3. Определить абсолютную погрешность приближенных чисел по их относительным погрешностям:

1) $a = 13267;\quad \delta = 0,1\%;$ 2) $a = 2,32;\quad \delta = 0,7\%;$

3) $a = 35,72;\quad \delta = 1\%;$ 4) $a = 0,896;\quad \delta = 10\%;$

5) $a = 232,44;\quad \delta = 1\%;$ 6) $a = 14387;\quad \delta = 1\%.$

4. Определить количество верных знаков в числе a, если известна его абсолютная погрешность:

1) $a = 0,3971;\quad \Delta_a = 0,25 \cdot 10^{-2};$ 2) $a = 0,1132;\quad \Delta_a = 0,1 \cdot 10^{-3};$

3) $a = 38,2543;\quad \Delta_a = 0,27 \cdot 10^{-2};$ 4) $a = 293,481;\quad \Delta_a = 0,1;$

5) $a = 2,325;\quad \Delta_a = 0,1 \cdot 10^{-1};$ 6) $a = 14,00231;\quad \Delta_a = 0,1 \cdot 10^{-3}.$

5. Определить количество верных знаков в числе a, если известна его относительная погрешность:

1) $a = 1,8921;\quad \delta_a = 0,1 \cdot 10^{-2};$ 2) $a = 0,2218;\quad \delta_a = 0,2 \cdot 10^{-1};$

3) $a = 22,351;\quad \delta_a = 0,1;$ 4) $a = 0,02425;\quad \delta_a = 0,5 \cdot 10^{-2};$

5) $a = 0,000135;\quad \delta_a = 0,15;$ 6) $a = 9,3598;\quad \delta_a = 0,1\%.$

6. Найти сумму приближенных чисел и указать их абсолютную погрешность (в исходных данных все знаки верные):

1)	0,15655;	0,43;	2,005;	14,11;	4,11651;	1,2235;
2)	12,4375;	0,015;	12,16;	0,05;	0,1465;	1,07651;
3)	0,0457;	12,97;	6,5;	0,1;	10,125;	0,055;
4)	9,2675;	0,06851;	13,55;	66,175;	0,1345;	2,1125;
5)	1,1;	6,965;	0,0651;	7,63;	0,155;	6,7.

7. Найти сумму приближенных чисел и указать их относительную погрешность (в исходных данных все знаки верные):

1)	0,15655;	0,43;	2,005;	14,11;	4,11651;	1,2235;
2)	12,4375;	0,015;	12,16;	0,05;	0,1465;	1,07651;
3)	0,0457;	12,97;	6,5;	0,1;	10,125;	0,055;
4)	9,2675;	0,06851;	13,55;	66,175;	0,1345;	2,1125;
5)	1,1;	6,965;	0,0651;	7,63;	0,155;	6,7.

8. Найти разность приближенных чисел и указать их абсолютную погрешность (в исходных данных все знаки верные):

1)	0,15655;	0,43;	2,005;	14,11;	4,11651;	1,2235;

2)	12,4375;	0,015;	12,16;	0,05;	0,1465;	1,07651;
3)	0,0457;	12,97;	6,5;	0,1;	10,125;	0,055;
4)	9,2675;	0,06851;	13,55;	66,175;	0,1345;	2,1125;
5)	1,1;	6,965;	0,0651;	7,63;	0,155;	6,7.

9. Найти разность приближенных чисел и указать их относительную погрешность (в исходных данных все знаки верные):

1)	0,15655;	0,43;	2,005;	14,11;	4,11651;	1,2235;
2)	12,4375;	0,015;	12,16;	0,05;	0,1465;	1,07651;
3)	0,0457;	12,97;	6,5;	0,1;	10,125;	0,055;
4)	9,2675;	0,06851;	13,55;	66,175;	0,1345;	2,1125;
5)	1,1;	6,965;	0,0651;	7,63;	0,155;	6,7.

10. Найти произведение приближенных чисел и вычислить абсолютную и относительную погрешности (в исходных данных все знаки верные):

1) 4,27·6,7; 2,134:1,973;

2) 33,1·1,547; 0,156:1,5;

3) 0,05·17,2; 136:2;

4) 0,137·456; 457,123:918;

5) 1,87·1,194; 133,4576:35,2.

11. Найти частное приближенных чисел и вычислить абсолютную и относительную погрешности (в исходных данных все знаки верные):

1) 4,27·6,7; 2,134:1,973;

2) 33,1·1,547; 0,156:1,5;

3) 0,05·17,2; 136:2;

4) 0,137·456; 457,123:918;

5) 1,87·1,194; 133,4576:35,2.

Тема 2: «Интерполирование функций»

1. Построить интерполяционный полином Лагранжа для функций $f(x)=\ln x$, заданной в узлах интерполяции. Оценить погрешность интерполяционного полинома при заданном значении *x*.

1) $x=1{,}05$

x	1,0	1,1	1,2
$f(x)$	0,0000	0,0953	0,1823

2) $x=2{,}05$

x	2,0	2,1	2,2
$f(x)$	0,6931	0,7419	0,7885

3) $x = 3{,}05$

x	3,0	3,1	3,2
$f(x)$	1,0986	1,1314	1,1632

4) $x = 1{,}55$

x	1,5	1,6	1,7
$f(x)$	0,4055	0,4700	0,5306

5) $x = 2{,}55$

x	2,5	2,6	2,7
$f(x)$	0,9163	0,9555	0,9933

2. Построить интерполяционный полином Ньютона, составив таблицу разностей, если функция $f(x)$ задана в узлах интерполирования:

1)	x	1	3	4		2)	x	2	3	6
	$f(x)$	3	2	5			$f(x)$	1	3	2
3)	x	3	4	6		4)	x	4	6	7
	$f(x)$	5	3	2			$f(x)$	4	1	5
5)	x	5	6	8		6)	x	6	8	9
	$f(x)$	4	1	3			$f(x)$	5	2	3

3. По заданным таблицам значений функции $f(x)$ (первая таблица для нечетных вариантов, вторая – для четных), используя формулу Ньютона для интерполирования вперед (до второго порядка) вычислить значения $f(x)$ в указанных значениях аргумента x. При составлении таблицы разностей провести контроль вычислений.

Таблица 1

x	$f(x)$
0,115	5,49543
0,120	5,65583
0,125	5,82558

Таблица 2

x	$f(x)$
1,340	4,25562
1,345	4,35325
1,350	4,45522

0,130	6,00551		1,355	4,56184
0,135	6,19658		1,360	4,67344
0,140	6,39986		1,365	4,79038
0,145	6,61659		1,370	4,91306
0,150	6,84815		1,375	5,04192
0,155	7,09613		1,380	5,17744
0,160	7,36235		1,385	5,32016
0,165	7,64893		1,390	5,47069
0,170	7,95829		1,395	5,62968
0,175	8,29329		1,400	5,79754
0,180	8,65729		1,405	5,96237

1) 0,1217; 0,1161; 2) 1,3415; 1,3371;

3) 0,1152; 1,1162; 4) 1,3426; 1,3719;

5) 0,1213; 0,1144 6) 1,3454; 1,3317.

4. По заданным таблицам значений функции $f(x)$ задания 3 (первая таблица для нечетных вариантов, вторая – для четных), используя формулы Ньютона для интерполирования назад (до второго порядка) вычислить значения $f(x)$ в указанных значениях аргумента x. При составлении таблицы разностей провести контроль вычислений.

1 0,1736; 0,1751; 2) 0,3911; 1,3962;

3 1,1728; 0,1762; 4) 1,3921; 1,3971;

5) 0,1714; 0,1852; 6) 1,3858; 1,3961.

5. По формуле Ньютона для равноотстоящих узлов уплотнить в два раза таблицы в первом задании. Осуществить контроль результатов по разностям.

Тема 3: «Численное дифференцирование»

1. Найти $y'(50)$ функции $y = \lg x$, заданной таблицей:

x	50	55	60	65
y	1,6990	1,7404	1,7782	1,8129

Оценить ошибку.

2. Путь $y = f(t)$, пройденный прямолинейно движущейся точкой за время t, дается таблицей:

i	0	1	2	3	4	5

Время t_i (сек)	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
Путь $y(t_i)$ (см)	0,000	1,512	6,022	13,385	22,385	34,921

Используя конечные разности до пятого порядка включительно, приближенно найдите скорость $V = \frac{dy}{dt}$ и ускорение $W = \frac{d^2y}{dt^2}$ точки для моментов времени $t = 0;\ 0{,}01;\ 0{,}02;\ 0{,}03;\ 0{,}04$. Значение t выбрать по номеру варианта.

