



Рабочая программа дисциплины (модуля) «Разностные методы математической физики»/ сост. Бечелова А.Р.– Нальчик: КБГУ, 2023. – 41с.

Рабочая программа дисциплины предназначена для студентов очной формы обучения направления подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль «Проектирование систем искусственного интеллекта» в 8 семестре 4 курса.

Рабочая программа составлена с учетом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, утверждённого приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 23 августа 2017 г. N 808 (с изменениями и дополнениями от: 26 ноября 2020 г., 8 февраля 2021 г., 19 июля 2022 г.) (Зарегистрировано в министерстве юстиции Российской Федерации 14 сентября 2017 г. Регистрационный N 48190).

## СОДЕРЖАНИЕ

<b>1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)</b> .....	4
<b>2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО</b> .....	4
<b>3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля)</b> .....	4
<b>4. Содержание и структура дисциплины (модуля)</b> .....	5
<b>5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации</b> .....	8
<b>6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности</b> .....	23
<b>7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины</b> .....	25
7.1. <i>Нормативно-законодательные акты</i> .....	25
7.2. <i>Основная литература</i> .....	26
7.3. <i>Дополнительная литература</i> .....	26
7.4. <i>Периодические издания</i> .....	27
7.5. <i>Интернет-ресурсы</i> .....	27
7.6. <i>Методические указания по проведению различных учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы</i> .....	29
<b>8. Материально-техническое обеспечение дисциплины</b> .....	37
<b>9. Лист изменений (дополнений)</b> .....	41

## 1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)

Цель дисциплины «Разностные методы математической физики» являются:

- ознакомление студентов с основными разностными методами решения задач математической физики на современном уровне;
- подготовка студентов к разработке и применению с помощью ЭВМ вычислительных алгоритмов решения задач математической физики;
- пояснять основные понятия теории разностных схем: аппроксимация, устойчивость, сходимости на простейших примерах;
- создание условий для овладения универсальными и предметно-специализированными компетенциями, способствующими их социальной мобильности и устойчивости на рынке труда.

Задачами освоения дисциплины являются:

- освоение методов решения прикладных задач современной вычислительной физики;
- фундаментальное изучение вопросов построения, исследования и применения численных методов решения задач математической физики;
- составление алгоритмов и их реализации на языках программирования;
- повышение общей культуры, сформировать социально-личностные качества и развить способности самостоятельно приобретать и применять новые знания и умения на практике.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Разностные методы математической физики» относится к обязательной части Блока 1 основной образовательной программы по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль «Проектирование систем искусственного интеллекта» и изучается в 7 семестре 4 курса.

## 3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих компетенций в соответствии с ОПОП ВО по данному направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии (уровень бакалавриата):

*общепрофессиональных (ОПК):*

Коды	Содержание компетенций
------	------------------------

<b>ОПК-3</b>	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности
--------------	---

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**Знать:**

- основные понятия дисциплины, её методы, место и роль в решении научно-практических задач с использованием современного математического аппарата.

**Уметь:**

- применять изученные методы при решении конкретных задач математической физики;
- строить алгоритмы решения построенных схем, вычислять погрешность аппроксимации, проводить исследование устойчивости и сходимости схем;
- уметь получать численные результаты;

**Владеть:**

- основами профессиональной разговорной речи;
- навыками решения практических задач;
- навыками работы с математической литературой;
- навыками решения разностных систем уравнений с помощью метода прогонки;
- навыками подбора метода численного решения конкретной задачи;
- навыками исследования на устойчивость и сходимость построенных разностных схем решения задач математической физики.

#### 4. Содержание и структура дисциплины (модуля)

*Таблица 1. Содержание дисциплины (модуля) «Разностные методы математической физики», перечень оценочных средств и контролируемых компетенций*

№ п/п	Наименование раздела/ темы	Содержание раздела	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	2	3	4	5
1.	Основные понятия теории разностных схем Прямые методы решения разностных уравнений	Сеточные уравнения. Основные понятия. Разностные производные и некоторые разностные тождества. Сеточные и разностные уравнения.	ОПК-3	Домашнее задание (ДЗ), Контрольная работа (КР), Коллоквиум (К), Тестирование (Т), Рубежный контроль (РК)
2.	Метод прогонки	Метод прогонки для трёхточечных	ОПК-3	ДЗ, КР, К, Т, РК

		уравнений. Алгоритм метода. Метод встречных прогонок. Обоснование метода прогонки. Поточковый вариант метода прогонки. Метод циклической прогонки. Примеры применения метода прогонки.		
3.	Разностные методы решения стационарных уравнений	Дискретизация стационарных уравнений конечно-разностным методом. Теорема (принцип максимума). Решение разностных уравнений. Оценка погрешности и сходимость решений разностных уравнений. Пример построения разностной схемы.	ОПК-3	ДЗ, КР, К, Т, РК
4.	Разностные методы решения нестационарных уравнений	Нестационарные уравнения. Одномерное уравнение теплопроводности. Двумерное уравнение теплопроводности.	ОПК-3	ДЗ, КР, К, Т, РК
5.	Метод прямых	Метод прямых с конечно-разностной аппроксимацией. Пример применения метода прямых для одномерного нелинейного уравнения теплопроводности.	ОПК-3	ДЗ, КР, К, Т, РК
6.	Краевые задачи для параболических уравнений с дробной по пространственной переменной производной в младших членах.	Первая краевая задача для параболического уравнения. Априорная оценка решения. Метод Рунге для первой краевой задачи. Разностные схемы для первой краевой задачи.	ОПК-3	ДЗ, КР, К, Т, РК

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы (144 часа).