Тема 4: «Численное интегрирование»

1. Вычислить интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{a + x^3}$ по формуле трапеций при $n = 8$ и оценить остаточный член.

2. Вычислить интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{a + x^2}}$ по формуле трапеций с точностью $\varepsilon = 10^{-5}$, определяя величину шага h по оценке остаточного члена.

3. Вычислить интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{a + x^2}$ с помощью формулы Симпсона с точностью $\varepsilon = 10^{-5}$. Величину шага h, обеспечивающего требуемую точность, определить с помощью двойного пересчета.

4. Вычислить с точностью $\varepsilon = 10^{-5}$ интеграл $I = \int_0^1 \frac{e^{-x^2} \sin ax}{a + x^2} dx$ по составной формуле Симпсона при $N = 10$.

5. Вычислить с точностью $\varepsilon = 10^{-5}$ интеграл $I = \int_0^1 \frac{e^{-x^2} \sin ax}{a + x^2} dx$

по формуле Гаусса при $n = 5$.

Во всех заданиях $a = 0{,}1 \cdot k$, где k – номер варианта.

Тема 5: «Численные методы алгебры»

1. Используя метод простой итерации, найти решение системы

$$\begin{cases} (24{,}21 + \alpha)\, x_1 + 2{,}42\, x_2 + 3{,}85\, x_3 = 30{,}24, \\ 2{,}31 x_1 + 31{,}49\, x_2 + 1{,}52\, x_3 = 40{,}95 - \beta, \\ 3{,}49\, x_1 + 4{,}85\, x_2 + (28{,}72 + \alpha)\, x_3 = 42{,}81 \end{cases}$$

с точностью $\varepsilon = 10^{-5}$. Значения параметров α и β для вариантов приведены в таблице:

№№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
α	0,2	0,4	0,6	0,8	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	0,0
β	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,4

2. Используя метод Зейделя, найти решение системы, приведенной в первом задании с точностью $\varepsilon = 10^{-5}$.

Тема 6: «Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений»

1. Применяя метод Эйлера решить задачу Коши:

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{2} x\, u\,, \qquad u(0) = 1$$

на отрезке $[0,1]$ с шагом $h = 0,1$. Результаты сравнить с точным решением.

2. Применяя метод предиктор-корректор решить задачу Коши:

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{2} x\, u\,, \qquad u(0) = 1$$

на отрезке $[0,1]$ с шагом $h = 0,1$. Результаты сравнить с точным решением.

3. Применяя метод Рунге-Кутта четвертого порядка точности решить задачу Коши:

$$\frac{du}{dx} = \frac{1}{2} x\, u\,, \qquad u(0) = 1$$

на отрезке $[0,1]$ с шагом $h = 0,1$. Результаты сравнить с точным решением.

4. Составить программу и получить численные результаты решения дифференциального уравнения

$$\frac{du}{dx} = 1 + \alpha u \sin x - \beta u^2$$

методом Эйлера на отрезке $[0,1]$ с начальным условием $u(0) = 0$, выбрав шаг h равным $0,1$. Значения параметров α и β для всех вариантов даны в таблице.

№ № вариантов	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
α	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
β	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25

5. Используя метод Рунге – Кутта четвертого порядка точности, составить программу

и получить результаты численного решения задачи Коши для модели хищник-жертва (уравнение Лотки-Вольтерра):

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = \alpha x + \beta y x, \quad \alpha > 0,\ \beta < 0, \quad x(0) = x_0, \\ \dfrac{dy}{dt} = \gamma y + \delta x y, \quad \gamma < 0,\ \delta > 0, \quad y(0) = y_0. \end{cases}$$

Здесь $x = x(t)$, $y = y(t)$ – количество жертв и хищников соответственно в момент времени t. Входные данные:

$\alpha = 0{,}25$, $\beta = -0{,}01$, $\gamma = -1$, $\delta = 0{,}01$, $x_0 = 80$, $y_0 = 30$, $\tau = 0{,}25$;

τ – шаг сетки по времени.

6. Проверить устойчивость решения задачи по начальным данным. Для этого измените начальные условия $x_0 = 80$, $y_0 = 30$ на единицу в каждом направлении (четыре различных случая) и повторите вычисления, используя метод Рунге – Кутта. Построить графики на координатной плоскости xOy.

Тема 7: «Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений»

Методом прогонки решить задачу:

$$\frac{d}{dx}\left[k(x)\frac{du}{dx}\right] - q(x)u = -f(x), \quad 0 < x < 1,$$

$$\begin{cases} k(0)\,u'(0) = \beta_1\, u(0) - \mu_1, \quad x = 0, \\ -k(1)\,u'(1) = \beta_2\, u(1) - \mu_2, \quad x = l, \quad \beta_1 \ge 0, \beta_2 \ge 0,\ \beta_1 + \beta_2 > 0 \end{cases}$$

с использованием однородной разностной схемы

$$(a\, y_{\bar{x}})_x - d\, y = -\varphi(x),$$

$$\begin{cases} a_1\, y_{\bar{x},1} = \bar{\beta}_1\, y_0 - \bar{\mu}_1, \quad \bar{\beta}_1 = \beta_1 + 0{,}5 h q_0,\ \bar{\mu}_1 = \mu_1 + 0{,}5 h\, f_0, \\ -a_N\, y_{\bar{x},N} = \bar{\beta}_2\, y_N - \bar{\mu}_2, \quad \bar{\beta}_2 = \beta_2 + 0{,}5 h q_N,\ \bar{\mu}_2 = \mu_2 + 0{,}5 h\, f_N. \end{cases}$$

Составить программу. Значение шага h выбирать, исходя из требований к точности решения. Коэффициенты уравнения и граничных условий приведены в таблице.

№	$k(x)$	$q(x)$	$f(x)$	β_1	μ_1	β_2	μ_2	ε
1	e^x	e^x	$\sin x$	0	0	1	0	0,1
2	x^2+1	x	e^{-x}	0	0	1	0	0,1

3	$x+1$	e^x	e^{-x^2}	0	0	1	0	0,1
4	e^x	e^x	e^{-x}	1	0	1	0	0,1
5	e^x	e^x	$\cos x$	1	0	1	1	0,001

Тема 8: «Численные методы решения краевых задач для нестационарных уравнений математической физики»

1. Найти решение уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\quad 0<x<1,\quad 0<t\le 0,01,$$

удовлетворяющее условиям:

$$u(x,0)=e^{-\beta x}\sin\alpha x,\ 0\le x\le 1,$$

$$u(0,\ t)=0,\ u(1,\ t)=e^{-\beta}\sin\alpha$$

1) по явной разностной схеме, взяв $h=0,1;\ \tau=0,002$;

2) по неявной разностной схеме, взяв $h=0,1;\ \tau=0,01$.

Сравнить полученные решения.

Значения параметров α и β для всех вариантов даны в таблице.

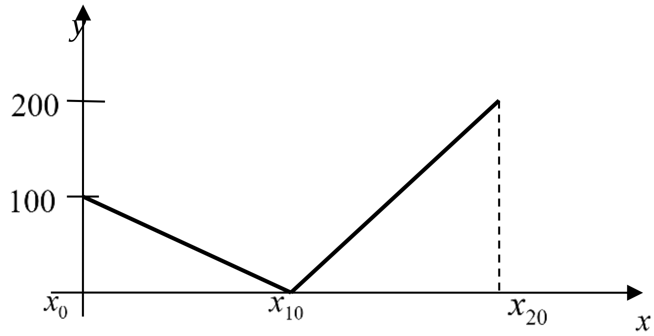
№ вар-та	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
α	$\pi/12$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$5\pi/12$	$\pi/12$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$5\pi/12$
β	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

2. Для параболического уравнения $u_t=u_{xx}$ решить первую краевую задачу

$$u(0,t_j)=100,\ u(20,t_j)=200,\quad j=0,1,2,...,200.$$

Начальное условие задается таким образом:

$$u(x_i,0)=10(10-x_i);\qquad i=0,1,...,10;$$
$$u(x_i,0)=20(x_i-10);\qquad i=10,11,...,20;$$



Для решения сформулированной задачи воспользоваться явной схемой, приняв $h=1$; $\lambda=0{,}2$; $\lambda=\dfrac{\tau}{h^2}$.