**Таблица 2. Структура дисциплины «Разностные методы математической физики»**

Вид работы	Трудоёмкость часов / зачётных единиц
------------	--------------------------------------

	8 семестр	всего
<b>Общая трудоёмкость (в часах)</b>	<b>144</b>	<b>144</b>
<b>Контактная работа (в часах):</b>	<b>56</b>	<b>56</b>
<i>Лекционные занятия (Л)</i>	28	28
<i>Практические занятия (ПЗ)</i>	28	28
<i>Семинарские занятия (СЗ)</i>	-	-
<i>Лабораторные работы (ЛР)</i>	-	-
<b>Самостоятельная работа (в часах), в том числе контактная работа (вне аудиторная):</b>	<b>61</b>	<b>61</b>
Расчетно-графическое задание	-	-
Реферат (Р)	-	-
Эссе (Э)	-	-
Контрольная работа (КР)	-	-
Самостоятельное изучение разделов	51	51
Курсовой проект (КП), курсовая работа (КР)	-	-
Подготовка и прохождение промежуточной аттестации	27	27
<b>Вид промежуточной аттестации</b>	<b>экзамен</b>	<b>экзамен</b>

**Таблица 3. Лекционные занятия**

№ п/п	Тема
1.	Сеточные уравнения. Основные понятия. Разностные производные и некоторые разностные тождества. Сеточные и разностные уравнения
2.	Метод прогонки для трёхточечных уравнений. Алгоритм метода. Метод встречных прогонок. Обоснование метода прогонки. Метод циклической прогонки. Поточковый вариант метода прогонки. Примеры применения метода прогонки.
3.	Дискретизация стационарных уравнений конечно-разностным методом. Теорема (принцип максимума). Решение разностных уравнений. Оценка погрешности и сходимость решений разностных уравнений. Примеры построения разностных схем.
4.	Нестационарные уравнения. Одномерное уравнение теплопроводности. Двумерное уравнение теплопроводности.
5.	Метод прямых с конечно-разностной аппроксимацией. Пример применения метода прямых для одномерного нелинейного уравнения теплопроводности.
6.	Первая краевая задача для параболического уравнения. Априорная оценка решения. Метод Рунге для первой краевой задачи. Построение разностной схемы для первой краевой задачи.

**Таблица 4. Практические занятия (семинарские занятия)**

№ п/п	Тема
1.	Поточковый вариант метода прогонки. Метод циклической
2.	Примеры применения метода прогонки.
3.	Метод прогонки для трёхточечных уравнений. Алгоритм метода.

4.	Решение разностных уравнений. Оценка погрешности и сходимость решений разностных уравнений.
5.	Примеры построения разностных схем для одномерного уравнения теплопроводности и двумерного уравнения теплопроводности
6.	Пример применения метода прямых для одномерного нелинейного уравнения теплопроводности.
7.	Первая краевая задача для параболического уравнения. Априорная оценка решения.
8.	Метод Рунге для первой краевой задачи. Построение разностной схемы для первой краевой задачи.

**Таблица 5. Лабораторные работы по дисциплине (модулю)**

№ п/п	Тема
1.	Лабораторные работы по дисциплине (модулю) – не предусмотрены

**Таблица 6. Самостоятельное изучение разделов дисциплины (модуля)**

№ п/п	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение
1.	Самостоятельное изучение теоретических разделов дисциплины по заданию лектора.
2.	Повторение и углубленное изучение лекционного материала
3.	Решение практических задач и подготовка к практическим занятиям
4.	Подготовка к коллоквиуму и экзамену.

## **5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Конечными результатами освоения программы дисциплины «Разностные методы математической физики» являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование этих дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках различного вида занятий и самостоятельной работы.

В ходе изучения дисциплины «Разностные методы математической физики» предусматриваются *текущий, рубежный контроль и промежуточная аттестация.*

### **5.1. Оценочные материалы для текущего контроля**

*Текущий контроль* знаний, умений и владений по дисциплине осуществляется в форме устного или письменного опроса на лекционных и практических занятиях, а также в ходе проведения самостоятельной работы студентов.

*Цель текущего контроля* – оценка результатов работы в семестре и обеспечение своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной



работы обучающегося. Объектом текущего контроля являются конкретизированные результаты обучения (учебные достижения) по дисциплине.

Текущий контроль успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины «Разностные методы математической физики» и включает: ответы на теоретические вопросы на практическом занятии, решение практических задач и выполнение заданий на практическом занятии, самостоятельное выполнение индивидуальных домашних заданий (например, решение задач) с отчетом (защитой) в установленный срок, написание докладов, рефератов.

Оценка качества подготовки на основании выполненных заданий ведется преподавателем (с обсуждением результатов), баллы начисляются в зависимости от сложности задания.

### **5.1.1. Вопросы по темам дисциплины «Разностные методы математической физики»**

#### *Тема 1. Прямые методы решения разностных уравнений*

1. Сеточные и разностные уравнения. Основные понятия.
2. Общая теория линейных разностных уравнений.
3. Разностные производные и некоторые разностные тождества.
4. Решение линейных уравнений с постоянными коэффициентами.
5. Уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами.
6. Разностные задачи на собственные значения.

#### *Тема 2. Метод прогонки*

1. Метод прогонки для трёхточечных уравнений.
2. Варианты метода прогонки.
3. Метод прогонки для пятиточечных уравнений.
4. Метод матричной прогонки.
5. Обоснование метода прогонки.
6. Примеры применения метода прогонки.
7. Поточковый вариант метода прогонки.
8. Метод циклической прогонки.

#### *Тема 3. Метод полной редукции*

1. Краевые задачи для трёхточечных векторных уравнений.
2. Метод полной редукции для первой краевой задачи.
3. Примеры применения метода.

#### *Тема 4. Метод разделения переменных*

1. Алгоритм дискретного преобразования Фурье.

2. Решение разностных задач методом Фурье.
3. Метод неполной редукции.

*Тема 5. Двухслойные итерационные методы*

1. Постановка задачи о выборе итерационных методов.
2. Чебышевский двухслойный метод.
3. Метод простой итерации.
4. Пример применения итерационных методов.

*Тема 6. Трёхслойные итерационные методы*

1. Оценка скорости сходимости.
2. Полуитерационный метод Чебышева.
3. Стационарный трёхслойный метод.

*Тема 7. Итерационные методы вариационного типа*

1. Двухслойные градиентные методы.
2. Примеры двухслойных градиентных методов.
3. Трёхслойные методы сопряжённых направлений.
4. Примеры трёхслойных методов.
5. Ускорение сходимости двухслойных методов в самосопряженном случае.

*Тема 8. Треугольные итерационные методы*

1. Метод Зейделя.
2. Метод верхней релаксации.
3. Треугольные методы.

*Тема 9. Попеременно-треугольный метод*

1. Общая теория метода.
2. Разностные краевые задачи для эллиптических уравнений в прямоугольнике.
3. Попеременно-треугольный метод для эллиптических уравнений в произвольной области.

*Тема 10. Метод переменных направлений*

1. Метод переменных направлений в коммутативном случае.
2. Примеры применения методов.
3. Метод переменных направлений в общем случае.