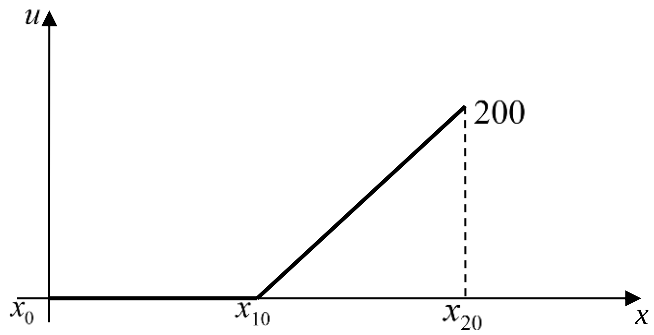
К какому виду должно стремиться распределение температуры по истечении достаточно длительного времени?

3. Решить ту же задачу, что в задании 2, приняв:

$\lambda=0{,}1$ и $j_{\max}=400$; $\lambda=0{,}4$ и $j_{\max}=100$; $\lambda=0{,}8$ и $j_{\max}=50$; $\lambda=1$ и $j_{\max}=20$.

4. С помощью неявной схемы решить уравнение $u_t=u_{xx}$, приняв граничные и начальные условия заданными по формулам:

$u(0,t_j)=0$; $u(x_{20},t_j)=200$; $u(x_i,0)=0$, $i=0,1,...10$;
$u(x_i,0)=20(x_i-10)$, $i=10, 11, ..., 20$;



5. Составить алгоритм решения смешанной задачи для уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial u}{\partial t}=a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+f(x,t), \quad 0<x<l,\ 0<t\le T,$$

$$u'(0)=\beta_1 u(0)-\mu_1(t),$$

$$-u'(1)=\beta_2 u(1)-\mu_2(t), \quad \beta_1,\ \beta_2\ge 0,\ \beta_1+\beta_2>0,$$

а) с помощью явной схемы;

б) с помощью неявной схемы.

6. Построить разностную схему, аппроксимирующую со вторым порядком по τ и h дифференциальную задачу:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x, t), \;\; x \in (0,1), \;\; t \in (0,T],$$

$$u(x,0) = \psi_0(x),$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = \psi_1(t), \;\; u(1, t) = \psi_2(t).$$

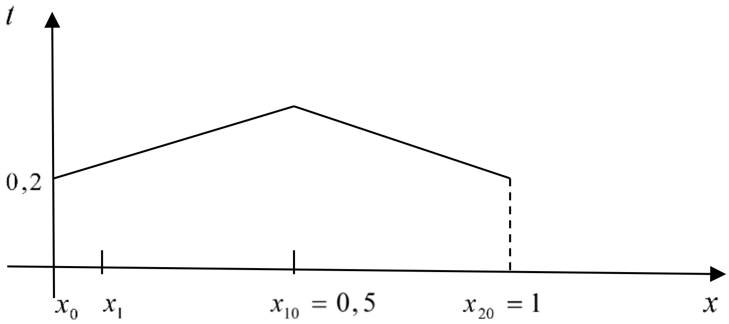
Записать расчетные формулы алгоритма.

Тема 9: «Численные методы решения уравнений гиперболического типа»

1. Решить волновое уравнение $u_{tt} = u_{xx}$ с помощью явной схемы $(\sigma = 0)$ для $h = 1/20$, $\gamma = 0{,}2$ с граничными условиями $u(0, t) = u(20, t) = 0$.

Начальные условия задаются в виде

$$u_0(x) = u(x,0) = \begin{cases} 3{,}6x + 0{,}2\,; & x \in [0;\, 0{,}5], \\ -3{,}6x + 3{,}8; & x \in [0{,}5;\, 1]. \end{cases}$$



Чтобы начать вычисление принять $u(x, \tau) = u(x, 0), \; \forall x \in [0, 1]$.

Продолжите счёт до $j = 250$.

2. Решите задачу в первом задании при начальных условиях

$$u(x_i, 0) = u(x_i, \tau) = 2\sin \pi x_i, \quad i = 0, 1, \ldots, 20\,.$$

Постройте график решения при $j = 202$ как функцию от x_i.

Аналогично постройте график положения средней точки струны $x_{10} = 0{,}5$ как функцию от времени.

3. Построить разностную схему второго порядка аппроксимации краевой задачи:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0,t)=\beta_1 u(0,t)-\mu_1(t),$$

$$-\frac{\partial u}{\partial x}(1,t)=\beta_2 u(1,t)-\mu_2(t),\ t\ge 0,$$

$$u(x,0)=u_0(x),\quad u_t(x,0)=\bar{u}_0(x)\ \ 0\le x\le 1.$$

Составить алгоритм решения схемы.

Тема 10: «Численные методы решения интегральных уравнений»

1. Найти приближенное решение интегрального уравнения

$$y(x)-\int_0^{0,96}\frac{(1+x+s)\,y(s)}{2+x^2+s^2}\,ds=e^{-x},$$

применяя квадратурную формулу Симпсона при $n=4$.

2. Найти приближенное решение интегрального уравнения

$$y(x)-\int_0^1\frac{1+x+s}{2+xs}\,y(s)\,ds=1-x^2,$$

применяя квадратурную формулу Гаусса при $n=4$.

3. Найти приближенное решение интегрального уравнения

$$y(x)-\int_0^x\frac{y(s)}{(1+x+y)}\,ds=(1+x),$$

применяя квадратурную формулу трапеций при $h=0,2$.

Оценочные материалы для контрольной работы (коллоквиумов) (контролируемая компетенция ОПК-2)

Вариант 1.

Задание 1.

1. Приближенные числа расположите по количеству значащих цифр, начиная с меньшего

4: 1.031

2: 0.017

3: 0.0105

5: 7.0409

1: 0.01

2. Приближенные числа расположите по количеству значащих цифр, начиная с меньшего

3: 0.0304

1: 0.03

4: 9.401

5: 9.0018

2: 0.022

3. Относительная погрешность δ_a приближенного числа a при заданной абсолютной погрешности $\Delta_a = 0.008$ и точным значением $A = 0.4$ равна…

Правильные варианты ответа: 0.02; 0,02.

4. Предельная относительная погрешность δ_a^* приближенного числа $a = 2$ при заданной предельной абсолютной погрешности $\Delta_a^* = 0.06$ равна…

Правильные варианты ответа: 0.02; 0,02.

5. В приближенном числе $a = 24.79$ с абсолютной погрешностью $\Delta_a = 0.012$ количество верных (в узком смысле) значащих цифр равно…

Правильные варианты ответа: 3.

Задание 2. *Выберите правильный ответ.*

1. Для величин $x = 4$ и $y = 2$ с абсолютными погрешностями $\Delta x = 0.1$ и $\Delta y = 0.02$ абсолютная погрешность суммы $\Delta(x + y)$ равна

☐ 0.07 ☐ 0.05 ☐ 0.03 ☑ 0.12

2. Для величин $x = 2$ и $y = 1$ с относительными погрешностями $\delta x = 0.01$ и $\Delta y = 0.02$ относительная погрешность произведения $\delta(x \cdot y)$ равна

☐ 0.17 ☐ 0.22 ☐ 0.19 ☑ 0.21

3. Правило Чеботарева вычисления абсолютной погрешности суммы n - приближенных чисел a записывается в виде

☑ $\Delta_s = \sqrt{3n} \cdot 0.5 \cdot 10^{-m}$ ☐ $\Delta_s = \sqrt{3n} \cdot 0.5 \cdot 10^{m}$ ☐ $\Delta_s = \sqrt{n} \cdot \Delta_a$ ☐ $\Delta_s = \sqrt{3n} \cdot \Delta_a \cdot \delta_a$

4. Говорят, что приближенное число a (с m - старшим десятичным разрядом) содержит n - верных значащих цифр в широком смысле, если абсолютная погрешность удовлетворяет неравенству

☑ $\Delta_a \le 1 \cdot 10^{m-n+1}$ ☐ $\Delta_a > 1 \cdot 10^{m-n+1}$ ☐ $\Delta_a \ge 1 \cdot 10^{m-n+1}$ ☐ $\Delta_a \le 0.5 \cdot 10^{m-n+1}$

5. Предельная относительная погрешность δ_a^* приближенного числа a связана с предельной абсолютной погрешностью Δ_a^* по формуле

☑ $\delta_a^* = \dfrac{\Delta_a^*}{|a|}$ ☐ $\delta_a^* = \dfrac{\Delta_a^*}{A}$ ☐ $\delta_a^* = \dfrac{|a|}{\Delta_a^*}$ ☐ $\delta_a^* = \Delta_a^* - A$

Задание 3.

1. Определить абсолютную погрешность суммы $\Delta(x+y)$ для величин $x=2$ и $y=3$ с абсолютными погрешностями $\Delta x=0.17$ и $\Delta y=0.03$.

Правильные варианты ответа: 0.2; 0,2.

2. Определить абсолютную погрешность частного $\Delta(a/b)$ для величин $a=4.2$ и $b=2.1$ с относительными погрешностями $\delta a=0.01$ и $\delta b=0.2$.

Правильные варианты ответа: 0,42; 0.42.

3. Определить абсолютную погрешность разности $\Delta(x-y)$ для величин $x=7$ и $y=5$ с абсолютными погрешностями $\Delta x=0.715$ и $\Delta y=0.035$.

Правильные варианты ответа: 0,75; 0.75.

4. Определить абсолютную погрешность произведения $\Delta(x\cdot y)$ для величин $x=3.05$ и $y=2.01$ с абсолютными погрешностями $\Delta x=0.05$ и $\Delta y=0.01$.

Правильные варианты ответа: 0.131; 0,131.

5. Определить абсолютную погрешность произведения $\Delta(x\cdot y)$для величин $x=5$ и $y=1.02$ с относительными погрешностями $\delta_x=0.02$ и $\delta_y=0.05$.

Правильные варианты ответа: 0.357; 0,357.

Вариант 2.

Задание 1. *Вставьте пропущенное слово:*

1. Формулы численного дифференцирования, в которых учитываются значения заданной функции как и при $x>x_0$, так и при $x<x_0$, называются … формулами численного дифференцирования.

Правильный вариант ответа: центральными.

2. С ростом порядка ... обычно резко снижается точность численного дифференцирования.

Правильный вариант ответа: производной.

3. Некорректность в С задачи численного дифференцирования заключается в сколь угодно ... расхождении производных двух сколь угодно близких функций.

Правильный вариант ответа: большом.

4. Для сколько угодно близких $x(t)$, $\tilde{x}(t)\in C^1[a,b]$ расстояние между их производными в $C[a,b]$ может быть сколь угодно …

Правильные варианты ответа: велико.

5. Если табулирована не только функция, но и ее производные, то следует составлять и дифференцировать интерполяционный многочлен ...

Правильный вариант ответа: Эрмита.

Задание 2. Выберите правильный ответ.

1. Можно построить формулу численного дифференцирования с n узлами, точную для многочленов степени

☑ n-1 ☐ n+1 ☐ n ☐ 2n+1

2. Практической формулой $r_n(x_0) \le \frac{1}{h}\frac{\Delta^{n+1}y_0}{n+1}$ пользуются для оценки ошибки при вычислении первой производной по формуле

☑ $y_0' = \frac{1}{h}\left(\Delta y_0 - \frac{1}{2}\Delta^2 y_0 + \frac{1}{3}\Delta^3 y_0 - \ldots\right)$ ☐ $y_0' = \frac{1}{h}\left(\Delta y_0 - \frac{1}{2}\Delta^2 y_0 - \frac{1}{3}\Delta^3 y_0 - \ldots\right)$

☐ $y_0' = \left(\Delta y_0 - \frac{1}{2}\Delta^2 y_0 - \frac{1}{3}\Delta^3 y_0 - \ldots\right)$ ☐ $y_0' = h\left(\Delta y_0 - \frac{1}{2!}\Delta^2 y_0 - \frac{1}{3!}\Delta^3 y_0 - \ldots\right)$

3. Для задачи Коши $y' = yx^2$, $y(2) = 3$ один шаг метода Эйлера с $h = 0,1$ даёт результат для $y(2,1)$, равный

☑ 4,2 ☐ 3,2 ☐ 4,1 ☐ 3,8

4. Для задачи $y' = x + y^2$, $y(0) = 1$ один шаг метода Эйлера при $h = 0,2$ дает значение

☑ 1,2 ☐ 1,25 ☐ 1,5 ☐ 1,3

5. Для таблично заданной функции

x	0	0,2	0,4
y	1	1,3	1,8

значение $y'(0,2)$ по формуле для центральных разностей равно

☑ 2 ☐ 2,2 ☐ 2,1 ☐ 1,8

Задание 3.

1. Определить один шаг метода Эйлера при $h = 0,2$ для задачи $y' = x + y^2$, $y(0) = 1$.

Правильные варианты ответа: 1.2; 1,2.

2. Определить один шаг метода Эйлера при $h = 0,2$ для задачи $y' = y$, $y(0) = 1$.

Правильные варианты ответа: 1.2; 1,2.

3. Определить один шаг метода Эйлера для $y(1,1)$ при $h = 0,1$ для задачи Коши $y' = x - y^2$, $y(1) = 2$.

Правильные варианты ответа: 1.7; 1,7.

4. Определить один шаг метода Эйлера для $y(2,1)$ при $h = 0,1$ для задачи Коши $y' = yx^2$, $y(2) = 3$.

Правильные варианты ответа: 1.7; 1,7.

5. Определить один шаг метода Эйлера при $h = 0{,}1$ для задачи Коши $y' = xy,\ y(1) = 2.$

Правильные варианты ответа: 2.2; 2,2.

Вариант 3.

Задание 1. *Вставьте пропущенное слово:*

1. Конечное множество точек $\omega_h = \{x_i = ih,\ i = 1,2,..., N-1\}$ на оси x есть…

Правильный вариант ответа: сетка.

2. Расстояние между ближайшими узлами сетки есть…

Правильный вариант ответа: шаг

3. Функция, определенная на сетке $\omega_h = \{x_i = ih,\ i = 1,2,..., N-1\}$ есть…

Правильный вариант ответа: сеточная функция

4. Выражение $\dfrac{u(x_{i+1}) - u(x_i)}{h}$ является дискретным аналогом производной … порядка.

Правильный вариант ответа: первого

5. Формула $(uv)_x = u_x v + u^{(+1)} v_x$ является разностным аналогом формулы дифференцирования ...

Правильный вариант ответа: произведения.

Задание 2. *Выберите правильный ответ.*

1. Разностный аналог формулы интегрирования по частям имеет вид:

☑ $(u, v_x) = -(u_{\bar{x}}, v] + u_N v_N - u_0 v_1$ ☐ $(u, v_x) = (u_{\bar{x}}, v) + u_N v_N - u_0 v_1$

☐ $(u, v_x) = (u_x, v] + u_N v_N - u_0 v_1$ ☐ $(u, v_x) = (u_x, v) - u_N v_N - u_0 v_1$

2. Неравенство Коши - Буняковского имеет вид:

☑ $|(u, v)| \le \|u\| \cdot \|v\|$ ☐ $|(u, v)| \ge \|u\| \cdot \|v\|$

☐ $|(u, v)| \le \|u\| + \|v\|$ ☐ $|(u, v)| < \|u\| \cdot \|v\|$

3. ε - неравенство Юнга имеет вид:

☑ $|ab| \le \varepsilon a^2 + \dfrac{1}{4\varepsilon} b^2$ ☐ $|ab| \le \varepsilon a^2 + \dfrac{1}{\varepsilon} b^2$

☐ $|ab| \ge \varepsilon a^2 + \frac{1}{4\varepsilon} b^2$ ☐ $|ab| \le 2\varepsilon a^2 + \frac{1}{2\varepsilon} b^2$

4. Нетривиальными решениями задачи $u''(x) + \lambda u = 0,\ 0 < x < l,\ u(0) = u(l) = 0$ являются:

☑ собственные функции ☐ собственные значения

☐ собственные решения ☐ частные решения

5. Для всякой сеточной функции $y(x)$, заданной на сетке $\overline{\omega}_h = \{x_i = ih, 0 \le i \le N, x_0 = 0, x_N = 1\}$ и обращающейся в нуль в точках $x = 0, x = 1$ справедливо неравенство:

☑ $\|y\|_c \le \frac{1}{2} \| y_{\bar{x}}]|$, где $\|y\|_c = \max\limits_{x \in \overline{\omega}_h} |y(x)|$, $\| y_{\bar{x}}]| = (y_{\bar{x}}, y_{\bar{x}}]^{1/2}$

☐ $\|y\|_c \ge \frac{1}{2} \| y_{\bar{x}}]|$ ☐ $\|y\|_c \le \frac{1}{18} \| y_{\bar{x}}]|$ ☐ $\|y\|_c \le \frac{1}{16} \| y_{\bar{x}}]|$

Задание 3.