*Тема 11. Разностные схемы для уравнений эллиптического типа.*

1. Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона.
2. Оценка решения разностной задачи Дирихле.
3. Равномерная сходимость и порядок точности.

#### 4. Схема повышенного порядка точности для уравнения Пуассона.

##### ***Критерии формирования оценок (оценивания) устного опроса***

Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Разностные методы математической физики».

В результате устного опроса знания, обучающегося оцениваются по следующей шкале:

<b>Количество баллов</b>	<b>Критерии оценивания</b>
5	Обучающийся - полно излагает изученный материал, знает все формулы, применяемые методы и их точность; - понимает материал, может обосновать свои суждения, применить знания при решении практических задач и лабораторных заданий для самостоятельного выполнения; - излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.
4	Обучающийся даёт ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для «5» баллов, но допускает несущественные ошибки, которые сам же исправляет, и некоторые недочёты в последовательности и оформлении излагаемого материала.
3	Обучающийся обнаруживает знание и понимание основного материала по данной теме, но: - излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий, знаний методов, их точности; - не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и применять методы; - излагает материал непоследовательно, допускает ошибки.
2	Обучающийся обнаруживает неполное незнание некоторой части раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке и формулах, при оценке точности методов.
1	Обучающийся обнаруживает незнание некоторой части раздела изучаемого материала, допускает существенные ошибки в формулировке и формулах, при оценке точности методов.
0	Обучающийся обнаруживает незнание большей части раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке и формулах, при оценке точности методов.

##### ***5.1.2. Оценочные материалы для самостоятельной работы обучающегося ( типовые задачи) (контролируемая компетенция ОПК-3)***

Перечень типовых задач для самостоятельной работы сформирован в соответствии с тематикой практических занятий по дисциплине «Разностные методы математической физики».

Самостоятельная работа оценивается степенью освоения вопросов для самостоятельного изучения и индивидуальным выполнением заданий к практическим занятиям.

1. Функция, определенная на сетке  $\omega_h = \{x_i = ih, i = 1, 2, \dots, N-1\}$  есть

+: сеточная функция;

-: функция разрывная;

-: непрерывная функция;

-: функция, заданная таблично.

2. Левая разностная производная первого порядка для сеточной функции, определяется формулой...

$$+ \lambda_1 y_i = y_{x,i}^- = \frac{y_i - y_{i-1}}{h}$$

$$- y_{x,i} = y_{x,i+1}^-$$

$$- y_{x,i} = y_{x,i-1}^-$$

$$- \lambda_1 y = \lambda_2 y$$

3. Правая разностная производная первого порядка для сеточной функции  $y = y(x_i)$ , определяется формулой...

$$+ \lambda_2 y_i = y_{x,i} = \frac{y_{i+1} - y_i}{h}$$

$$- y_{x,i} = y_{x,i+1}^-$$

$$- y_{x,i} = y_{x,i-1}^-$$

$$- \lambda_1 y = \lambda_2 y$$

4. Центральная производная первого порядка для сеточной функции  $y = y(x_i)$ , определяется формулой...

$$- y_{x,i} = y_{x,i+1}^-$$

$$- y_{x,i} = y_{x,i-1}^-$$

$$- \lambda_1 y = \lambda_2 y$$

$$+ \lambda_3 y_i = y_{x,i} = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} = 0,5(\lambda_1 + \lambda_2)y_i$$

5. Дифференциальное уравнение первого порядка  $\frac{du}{dx} = f(x)$ ,  $x > 0$  мы заменяем разностным уравнением первого порядка вида:

$$+ \frac{y_{i+1} - y_i}{h} = f(x_i), \quad x_i = ih, \quad i = 0, 1, \dots$$

$$- w = x_i + ih$$

$$- y_i = y(i)$$

6. Сеточные уравнения можно записать в виде...

$$- ax^2 + bx + c = 0$$

$$- x^2 + y^2 = AB$$

$$- (x - y)^2 = 2x$$

$$+ \sum_{j=0}^N c_{ij} y_j = f_i, \quad i = 0, 1, \dots, N$$

7. В методе прогонки для нахождения решения  $Y_i$  используется...

- метод Рунге

+ метод Гаусса

- матрица

- определитель

8. Уравнение Пуассона имеет вид...

$$+ \Delta u = f$$

$$- \frac{d^2 u}{dx^2} = f$$

$$- \frac{d^2 u}{dt^2} = f$$

$$- \frac{d^2 u}{dy^2} = 0$$

9. Центральная производная первого порядка для сеточной функции  $y = y(x_i)$ , определяется формулой...

$$- y_{x,i} = y_{x,i+1}^-$$

$$- y_{x,i} = y_{x,i-1}^-$$

$$- \lambda_1 y = \lambda_2 y$$

$$+ \lambda_3 y_i = y_{x,i} = \frac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h} = 0,5(\lambda_1 + \lambda_2) y_i$$

10. Дифференциальное уравнение первого порядка  $\frac{du}{dx} = f(x)$ ,  $x > 0$  мы заменяем разностным уравнением первого порядка вида:

$$+ \frac{y_{i+1} - y_i}{h} = f(x_i), \quad x_i = ih, \quad i = 0, 1, \dots$$

$$- w = x_i + ih$$

$$- y_i = y(i)$$

<http://open.kbsu.ru/moodle/course/search.php?search=>

**Критерии формирования оценок по заданиям для самостоятельной работы обучающегося (типовые задачи)**

Самостоятельная работа оценивается степенью освоения вопросов для самостоятельного изучения и индивидуальным выполнением заданий к практическим занятиям.

**Задача 1.** Сформулируйте условия, при которых для симметричной трёхслойной разностной схемы

$$b(x)y_i + \Lambda(\sigma\hat{y} + (1 - 2\sigma)y + \sigma\bar{y}) = \varphi, \quad n = 1, 2, \dots,$$

выполнен принцип максимума.

**Задача 2.** Для разностной схемы

$$B \frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + Ay_n = \varphi_n, \quad n = 0, 1, \dots,$$

с положительными (не зависящими от  $n$ ) сеточными операторами

$$B = B^*, \quad A = A^*$$

при выполнении условия  $B_0 \geq \frac{\tau}{2} A$  получите методом энергетических неравенств оценку устойчивости по начальным данным в  $H_B$ .

**Задача 3.** Получите условия  $\rho$  – устойчивости двухслойной разностной схемы

$$B \frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + Ay_n = \varphi_n, \quad n = 0, 1, \dots,$$

с положительными (не зависящими от  $n$ ) сеточными операторами

$$B = B^*, \quad A = A^*$$

на основе преобразования  $y_n = \rho^n v_n$ ,  $n = 0, 1, \dots$ .