1. Если $\left| \left(L^h(u)_h - (Lu)_h \right)_{x = x_i} \right| \le Ch^n$, то говорят что оператор L^h …. аппроксимирует в точке $x = x_i$ оператор L на функции u с порядком n.

Правильный вариант ответ: локально.

2. Разность $\psi = L^h u - Lu$ есть погрешность аппроксимации оператора L оператором L^h.

Правильный вариант ответа: погрешность.

3. Разностная схема $L^h y = \varphi$ …, если для ее решения справедливо неравенство $\|y\|_{(1)} \le M \|\varphi\|_{(2)},\ M > 0$ не зависит от h

Правильный вариант ответа: устойчива.

4. Разностная схема $L^h y = \varphi$ …, если $\left\| \left(L^h \right)^{-1} \right\| \to \infty$ при $h \to 0.$

Правильный вариант ответа: неустойчива.

5. Разностное уравнение $y_n + 2y_{n+1} + 3y_{n+2} + 7y_{n+3} = 21$ имеет … порядок точности.

Правильные варианты ответа: 3; третий.

Вариант 4.

Задание 1. *Вставьте пропущенное слово.*

1. Аппроксимация второй производной $u''(x_i) \approx \frac{u_{i+1} - 2u_i + u_{i-1}}{h^2}$

имеет погрешность … порядка.

Правильные варианты ответа: 2; второго.

2. Порядок разностного уравнения $y_n + 2y_{n+1} + 3y_{n+2} + 4y_{n+1} = 5$ равен ...

Правильные варианты ответа: 2; двум.

3. Разностная схема $A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = 1,2,..., N-1, \quad y_0 = \mu_1, \quad y_N = \mu_2$ … , если

$A_i > 0,\ B_i > 0,\ C_i - A_i - B_i \geq 0$

Правильный вариант ответа: монотонна.

4. Выражение $\dfrac{y_i - y_{i-1}}{h_i}$ – есть левая разностная производная на … сетке.

Правильные варианты ответа: неравномерной.

5. … разностная схема для обыкновенного дифференциального уравнения $(ku_x)_x - q(x)v = -f(x)$ имеет вид $(ay_{\bar{x}})_x - dy = -\varphi$.

Правильный вариант ответа: однородная.

Задание 2. *Выберите правильный ответ.*

1. Задача Коши для дифференциального уравнения $Lu \equiv \dfrac{du}{dt} + \lambda u = f(t),\ t > 0$ имеет вид:

☑ $Lu = f, \quad u(0) = u_0$ ☐ $Lu = f, \quad u(0) = u(1) = 0$

☐ $Lu = f, \quad u(0) = u(1)$ ☐ $Lu = f, \quad u(t_0) = u(t_1)$

2. Явная разностная схема Эйлера для задачи Коши $\dfrac{du}{dt} + \lambda u = f(t),\ t > 0,\ u(0) = u_0$ имеет вид

☑ $\dfrac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + \lambda y_n = f_n,\ y_0 = u_0,\ y_n = y(t_n)$ ☐ $\dfrac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + \lambda y_{n+1} = f_n,\ y_0 = u_0$

☐ $\dfrac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + \lambda y_{n+1} = f_{n+1},\ y_0 = u_0$ ☐ $\dfrac{y_{n+1} - y_{n-1}}{\tau} + \lambda y_{n-1} = f_n,\ y_0 = u_0$

3. Уравнение $\dfrac{d}{dx}\left[k(x)\dfrac{du}{dx}\right] - q(x)u = -f(x),\ 0 < x < 1$, описывает

☑ стационарное распределение температуры ☐ нестационарные процессы

☐ нестационарный процесс диффузии ☐ поток тепла в точке x_0

4. Задача $\frac{d}{dx}\left[k(x)\frac{du}{dx}\right]-q(x)u=-f(x),\ 0<x<1,\ u(0)=u(1)=0,\ k(x)\ge c_1>0,\ q(x)\ge 0$

имеет единственное решение, если

☑ $k(x)\in C^1[0,1];\quad q,\ f\in C[0,1]$ ☐ k,q,f - незнакоопределенные на (0,1) функции

☐ $k(x),q,\ f$ - кусочно-непрерывные функции ☐ $k,q,\ f$ имеют разрывы первого рода

5. Оператор, порожденный дифференциальным выражением $Lu\equiv\frac{d}{dx}\left[k(x)\frac{du}{dx}\right]+q(x)u$ и граничными условиями $u(0)=u(1)=0,$ является положительным, если

☑ $k(x)\ge c>0,\quad q(x)\ge 0$ ☐ $|k(x)|\le c_1,\quad |q|\le c_2$

☐ $q(x)\ge 0,\quad |k|\le c_1$ ☐ $k(x)\le c_1<0,\quad q\ge 0$

Задание 3.

1. Метод прогонки для решения системы разностных уравнений $A_i y_{i-1}-C_i y_i+B_i y_{i+1}=-F_i,\quad i=1,2,...,N-1,\ \ y_0=\chi_1 y_1-\nu_1,\ \ y_N=\chi_2 y_{N-1}+\nu_2$ …, если

$|C_i|\ge|A_i|+|B_i|,\quad i=\overline{1,N-1};\quad |\chi_\alpha|\le 1,\quad \alpha=1,2,;\quad |\chi_1|+|\chi_2|<2$

Правильный вариант ответа: устойчив.

2. Неявная схема Эйлера $\frac{y_{n+1}-y_n}{\tau}+\lambda y_{n+1}=0$ …. при условии $\lambda>0$.

Правильный вариант ответа: устойчива.

3. Явная схема $\frac{y_{n+1}-y_n}{\tau}+\lambda y_n=0$ …. при условии $\tau\le\frac{2}{\lambda},\ \lambda>0$.

Правильный вариант ответа: устойчива.

4. Оператор A называют … в H, если $(Ax,x)\ge\delta\|x\|^2,\ \delta>0.$

Правильный вариант ответа: положительно определенным.

5. Оператор $A:H\to H$ является …, если имеет место $(Ax,y)=(x,Ay),\ \ x,y\in H.$

Правильный вариант ответа: самосопряженным.

Вариант 5.

Задание 1. *Выберите правильный ответ.*

1. Расчетная форма разностной схемы первой краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка имеет вид:

☑ $A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad y_0 = \mu_1, \quad y_N = \mu_2$

☐ $A_i y_{i-1} + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad y_0 = \mu_1, \quad y_N = \mu_2$

☐ $A_i y_{i-1} - C_i y_i = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad y_0 = \mu_1, \quad y_N = \mu_2$

☐ $A_i y_{i-1} + C_i y_i - B_i y_{i+1} = F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad y_0 = \mu_1, \quad y_N = \mu_2$

2. Схема предиктор-корректор задачи Коши

$$\frac{du}{dt} = f(t,u), \quad t > 0$$
$$u(0) = u_0$$

имеет вид

☑ $\begin{cases} \dfrac{\bar{y}_n - y_n}{\tau} = f(t_n, y_n), \\ \dfrac{y_{n+1} - y_n}{\tau} = f\left(t_n + \dfrac{\tau}{2}, \bar{y}_n\right) \end{cases}$ ☐ $\begin{cases} \dfrac{\bar{y}_{n+1} - y_n}{\tau} = f(t_n, y_n), \\ \dfrac{y_{n+1} - y_n}{\tau} = f(t_n +, \bar{y}_{n+1}) \end{cases}$

☐ $\dfrac{y_{n+1} - y_n}{\tau} = f(t_{n+1}, y_{n+1})$ ☐ $\dfrac{\bar{y}_{n+1} - y_n}{\tau} = f(t_n, y_n)$

3. Для решения разностной задачи $A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad y_0 = \mu_1, \quad y_N = \mu_2$

справедлив принцип максимума, если

☐ $A_i \geq 0, \quad B_i \leq 0, \quad D_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N-1}$ ☐ $A_i \leq 0, \quad B_i \leq 0, \quad D_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N-1}$

☑ $A_i > 0, \quad B_i > 0, \quad D_i = C_i - A_i - B_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N-1}$ ☐ $A_i \leq 0, \quad B_i > 0, \quad D_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N-1}$

4. Для решения задачи $A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad y_0 = y_N = 0$ справедлива оценка $\|y\|_c \leq \left\|\dfrac{F}{D}\right\|_c$, если

☑ $|A_i| > 0, \quad |B_i| > 0, \quad \overline{D}_i = |C_i| - |A_i| - |B_i| > 0, \quad i = \overline{1, N-1}$ ☐ $|A_i| > 0, \quad B_i \geq 0, \quad \overline{D}_i > 0$

☐ $|A_i| > 0, \quad |B_i| > 0, \quad \overline{D}_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N-1}$ ☐ $A_i > 0, \quad B_i > 0, \quad \overline{D}_i \geq 0$

5. Каноническая форма сеточного уравнения для эллиптических уравнений имеет вид:

☑ $A(P)y(P) = \sum\limits_{Q \in Ш'(P)} B(P,Q)y(Q) + F(P)$ ☐ $\sum\limits_{Q \in Ш'(P)} B(P,Q)y(Q) = F(P)$

☐ $Lu = -f, u(0) = u(1), u'(0) = u_1$ ☐ $Lu = -f, u(0) = \int\limits_0^1 u(x)dx, u(1) = u_2$

Задание 2. *Вставьте пропущенное слово.*

1. Наибольшее … значение разностной задачи Штурма - Лиувилля

$X_{\bar{x}x} + \lambda X = 0, \quad X(0) = X(1) = 0$ равно $\lambda_{N-1} = \dfrac{4}{h^2}\cos^2\dfrac{\pi h}{2}$

Правильный вариант ответа: собственное.

2. Если схема … по правой части и аппроксимирует исходную дифференциальную задачу, то она сходится и ее точность совпадает с порядком аппроксимации.

Правильный вариант ответа: устойчива.

3. Матрица системы уравнений

$A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1},$

$y_0 = \chi_1 y_1 + \nu_1, \quad y_N = \chi_2 y_{N-1} + \nu_2$

является …

Правильный вариант ответа: трёхдиагональной.

4. Оператор A называют неотрицательным в вещественном гильбертовом пространстве H, если $(Ax, x) \geq 0, \ x \in H$

Правильный вариант ответа: неотрицательным.

5. Однородная разностная схема второго порядка аппроксимации на равномерной сетке в классе гладких коэффициентов имеет … порядок точности

Правильные варианты ответа: 2; второй.

Задание 3.

1. Прогоночные коэффициенты в формулах прогонки определяются по формулам

☑ $\begin{cases} \alpha_{i+1} = \dfrac{B_i}{C_i - \alpha_i A_i}, & i = \overline{1, N-1}, \quad \alpha_1 = \chi_1 \\ \beta_{i+1} = \dfrac{A_i \beta_i + F_i}{C_i - \alpha_i A_i}, & i = \overline{1, N-1}, \quad \beta_1 = \nu_1 \end{cases}$

☐ $\alpha_{i+1} = \dfrac{B_i}{C_i + \alpha_i A_i}, \quad \beta_{i+1} = \dfrac{F_i}{C_i + \alpha_i A_i}, \quad i = \overline{1, N-1}$

☐ $\alpha_{i+1} = \dfrac{B_i}{C_i - \alpha_i A_i}, \quad \beta_{i+1} = \dfrac{A_i}{C_i - \alpha_i A_i}, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad \alpha_1 = \chi_1, \quad \beta_1 = \nu_1$

☐ $\alpha_{i+1} = \dfrac{A_i B_i}{C_i + \alpha_i A_i}, \quad \beta_{i+1} = \dfrac{B_i}{C_i - \alpha_i A_i}, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad \alpha_1 = \nu_1, \quad \beta_1 = \chi_1$

2. Схема предиктор-корректор для решения задачи Коши $u_t = f(t,u), \quad u(0)=u_0$ имеет вид

☑ $\begin{cases} \bar{y}_n = y_n + \dfrac{\tau}{2} f(t_n, y_n) \\ y_{n+1} = y_n + \tau\, f(t_{n+1/2}, \bar{y}_n) \end{cases}$ ☐ $\bar{y}_{n+1} = y_n + \dfrac{\tau}{2} f(t_n, y_n)$

☐ $y_{n+1} = y_n + \tau\, f_n$ ☐ $\begin{cases} \bar{y}_n = y_n - \tau\, f(t_n, y_n) \\ y_{n+1} = y_n - \tau\, f(t_n, \bar{y}_n) \end{cases}$

3. Схема второго порядка аппроксимации для задачи $\dfrac{d}{dx}\left[k(x)\dfrac{du}{dx}\right] = -f(x), \quad 0 < x < 1$, $u(0) = u(1) = 0$ имеет вид

☑ $(a y_{\bar{x}})_x = -\varphi, \quad y_0 = y_N = 0$ ☐ $\dfrac{1}{h}\left(a_{i+1} y_{\bar{x},i} - a_i y_{\bar{x},i}\right) = -\varphi_i, \quad y_0 = y_N = 0$

☐ $y_{\bar{x}x} = -\varphi, \quad y_0 = y_N = 0$ ☐ $\dfrac{1}{h}\left(a_{i+1}\dfrac{y_{i+1} - y_i}{h} - a_{i-1}\dfrac{y_i - y_{i-1}}{h}\right) = -\varphi_i, \quad y_0 = y_N = 0$

4. Каноническая форма трехслойных схем имеет вид

☑ $B\dfrac{y_{n+1} - y_{n-1}}{2\tau} + R(y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}) + Ay_n = \varphi_n, n = 1,2,\ldots$ ☐ $Ry_{\bar{t}t} + Ay = \varphi$

☐ $B\dfrac{y_{n+1} - y_n}{2\tau} + \tau^2 R y_{\bar{t}t} + Ay = \varphi$ ☐ $By_{\overset{0}{t}} + Ry_{\bar{t}t} + Ay = \varphi$

5. Сеточное уравнение $y_i = \sum_{j=0}^{N} k_{ij} y_j + f_i, \; i = \overline{0,N}$ является дискретным аналогом интегрального уравнения

☑ $\varphi(x) = \int_0^1 k(x,s)\varphi(s)ds + f(x)$ ☐ $\varphi(x) = \int_0^x k(x,s)\varphi(s)ds + f(x)$

☐ $\varphi(x) = \int_1^x k(x,s)\varphi(s)ds + f(x)$ ☐ $\varphi(x) = \int_0^1 k(x,s) f(s)ds + f(x)$

Критерии формирования оценок (оценивания) по контрольным точкам (контрольные работы)

Шкала оценивания

Количество баллов	Критерии оценивания
5	Обучающийся - выполнил работу полностью без ошибок и недочетов; - демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, решено 71–100% задач.
4	Обучающийся - выполнил работу полностью, допущено в ней не более одной негрубой ошибки и недочета (не более трех недочетов);

	- демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, допуская незначительные неточности при решении задач, решено 56–70% задач.
3	Обучающийся - правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой; - затрудняется с правильным ответом предложенной задачи; - дает неполный ответ, решено 50–55% задач.
0–2	Обучающийся - допустил ошибки и недочеты, превышающие требования для 3 баллов или правильно выполнил менее 2/3 всей работы; - решено менее 50 % задач.