**Задача 4.** Для задачи теплопроводности

$$c(x, u) \frac{\partial u}{\partial t} + Lu = f(x, t, u), \quad (x, t) \in Q,$$

где

$$Lu \equiv -\sum_{\alpha=1}^m \frac{\partial}{\partial x_{\alpha}} \left( k(x, u) \frac{\partial u}{\partial x_{\alpha}} \right)$$

при условиях  $u(x, t) = g(x, t)$ ,  $x \in \Gamma$ ,  $u(x, 0) = u_0(x)$ ,  $x \in \Omega$ ,  $c = c(x)$ ,  $k = k(x)$  постройте линейные схемы предиктор-корректора второго порядка аппроксимации по времени и по пространству.

**Задача 5.** Найти скалярное произведение двух функций  $u(p)$  и  $v(p)$ , используя формулу

$$(u, v) = \int u(p) \cdot v(p) d\Omega.$$

В результате знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале:

Количество баллов	Критерии оценивания
5	Обучающийся показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно, логично его излагает, свободно использует необходимые формулы при решении задач.
4	Обучающийся твердо знает материал, грамотно его излагает, не допускает существенных неточностей в процессе решения задач;
3	Обучающийся имеет знания основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил его деталей, допускает отдельные неточности при решении задач.
2	Обучающийся имеет неполное знание и понимание основного материала по поставленным вопросам, не усвоил его деталей, допускает неточности при решении задач.
1	Обучающийся обнаруживает значительное незнание и понимание основного материала по поставленным вопросам, не усвоил его деталей, допускает существенные неточности при решении задач.
0	Обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

## 5.2. Оценочные материалы для рубежного контроля

*Рубежный контроль* проводится с целью определения качества освоения учебного материала в целом. Рубежный контроль осуществляется по более или менее самостоятельным разделам курса и проводится по окончании изучения материала в заранее установленное время.

В течение семестра проводится *три рубежных контрольных мероприятия по графику*.

В качестве форм рубежного контроля можно использовать тестирование (письменное или компьютерное), проведение коллоквиума или контрольных работ.

Выполняемые работы должны храниться на кафедре в течении учебного года и по требованию предоставляться в Управление контроля качества.

На рубежные контрольные мероприятия рекомендуется выносить весь программный материал (все разделы) по дисциплине.

Проведение рейтинговых контрольных мероприятий для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по дисциплине обеспечивается адаптированными контрольно-измерительными материалами и соответствующей технологией аттестации.

### **5.2.1. Оценочные материалы для контрольной работы, коллоквиума (контролируемая компетенция ОПК-3)**

Оценочные материалы для коллоквиумов приведены в п.5.1.1, а оценочные материалы для контрольной работы – в п.5.1.2.

#### **Типовые варианты контрольных работ**

**Задача 1.** Покажите, что постоянная  $M$  в оценке

$$\|u(x)\|_{C(\Omega)} \leq \|g(x)\|_{C(\partial\Omega)} + M\|f(x)\|_{C(\Omega)},$$

решения задачи Дирихле

$$Lu = - \sum_{\alpha, \beta=1}^m \frac{\partial}{\partial x_\alpha} \left( k_{\alpha\beta}(x) \frac{\partial u}{\partial x_\beta} \right) + \sum_{\alpha=1}^m b_\alpha(x) \frac{\partial u}{\partial x_\alpha} = f(x), \quad x \in \Omega,$$

$$u(x) = g(x), \quad x \in \partial\Omega,$$

может быть выбрана равной  $\|v(x)\|_{C[\Omega]}$ ,

где функция  $v(x)$  удовлетворяет условиям:

$$Lv \geq 1, \quad x \in \Omega, \quad v(x) \geq 0, \quad x \in \partial\Omega,$$

**Решение.** Рассмотрим функцию

$$w(x) = v(x) \left( \|f(x)\|_{C(\Omega)} + \|g(x)\|_{C(\partial\Omega)} \right) \pm u(x). \quad (1)$$

С учетом  $v(x) \geq 0$ ,  $x \in \partial\Omega$ , на границе  $\partial\Omega$  имеем  $w(x) \geq 0$ . Внутри области из (1) непосредственно следует

$$Lw = \left( \|f(x)\|_{C(\Omega)} \pm f(x) \right).$$

Принимая во внимание  $Lv \geq 1$ ,  $x \in \Omega$ , получим  $Lw \geq 0$ .

В силу принципа максимума получим  $w(x) \geq 0$  во всей области  $\Omega$ .



Не отрицательность  $w(x)$  позволяет из (1) получить оценку

$$\|u(x)\|_{C(\Omega)} \leq \|q(x)\|_{C(\partial\Omega)} + \|u(x)\|_{C(\Omega)} \|f(x)\|_{C(\Omega)},$$

т.е. в  $\|u(x)\|_{C(\Omega)} \leq \|q(x)\|_{C(\partial\Omega)} + M \|f(x)\|_{C(\Omega)}, \quad M = \|u(x)\|_{C(\Omega)}.$

**Задача 2.** Для разностной задачи

$$-(ay_{\bar{x}})_x = \varphi, \quad x \in \omega,$$

$$y_0 = 0, \quad y_N = 0$$

получите оценку

$$\|y\|_{C(\omega)} \leq M \|\varphi\|_{-1}.$$

**Задача 3.** Получите расчётные формулы метода циклической прогонки для решения системы уравнений

$$-A_i y_{i-1} + C_i y_i - B_i y_{i+1} = F_i, \quad i = 0, \pm 1, \pm 2, \dots,$$

коэффициенты которой периодичны с периодом  $m$ :

$$A_i = A_{i+m}, \quad B_i = B_{i+m}, \quad C_i = C_{i+m}, \quad F_i = F_{i+m}.$$

**Задача 4.** Получите расчётные формулы

$$\tau_{k+1} = \frac{(\omega_k, \tau_k)}{(A\omega_k, \omega_k)}$$

для двухслойного итерационного метода.

**Задача 5.** Пусть в итерационном методе

$$B \frac{(y_{k+1} - y_k)}{\tau} + Ay_k = f, \quad k = 0, 1, \dots,$$

$$A = A_1 + A_2, \quad A_1 A_2 = A_2 A_1,$$

$$\delta E \leq A_\alpha \leq \Delta_\alpha E, \quad A_\alpha = A_\alpha^*, \quad \alpha = 1, 2,$$

а оператор  $B$  представляется в следующем факторизованном виде:

$$B = (E + \omega A_1)(E + \omega A_2).$$

Укажите оптимальное значение параметра  $\omega$ .