Типовые тестовые задания по дисциплине «Численные методы» (контролируемая компетенция ОПК-2):

1. Для величин $x=4$ и $y=2$ с абсолютными погрешностями $\Delta x = 0.1$ и $\Delta y = 0.02$ абсолютная погрешность суммы $\Delta(x+y)$ равна:

□ 0.07
☐ 0.05
☐ 0.03
☑ 0.12

2. Отметьте правильный ответ
Оператор A называют неотрицательным в вещественном гильбертовом пространстве H, если

☑ $(Ax,x) \geq 0, \quad x \in H$
☐ $(Ax,x) \geq -c\|x\|^2$
☐ $(Ax,x) > 0, \quad x \in H$
☐ $(Ax,x) = 0, \quad x \in H$

3. Отметьте правильный ответ
Явная схема Эйлера $\dfrac{y_{n+1}-y_n}{\tau} + \lambda y_n = 0$

☑ условно устойчива при $\tau \leq 2/\lambda$
☐ безусловно устойчива
☐ устойчива при $\tau > 2/\lambda$
☐ неустойчива

5. Отметьте правильный ответ
Схема с весами $\dfrac{y_{n+1}-y_n}{\tau} + \lambda\left(\sigma y_{n+1} + (1-\sigma) y_n\right) = 0$

☑ безусловно устойчива при $\sigma > \dfrac{1}{2}$
☐ устойчива при любом $\sigma < \dfrac{1}{2}$
☐ неустойчива
☐ безусловно устойчива при $\sigma = \dfrac{1}{4}$

7. Отметьте правильный ответ
Число арифметических операций Q в методе прогонки

☑ $Q = O(N)$
☐ $Q = O(N^2)$
☐ $Q = O\left(N^{\frac{3}{2}}\right)$
☐ $Q = O\left(N^{\frac{1}{2}}\right)$
8. Отметьте правильный ответ
Разностная схема однородна, если
☑ её коэффициенты вычисляются во всех узлах сетки по одним и тем же формулам
☐ монотонна
☐ её коэффициенты во всех узлах сетки вычисляются по разным формулам
☐ коэффициенты положительны
10. Отметьте правильный ответ
Разностный аналог формулы дифференцирования произведения имеет вид
☑ $(uv)_x = u_x v + u^{(+1)} v_x$
☐ $(uv)_x = u_x v + u v_x$
☐ $(uv)_x = u_x v^{(-1)} + u v_x$
11. Для таблично заданной функции

x	f
1	2
2	3
5	18

интерполяционный многочлен Ньютона имеет вид

☑ ☐ ☐ ☐
13. Первая интерполяционная формула Ньютона
Для таблично заданной функции

x	f
2	10
3	12
4	16

первая интерполяционная формула Ньютона имеет вид
14. Для таблично заданной функции

x	f
1	4
2	7
3	12

первая интерполяционная формула Ньютона имеет вид

15. Для таблично заданной функции

x	f

3	1
4	5
5	11

первая интерполяционная формула Ньютона имеет вид

16. Для таблично заданной функции

x	f
4	1
5	4
6	9

первая интерполяционная формула Ньютона имеет вид

17. Для таблично заданной функции

x	f
2	1
3	2
4	5

первая интерполяционная формула Ньютона имеет вид

18. Для таблично заданной функции

x	f
1	4
2	6
3	10

первая интерполяционная формула Ньютона имеет вид

19. Для таблично заданной функции

x	f
3	3
4	4
5	7

первая интерполяционная формула Ньютона имеет вид

20. Для таблично заданной функции

x	f
3	1
4	6
5	13

первая интерполяционная формула Ньютона имеет вид

21. Для таблично заданной функции

x	f
2	1
3	7
4	15

первая интерполяционная формула Ньютона имеет вид

22. Общую погрешность вычисления производной можно рассматривать как сумму погрешностей … и округления.

Правильные варианты ответа: усечения;

23. Преимущество формулы … перед формулой Ньютона в том, что по одной системе узлов можно интерполировать несколько функций с меньшим числом вычислений.

Правильные варианты ответа: Лагранж#$#;

24. Оценка $|f(x)-L_n(x)| \le \frac{|f^{(n+1)}(\xi)|}{(n+1)!}|\omega_n(x)|$, $\xi \in [a, b]$, есть оценка … $f(x)$ от $L_n(x)$, если можно оценить $f^{(n+1)}(\xi)$.

Правильные варианты ответа: *тклонен#$#;

25. Полином Лагранжа можно построить при … расположении узлов.

Правильные варианты ответа: любом;

26. При необходимости улучшения приближения (повышением числа узлов) полином Лагранжа приходится … .

Правильные варианты ответа: *еревычисл#$#;

27. Разделенность влияния на $L_n(x)$ выбора узлов x_i и функции $f(x)$ в формуле … полезна при изучении сходимости $L_n(x)$ к $f(x)$ при $n \to \infty$.

Правильные варианты ответа: Лагранж#$#;

28. Оценку остаточного члена многочлена …

$$|f(x)-L_n(x)| \le \frac{|f^{(n+1)}(\xi)|}{(n+1)!}|\omega_n(x)|$$

можно провести до вычисления многочлена.

Правильные варианты ответа: Лагранж#$#;

29. Поскольку оценку остаточного члена многочлена Лагранжа можно провести до вычисления многочлена, ее можно назвать … оценкой точности.

Правильные варианты ответа: априорн#$#;

30. Поскольку оценку по первому отброшенному члену многочлена Лагранжа делается после выполнения вычислений, ее можно назвать … .

Правильные варианты ответа: апостериорн#$#;

31. Каждая из интерполяционных формул является другой формой записи (в других обозначениях) многочлена … в предположении использования одних и тех же узлов.

Правильные варианты ответа: Лагранж#$#;

32. Удобнее проводить вычисления по многочленам Лагранжа, используя сначала узлы, расположенные … к X.

Правильные варианты ответа: ближе;

33. При использовании сначала узлов, расположенных ближе к X, основной вклад в искомую величину дают … члены интерполяционных формул.

Правильные варианты ответа: первые;

34. Поскольку величины … искомой функции заранее неизвестны, то на практике удобнее пользоваться менее строгой апостериорной оценкой.

Правильные варианты ответа: произвольных;

35. Для минимизации остаточного члена формулы Лагранжа нужно выбирать узлы интерполирования так, чтобы $\sup\limits_{[a,\,b]} |\omega_n(x)|$ была … .

Правильные варианты ответа: наименьшей;

36. Для минимизации остаточного члена формулы Лагранжа пользуются многочленом … $T_n(x) = \cos[n \arccos x], \ |x| \le 1$.

Правильные варианты ответа: Чебышев#$#;

37. Для минимизации остаточного члена формулы Лагранжа для отрезка $[-1, 1]$ нужно взять в качестве узлов корни многочлена … $x_m = \cos\frac{m\pi}{n}, \ (m = 0, 1, \ldots, n)$.

Правильные варианты ответа: Чебышев#$#;

38. Оценка остаточного члена формулы Лагранжа с узлами интерполирования, равными корням многочлена Чебышева, имеет вид

39. Оценка минимизированного остаточного члена формула Лагранжа на произвольном отрезке $[a, b]$ имеет вид

☑ ☐ ☐ ☐

40. При улучшении приближения повышением числа узлов не требует перевычисления полином … .

Правильные варианты ответа: *ьютон#$#;

41. Отношения вида $\frac{f(x_i) - f(x_{i-1})}{x_i - x_{i-1}} = f(x_{i-1}, \ x_i)$ называют разделенными разностями … порядка.

Правильные варианты ответа: *ервого;

42. Отношения вида

$$\frac{f(x_{i-1}, x_i) - f(x_{i-2}, x_{i-1})}{x_i - x_{i-2}} = f(x_{i-2}, \ x_{i-1}, x_i)$$

называют разделенными разностями … порядка.

Правильные варианты ответа: *торого;

43. Отношения вида

$$\frac{f(x_i, x_{i+1}, \ldots, x_{i+k}) - f(x_{i-1}, x_i, \ldots, x_{i+k-1})}{x_{i+k} - x_{i-1}} = f(x_{i-1}, \ x_i, \ldots, x_{i+k})$$

называют … разностями $(k+1)$ порядка.

Правильные варианты ответа: *азделенным#$#;

44. Интерполяционный полином

$L_n(x) = f(x_0) + (x - x_0) f(x_0, x_1) + (x - x_0)(x - x_1) f(x_0, x_1, x_2) + \ldots +$
$+ (x - x_0)(x - x_1) \ldots (x - x_{n-1}) f(x_0, x_1, \ldots, x_n),$
есть полином

☑ Ньютона для неравных промежутков
☐ Ньютона для равных промежутков
☐ Гаусса
☐ Стирлинга

45. При медленном убывании слагаемых в полиноме … нельзя расчитывать на хорошую точность

Правильные варианты ответа: *ьютон#$#;

46. Если … слагаемых в интерполяционном полиноме быстрое, то оставляют только те члены, которые больше допустимой погрешности.

Правильные варианты ответа: *бывание;

47. Если убывание слагаемых в интерполяционном полиноме быстрое, то оставляют только те члены, которые больше допустимой погрешности и тем самым определяют требуемое число … для счета.