**Критерии формирования оценок по контрольным точкам (контрольные работы; коллоквиум)**

Семестр	Шкала оценивания			
	0-35 баллов	36-50 баллов	51-60 баллов	56-70 баллов
7	Частичное посещение аудиторных занятий. Неудовлетворительное выполнение	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное	Полное или частичное посещение аудиторных	Полное посещение аудиторных занятий.

	практических работ. Плохая подготовка к балльно-рейтинговым мероприятиям. Обучающийся не допускается к промежуточной аттестации	выполнение и защита практических работ. Выполнение контрольных работ, ответы на коллоквиуме на оценки «удовлетворительно».	занятий. Полное выполнение и защита практических работ. Выполнение контрольных работ, ответы на коллоквиуме на оценки «хорошо».	Полное выполнение и защита практических занятий. Выполнение контрольных работ, ответы на коллоквиуме на оценки «отлично».
--	---	--	---	---

### 5.2.2. *Оценочные материалы для промежуточной аттестации* (контролируемая компетенция ОПК-3)

Целью промежуточной аттестации по дисциплине «Разностные методы математической физики» является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины.

Промежуточная аттестация осуществляется в конце семестра и представляет собой итоговую оценку знаний по дисциплине в форме проведения экзамена, которым заканчивается изучение дисциплины. Он может проводиться в устной и письменной форме. Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по данной дисциплине.

Для допуска к экзамену, обучающемуся необходимо иметь не менее 36 баллов.

#### ***Вопросы, выносимые на экзамен по дисциплине «Разностные методы математической физики» (контролируемая компетенция ОПК-3)***

1. Прямые методы решения разностных уравнений.
2. Сеточные уравнения. Основные понятия.
3. Разностные производные и некоторые разностные тождества.
4. Сеточные и разностные уравнения.
5. Метод прогонки. Алгоритм метода прогонки.
6. Метод встречных прогонок.
7. Обоснование метода прогонки. Примеры применения метода прогонки.
8. Варианты метода прогонки.
9. Поточковый вариант методов прогонки.
10. Метод циклической прогонки.

11. Метод параметрической прогонки.
12. Разностный метод решения стационарных уравнений.
13. Дискретизация стационарных уравнений конечно-разностным методом.
14. Решение разностных уравнений.
15. Оценка погрешности и сходимость решений разностных уравнений. Пример построения разностной схемы.
16. Нестационарные уравнения.
17. Разностный метод решений нестационарных уравнений.
18. Одномерное уравнение теплопроводности.
19. Двумерное уравнение теплопроводности.
20. Метод прямых с конечно-разностной аппроксимацией.
21. Разностные схемы для уравнений эллиптического типа.
22. Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона.
23. Оценка решения разностной задачи Дирихле.
24. Равномерная сходимость и порядок точности.
25. Схема повышенного порядка точности для уравнения Пуассона.

***Перечень вопросов, выносимых на экзамен***

1. Сеточные уравнения. Основные понятия.
2. Разностные производные и некоторые разностные тождества.
3. Сеточные и разностные уравнения.
4. Метод прогонки. Алгоритм метода прогонки.
5. Варианты метода прогонки.
6. Разностный метод решения стационарных уравнений.
7. Решение разностных уравнений.
8. Нестационарные уравнения.
9. Разностный метод решений нестационарных уравнений.
10. Одномерное уравнение теплопроводности.
11. Двумерное уравнение теплопроводности.
12. Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона.
13. Метод разделения переменных. Постановка задачи.
14. Уравнение Пуассона в прямоугольнике.
15. Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона

***Критерии формирования оценок по промежуточной аттестации  
(для экзамена в случае, если экзаменационный билет содержит два вопроса)***

Семестр	Шкала оценивания (по итогам текущего и рубежного контроля)			
	Неудовлетворит. (36-60 баллов)	Удовлетворит. (61-80 баллов)	Хорошо (81-90 баллов)	Отлично (91-100 баллов)
7	<p>Обучающийся имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос.</p> <p>Обучающийся имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос</p>	<p>Обучающийся имеет 36-50 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй.</p> <p>Обучающийся имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на оба вопроса.</p> <p>Обучающийся имеет по итогам текущего и рубежного контроля 61-70 баллов на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос</p>	<p>Обучающийся имеет 51-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй.</p> <p>Обучающийся имеет 61 – 65 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично ответил на второй.</p> <p>Обучающийся имеет 66-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене) дал полный ответ только на один вопрос.</p>	<p>Обучающийся имеет 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй.</p>

**5.2.3. Примерные темы курсовых работ по дисциплине «Разностные методы математической физики» (контролируемая компетенция ОПК-1)**

1. Разностный метод решения волнового уравнения
2. Коэффициентная устойчивость разностных схем для дифференциального уравнения 2-го порядка
3. Неявные схемы для квазилинейного уравнения теплопроводности
4. Обучающая программа по теме «Численные методы решения волнового уравнения
5. Расчеты параметров дренажа при регулировании уровня грунтовых вод
6. Разностный метод решения нелокальной краевой задачи модельного уравнения

третьего порядка

7. Разностный метод решения эллиптического уравнения
8. Математическое моделирование процессов таяния и промерзания грунтов
9. Консервативные разностные схемы нестационарной газовой динамики
10. Математическое моделирование инвестиционной деятельности
11. Применение метода подобия в задачах математической физики
12. Краевая задача для обобщенного уравнения Аллера-Лыкова со сосредоточенной теплоемкостью
13. Применение потокового варианта метода прогонки для задач с сильно меняющимися коэффициентами
14. Локально-одномерный метод решения двумерной задачи фильтрации
15. Разностный метод решения уравнения теплопроводности
16. Схемы повышенного порядка точности для дифференциального уравнения 2-го порядка
17. Консервативные разностные схемы нестационарной газовой динамики

За каждым обучающимся закрепляется научный руководитель курсовой работы. Руководитель утверждается приказом по университету одновременно с закреплением темы за исполнителем. Тема курсовой работы и научный руководитель выбирается обучающимся самостоятельно.

При выборе темы исследования обучающийся должен учитывать актуальность темы, ее практическую значимость, а также исходить из своих научных интересов, поэтому подготовка к написанию курсовой работы начинается уже с первого семестра, которая включает выступления на научно-практических конференциях, участие в выставках, конкурсах, выполнение научно-исследовательских работ по заданию кафедры и др.

#### ***Критерии оценивания курсовой работы***

<b>«5» (отлично)</b>	<b>«4» (хорошо)</b>	<b>«3» (удовлетвор.)</b>	<b>«2» (неудовлетв.)</b>
Выполнены все требования к написанию и защите курсовой работы: обозначена проблема и обоснована её	Выполнены основные требования к написанию и защите курсовой работы, но при этом имеются неточности в	Имеются существенные отступления от требований к написанию и защите курсовой работы, В	Тема курсовой работы не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание

актуальность, сформулированы выводы, тема раскрыта полностью, выдержан объем, соблюдены требования к внешнему оформлению. Обучающийся проявил инициативу, творческий подход, способность к выполнению задания, организационные способности. Курсовая работа представлена в срок и оформлена в соответствии с требованиями.	изложении материала; отсутствует логическая последовательность в суждениях; не выдержан объём курсовой работы; имеются упущения в оформлении. Обучающийся проявил творческий подход, способность к выполнению задания, возложенные на него задачи. Курсовая работа представлена достаточно полно и в срок, но с некоторыми недоработками	частности, тема освещена лишь частично; допущены ошибки в содержании курсовой работы. Обучающийся выполнил большую часть возложенной на него работы. Допущены существенные отступления. Курсовая работа сдана со значительным опозданием (более недели). Отсутствуют отдельные фрагменты.	проблемы. Обучающийся не выполнил поставленной задачи. Курсовая работа не сдана.
--	--	---	--

### ***Методические рекомендации по написанию и оформлению курсовой работы***

Техническое оформление курсовой работы должно соответствовать требованиям, предъявляемым к печатным работам: работа должна быть написана грамотно в научном, орфографическом и стилистическом отношении.

Рекомендуемый объём курсовой работы составляет, 15-40 страниц стандартного текста формата А4, напечатанных на компьютере в текстовом редакторе Microsoft Word (*шрифт – Times New Roman, кегль – 14, полуторный интервал, выравнивание текста по ширине, отступ сверху 2см, снизу – 2,5см, слева – 3см, справа – 1,5см*).

Каждый раздел (глава) начинаются с нового листа. Каждый параграф (подзаголовок) отделяются от текста двумя интервалами.

Все страницы курсовой работы (проекта), включая иллюстрации и приложения, нумеруются по порядку от титульного листа до последней страницы без пропусков, повторений.

Первой страницей является титульный лист, номер страницы на нём не ставится.

За титульным листом следует страница с указанием содержания (оглавления) работы в соответствии с её планом в тексте.

При написании курсовой работы (проекта) её автор обязан давать ссылки на автора и источник, откуда он заимствовал материалы или отдельные результаты. Ссылка на

источник делается путем указания (в квадратных скобках) порядкового номера цитируемой литературы.

В конце текста работы приводится библиографический список, который включает в себя библиографическое описание всех публикаций, ссылки на которые имеются в тексте работы.

Включение в библиографический список библиографического описания публикаций, на которых нет ссылок в тексте работы, не допускается.

Библиографический список рекомендуется располагать в алфавитном порядке, отдельно в русском и латинском алфавите.

#### **6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Учебная работа по дисциплине «Разностные методы математической физики» состоит из контактной работы (лекции, практические занятия) и самостоятельной работы.

Максимальная сумма (100 баллов), набираемая обучающимся по дисциплине, включает две составляющие:

– *первая составляющая* – оценка регулярности, своевременности и качества выполнения обучающимся учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (семестра, или нескольких семестров) (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость обучающегося по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение отдельных тем и выполнение отдельных видов работ.

– *вторая составляющая* – оценка знаний обучающегося по результатам промежуточной аттестации (не более 30 баллов).

Общий балл текущего и рубежного контроля складывается из следующих составляющих:

Распределение баллов текущего и рубежного контроля

№ п/п	Вид контроля	Сумма баллов			
		Общая сумма в баллах	1-я точка	2-я точка	3-я точка
1.	Посещение занятий	10	3	3	4
2.	Текущий контроль:	до 30	до 10	до 10	до 10
	Выполнение самостоятельных заданий (решение задач)	0 -15	0 – 5	0 -5	0 - 5
3.	Рубежный контроль	до 30	до 10	до 10	до 10
	<i>тестирование</i>	0- 12	0- 4	0- 4.	0- 4.
	<i>коллоквиум</i>	0 - 18	0 - 6	0 -6	0 - 6
	Итого сумма текущего и				

	рубежного контроля	до 70	до 23	до 23	до 24
<b>В случае экзамена</b>					
	Первый этап (базовый уровень) – оценка «удовлетворительно»	не менее 36 б.	не менее 12	не менее 12	не менее 12
	Второй этап (продвинутый уровень) – оценка «хорошо»	менее 70 (51-69 )	менее 23	менее 23	менее 24
	Третий этап (высокий уровень) - оценка «отлично»	не менее 70	не менее 23	не менее 23	не менее 24

Типовые задания, обеспечивающие формирование компетенций ОПК-3 представлены в таблице 7.

**Таблица 7. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке**

Результаты обучения (компетенции)	Индикаторы достижения компетенции (для планирования результатов обучения по элементам образовательной программы и соответствующих оценочных средств)	Освоенные показатели оценки результатов обучения	Виды оценочного материала, обеспечивающий формирование компетенций
<b>ОПК-3.</b> Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессиональной деятельности	<b>ОПК-3.1.</b> Способен использовать базовые знания к существующим математическим моделям в различных предметных областях	<b>ОПК-3.1.</b> 3-1. Знает существующие математические модели, применяемые для решения задач в области профессиональной деятельности; основные задачи и области применения методов математического моделирования <b>ОПК-3.1.</b> У-1. Умеет применять и модифицировать математические модели для решения прикладных задач <b>ОПК-3.1.</b> В-1. Владеет навыками применения математического аппарата к исследуемым моделям на основе полученных знаний в области профессиональной деятельности.	Типовые оценочные материалы для устного опроса (п. 5.1.1); типовые оценочные материалы для контрольной работы (п. 5.2.1); типовые оценочные материалы к экзамену (п. 5.2.2.)