Правильные варианты ответа: узлов;

48. Для расчетов по формуле Ньютона безразличен порядок нумерации … интерполирования, что полезно при подключении новых.

Правильные варианты ответа: узлов;

49. Формула … менее удобна для исследования сходимости $L_n(x)$ к $f(x)$.

Правильные варианты ответа: Ньютон#$#;

50. В формуле … множители $(x - x_0),\ (x - x_0)(x - x_1), \ldots$ будут величинами порядка $h, h^2, \ldots$ соответственно.

Правильные варианты ответа: Ньютон#$#;

51. В формуле … разностные отношения будут близки к $f'(x),\ \dfrac{f''(x)}{2!}, \ldots$.

Правильные варианты ответа: Ньютон#$#;

52. В формуле … все члены будут расположены в порядке их малости.

Правильные варианты ответа: Ньютон#$#;

53. Расположение членов в порядке их малости в формуле … облегчает ее использование в вычислениях.

Правильные варианты ответа: Ньютона;

54. Расположение членов в порядке их малости в формуле Ньютона облегчает ее использование в вычислениях в суждении о … .

Правильные варианты ответа: точности;

55. Разности $y_1 - y_0,\ y_2 - y_1, \ldots, y_n - y_{n-1}\ \ (y_i = f(x_i))$ называют конечными разностями … порядка.

Правильные варианты ответа: 1; первого;

56. С использованием связи между разделенной и конечными разностями из формулы Ньютона получается интерполяционная формула Ньютона для интерполирования … .

Правильные варианты ответа: вперед;

57. В первой интерполяционной формуле Ньютона используются разности, расположенные на … диагонали таблицы разностей, начиная с f_0.

Правильные варианты ответа: верхней;

58. Вторая интерполяционная формула Ньютона получается из формулы Ньютона для неравных промежутков, когда за $x_0, x_1, \ldots, x_n$ берутся узлы

59. Во второй интерполяционной формуле Ньютона используются разности, расположенные на … диагонали таблицы разностей, начиная с f_0.

Правильные варианты ответа: нижней;

60. Значение интеграла $\int_0^2 \frac{1+x^2}{2+x^2}dx$ по формуле правых прямоугольников с шагом, равным длине отрезка интегрирования, равно

☐ 1/2
☐ 5/9
☐ 7/12
☐ 61/108
☐ 3/2
☑ 5/3

61. Значение интеграла $\int_0^1 \frac{1+x^2}{2+x^2}dx$ по формуле центральных прямоугольников с шагом, равным длине отрезка интегрирования равно

☐ 1/2
☐ 2/3
☑ 5/9
☐ 7/12
☐ 61/108
☐ 0

62. Значение интеграла $\int_0^1 \frac{3x+1}{6x+1}dx$ по формуле трапеций с шагом, равным длине отрезка интегрирования, равно

☐ 1
☐ 4/7

Критерии формирования оценок по тестовым заданиям:

По итогам выполнения тестовых заданий оценка производится по пятибалльной шкале. При правильных ответах на:

- 89-100% заданий – «5» (баллов);
- 70-88% заданий – «4» баллов);

- 50-69% заданий – «3» (балла);
- 30-49% заданий – «2» (балла);
- 10-29% заданий – «1» (балл);
- менее 10% заданий – «0» (баллов).

Вопросы, выносимые на экзамен (контролируемая компетенция ОПК-2)

№	**Вопрос**	**Код компетенции (согласно РПД)**
1.	Современные вычислительные средства и численные методы, их связь и взаимное влияние.	ОПК-2
2.	Основные источники и классификация погрешностей.	ОПК-2
3.	Действия с приближенными числами.	ОПК-2
4.	Простейшие способы оценки погрешностей.	ОПК-2
5.	Общая задача интерполирования.	ОПК-2
6.	Интерполирование по значениям функции.	ОПК-2
7.	Алгебраическое интерполирование.	ОПК-2
8.	Интерполяционный многочлен Лагранжа.	ОПК-2
9.	Погрешность интерполяционной формулы Лагранжа.	ОПК-2
10.	Многочлены Чебышева.	ОПК-2
11.	Минимизация оценки остаточного члена интерполяционного многочлена Лагранжа.	ОПК-2
12.	Конечные и разделенные разности.	ОПК-2
13.	Интерполяционная формула Ньютона для неравноотстоящих узлов интерполирования.	ОПК-2
14.	Интерполяционные формулы Ньютона для равноотстоящих узлов интерполирования.	ОПК-2
15.	Погрешность интерполяционных формул Ньютона.	ОПК-2
16.	Постановка задач численного дифференцирования.	ОПК-2
17.	Основные формулы численного дифференцирования.	ОПК-2
18.	Погрешность формул численного дифференцирования.	ОПК-2
19.	Некорректность задачи численного дифференцирования.	ОПК-2
20.	Задача наилучшего равномерного приближения функции.	ОПК-2
21.	Метод наименьших квадратов.	ОПК-2
22.	Обработка результатов наблюдения.	ОПК-2
23.	Квадратурные формулы Ньютона – Котеса.	ОПК-2
24.	Интерполяционные квадратурные формулы.	ОПК-2
25.	Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона, Гаусса.	ОПК-2
26.	Метод простой итерации.	ОПК-2
27.	Сходимость, оценка погрешности.	ОПК-2
28.	Процесс практической оценки погрешности.	ОПК-2
29.	Метод Зейделя, релаксации.	ОПК-2
30.	Сходимость методов Зейделя и релаксации.	ОПК-2

31.	Метод простой итерации решения нелинейных уравнений.	ОПК-2
32.	Метод Ньютона и секущих. Сходимость.	ОПК-2
33.	Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.	ОПК-2
34.	Одношаговые методы.	ОПК-2
35.	Метод Эйлера и его модификации.	ОПК-2
36.	Метод Рунге-Кутта построения одношаговых схем.	ОПК-2
37.	Схема Рунге-Кутта четвертого порядка точности. Особенности ее реализации на ЭВМ.	ОПК-2
38.	Метод Рунге-Кутта для систем уравнений.	ОПК-2
39.	Многошаговые методы.	ОПК-2
40.	Экстраполяционный и интерполяционной методы Адамса.	ОПК-2
41.	Однородные разностные схемы.	ОПК-2
42.	Методы построения разностных схем.	ОПК-2
43.	Аппроксимация и устойчивость.	ОПК-2
44.	Оценка погрешности и сходимость конечно-разностных схем.	ОПК-2
45.	Метод прогонки и стрельбы решения сеточных уравнений.	ОПК-2
46.	Теорема о минимуме функционала энергии.	ОПК-2
47.	Сетки и сеточные функции.	ОПК-2
48.	Аппроксимация частных производных.	ОПК-2
49.	Порядок аппроксимации. Устойчивость.	ОПК-2
50.	Решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности методом сеток.	ОПК-2
51.	Явные и неявные схемы для уравнения теплопроводности.	ОПК-2
52.	Разностные схемы для уравнений гиперболического типа.	ОПК-2
53.	Задача Коши для волнового уравнения.	ОПК-2
54.	Области влияния дифференциальной и разностной задач.	ОПК-2
55.	Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона.	ОПК-2
56.	Устойчивость и сходимость разностной задачи Дирихле.	ОПК-2

57.	Итерационный метод решения разностной задачи Дирихле.	ОПК-2
58.	Метод установления. Сходимость явной схемы установления.	ОПК-2
59.	Быстрое преобразование Фурье.	ОПК-2
60.	Приближенное решение интегральных уравнений.	ОПК-2
61.	Метод замены интеграла квадратурной суммой.	ОПК-2
62.	Метод замены ядра вырожденным ядром. Способы замены ядра вырожденным ядром.	ОПК-2
63.	Решение интегральных уравнений I рода.	ОПК-2
64.	Понятие о методе регуляризации при решении уравнения I рода.	ОПК-2
65.	Приближенное решение интегральных уравнений Вольтера.	ОПК-2

Форма экзаменационного билета
по учебной дисциплине

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

Кафедра– Прикладной математики и информатики
Дисциплина – Численные методы
Направление подготовки – 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии,3 курс

Экзаменационный билет №1

1.

2.

Руководитель ОПОП ___________ /______________/

Зав. кафедрой ПМ и И __________/ _____________/