	<p><b>ОПК-3.2.</b> Способен применять и адаптировать существующие математические модели при создании искусственного интеллекта</p>	<p><b>ОПК-3.2.</b> 3-1 Знает теоретические основы и принципы. математического моделирования <b>ОПК-3.2.</b> У-1. Умеет разрабатывать и использовать методы математического моделирования, информационные технологии для решения задач прикладной математики <b>ОПК-3.2.</b> В-1. Владеет практическими навыками решения задач прикладной математики, методами математического моделирования, информационными технологиями и основами их использования при создании искусственного интеллекта</p>	
--	--	--	--

## 7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 7.1. Нормативно-законодательные акты

1. Приказ Минобрнауки России от 06.04.2021 № 245 "Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры" (Зарегистрировано в Минюсте России 13.08.2021 N 64644).
2. Федеральный государственный образовательный стандарт по образовательным программам ВО (ФГОС 3++) по направлению подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии (уровень бакалавриата). Приказ Министерства образования и науки Российской Федерации от 10 января 2018г. №9 (Зарегистрировано в министерстве юстиции Российской Федерации 06 февраля 2018г. № 49937);
3. Федеральный закон "Об образовании в Российской Федерации" от 29.12.2012 N 273-ФЗ [http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_140174/](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/)
4. Программа «Цифровая экономика», утвержденная распоряжением Правительства Российской Федерации от 28 июля 2017 г. №1632-р.
5. Указ Президента Российской Федерации от 9 мая 2017 г. №203 «О Стратегии развития информационного общества в Российской Федерации на 2017–2030 годы».

## 7.2. Основная литература

1. Дегтярев С.Л. Устойчивость разностных схем с переменными весовыми множителями [Электронный ресурс]: монография/ Дегтярев С.Л.— Электрон. текстовые данные. — М.: Московский гуманитарный университет, 2011. — 101 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/8624.html>. — ЭБС «IPRbooks»
2. Зализняк В.Е. Основы вычислительной физики. Часть 1. Введение в конечно-разностные методы [Электронный ресурс]/ Зализняк В.Е.— Электрон. текстовые данные. — Москва-Ижевск: Регулярная и хаотическая динамика, Ижевский институт компьютерных исследований, 2004. — 252 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/17647.html>. — ЭБС «IPRbooks»
3. Коврижных А.Ю. Дифференциальные и разностные уравнения [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Коврижных А.Ю., Коврижных О.О.— Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014. — 148 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68426.html>. — ЭБС «IPRbooks»
4. Кудашов В.Н. Линейные разностные уравнения [Электронный ресурс]: учебно-методическое пособие/ Кудашов В.Н.— Электрон. текстовые данные. — СПб.: Университет ИТМО, Институт холода и биотехнологий, 2015. — 37 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/67252.html>. — ЭБС «IPRbooks»
5. Пименов В.Г. Разностные методы решения уравнений в частных производных с наследственностью [Электронный ресурс]/ Пименов В.Г.— Электрон. текстовые данные. — Екатеринбург: Уральский федеральный университет, ЭБС АСВ, 2014. — 134 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/68384.html>. — ЭБС «IPRbooks»

## 7.3. Дополнительная литература

1. Киреев В.И., Пантелеев А.В. Численные методы в примерах и задачах. М.: Высшая школа, 2008, 480с. - (8 экз.)
2. Рашиков В.И., Рошаль А.С. Численные методы решения физических задач. Санкт-Петербург: Лань, 2005, 208 с. (59 экз.)
3. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 2006г. (44 экз.)
4. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука, 1989г. (70 экз.)
5. Севостьянов А.В. Расчёт распределения температуры с использованием конечно-разностных методов [Электронный ресурс]: методические указания к расчётной работе по дисциплине «Численные методы решения задач теплоэнергетики»/ Севостьянов А.В.— Электрон. текстовые данные. — Липецк: Липецкий

государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2014. — 41 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/55148.html>. — ЭБС «IPRbooks»

#### 7.4. Периодические издания

1. Журнал «Математическое моделирование»
2. Журнал «Информатика и управление»

#### 7.5. Интернет-ресурсы

1. [http://window.edu.ru/window/catalog?p\\_rubr=2.1.6](http://window.edu.ru/window/catalog?p_rubr=2.1.6)
2. <http://festival.1september.ru/subjects/11/>
3. <http://fcior.edu.ru/>
4. <http://www.yandex.ru/>
5. <http://www.rambler.ru/>
6. <http://www.taurion.ru/>
7. <http://olymp.mephi.ru/main/>
8. <http://www.consultant.ru>
9. <http://www.garant.ru>

При проведении занятий лекционного типа практических (семинарских) занятий используются сведения об электронных информационных ресурсах, к которым обеспечен доступ для пользователей библиотеки КБГУ.

**Перечень актуальных электронных информационных баз данных,  
к которым обеспечен доступ пользователям КБГУ  
(2022-2023 уч. год)**

№ п/п	Наименование электронного ресурса	Краткая характеристика	Адрес сайта	Наименование организации-владельца; реквизиты договора	Условия доступа
1.	<b>Научная электронная библиотека (НЭБ РФФИ)</b>	Электр. библиотека научных публикаций - около 4000 иностранных и 3900 отечественных научных журналов, рефераты публикаций 20 тыс. журналов, а также описания 1,5 млн. зарубежных и	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	ООО «НЭБ» Лицензионное соглашение №14830 от 01.08.2014. Бессрочное	Полный доступ

		российских диссертаций; 2800 росс. журналов на безвозмездной основе			
1.	<b>База данных Science Index (РИНЦ)</b>	Национальная информационно-аналитическая система, аккумулирующая более 6 миллионов публикаций российских авторов, а также информацию об их цитировании из более 4500 российских журналов.	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	ООО «НЭБ» Лицензионный договор Science Index №SIO-741/2022 от 19.07.2022 Активен до 31.07.2023	Авторизованный доступ. Позволяет дополнять и уточнять сведения о публикациях ученых КБГУ, имеющих в РИНЦ
2.	<b>ЭБС «Консультант студента»</b>	13800 изданий по всем областям знаний, включает более чем 12000 учебников и учебных пособий для ВО и СПО, 864 наименований журналов и 917 монографий.	<a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a> <a href="http://www.medcollegelib.ru">http://www.medcollegelib.ru</a>	ООО «Консультант студента» (г. Москва) <b>Договор №750КС/07-2022</b> От 26.09.2022 Активен до 30.09.2023	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
3.	<b>«Электронная библиотека технического вуза» (ЭБС «Консультант студента»)</b>	Коллекция «Медицина (ВО) ГЭОТАР-Медиа. Books in English (книги на английском языке)»	<a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a>	ООО «Политехресурс» (г. Москва) <b>Договор №849КС/03-2023</b> от 11.04.2023 Активен до 19.04.2024	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
4.	<b>ЭБС «Лань»</b>	Электронные версии книг ведущих издательств учебной и научной литературы (в том числе университетских издательств), так и	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>	ООО «ЭБС ЛАНЬ» (г. Санкт-Петербург) <b>Договор №41ЕП/223</b> от 14.02.2023 Активен до 15.02.2024	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)

		электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.			
5.	<b>Национальная электронная библиотека РГБ</b>	Объединенный электронный каталог фондов российских библиотек, содержащий 4 331 542 электронных документов образовательного и научного характера по различным отраслям знаний	<a href="https://rusneb.ru/">https://rusneb.ru/</a>	ФГБУ «Российская государственная библиотека» Договор №101/НЭБ/166 6-п от 10.09.2020 Бессрочный	Доступ с электронного читального зала библиотеки КБГУ
6.	<b>ЭБС «IPSMART»</b>	107831 публикаций, в т.ч.: 19071 – учебных изданий, 6746 – научных изданий, 700 коллекций, 343 журнала ВАК, 2085 аудиозданий.	<a href="http://iprbookshop.ru/">http://iprbookshop.ru/</a>	ООО «Ай Пи Эр Медиа» (г. Москва) <b>Договор №75/ЕП-223</b> от 23.03.2023 Активен до 02.04.2024	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
7.	<b>ЭБС «Юрайт» для СПО</b>	Электронные версии учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для СПО и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	<a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>	ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» (г. Москва) <b>Договор №305/ЕП-223</b> От 27.10.2022 Активен до 31.10.2023.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
8.	<b>ЭБС «Юрайт» для ВО</b>	Электронные версии 8000 наименований учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для ВО и электронные версии	<a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>	ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» (г. Москва) <b>Договор №44/ЕП-223</b> От 16.02.2023 Активен с	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)

		периодических изданий по различным областям знаний.		01.03.2023 по 29.02.2024	
9.	<b>Polpred.com. Новости. Обзор СМИ. Россия и зарубежье</b>	Обзор СМИ России и зарубежья. Полные тексты + аналитика из 600 изданий по 53 отраслям	<a href="http://polpred.com">http://polpred.com</a>	ООО «Полпред справочники» Безвозмездно (без официального договора)	Доступ по IP-адресам КБГУ
10.	<b>Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина</b>	Более 500 000 электронных документов по истории Отечества, российской государственности, русскому языку и праву	<a href="http://www.prlib.ru">http://www.prlib.ru</a>	ФГБУ «Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина» (г. Санкт-Петербург) <b>Соглашение от 15.11.2016г.</b> Бессрочный	Авторизованный доступ из библиотеки (ауд. №115, 214)

#### ***7.6. Методические указания по проведению различных учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы***

Учебная работа по дисциплине «Разностные методы математической физики» состоит из контактной работы (лекции, практические занятия) и самостоятельной работы.

Для подготовки к практическим занятиям необходимо рассмотреть контрольные вопросы, при необходимости обратиться к рекомендуемой литературе, записать непонятные моменты в вопросах для уяснения их на предстоящем занятии.

#### ***Методические рекомендации по изучению дисциплины «Разностные методы математической физики»***

Цель курса «Разностные методы математической физики» - подготовка обучающихся к научно-исследовательской деятельности в области прикладной математики, к умению применять полученные знания к решению прикладных задач математической физики. Приступая к изучению дисциплины, обучающемуся необходимо ознакомиться с тематическим планом занятий, списком рекомендованной учебной литературы. При изучении дисциплины, обучающиеся выполняют следующие задания: изучают рекомендованную учебную и научную литературу; пишут контрольные работы, готовят сообщения к практическим занятиям; выполняют самостоятельные работы, участвуют в выполнении практических заданий. Уровень и глубина усвоения дисциплины зависят от активной и систематической работы на лекциях, изучения рекомендованной литературы, выполнения контрольных письменных заданий

Курс изучается на лекциях, при самостоятельной и индивидуальной работе обучающихся. Обучающийся для полного освоения материала должен не пропускать занятия и активно участвовать в учебном процессе. Лекции включают все темы и основные вопросы теории и практики. Для максимальной эффективности изучения необходимо постоянно вести конспект лекций, знать рекомендуемую преподавателем литературу, позволяющую дополнить знания и лучше подготовиться к практическим занятиям.

В соответствии с учебным планом на каждую тему выделено необходимое количество часов практических занятий, которые проводятся в соответствии с вопросами, рекомендованными к изучению по определенным темам. Обучающиеся должны регулярно готовиться к практическим занятиям и участвовать в обсуждении вопросов. При подготовке к занятиям следует руководствоваться конспектом лекций и рекомендованной литературой. Тематический план дисциплины, учебно-методические материалы, а также список рекомендованной литературы приведены в рабочей программе.

#### ***Методические рекомендации при работе над конспектом во время проведения лекции***

В процессе лекционных занятий целесообразно конспектировать учебный материал. Для этого используются общие и утвердившиеся в практике правила, и приемы конспектирования лекций:

Конспектирование лекций ведется в специально отведенной для этого тетради, каждый лист которой должен иметь поля, на которых делаются пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Целесообразно записывать тему и план лекций, рекомендуемую литературу к теме. Записи разделов лекции должны иметь заголовки, подзаголовки, красные строки. Для выделения разделов, выводов, определений, основных идей можно использовать цветные карандаши и фломастеры.

Названные в лекции ссылки на первоисточники надо пометить на полях, чтобы при самостоятельной работе найти и вписать их. В конспекте дословно записываются определения понятий, категорий и законов. Остальное должно быть записано своими словами.

Каждому обучающемуся необходимо выработать и использовать допустимые сокращения наиболее распространенных терминов и понятий.

#### ***Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям***

Практические (семинарские) занятия – составная часть учебного процесса, групповая форма занятий при активном участии обучающихся. Практические занятия способствуют углубленному изучению наиболее сложных проблем науки и служат основной формой подведения итогов самостоятельной работы обучающихся.

Целью практических занятий является углубление и закрепление теоретических знаний, полученных обучающимися на лекциях и в процессе самостоятельного изучения учебного материала, следовательно, формирование у них определенных умений и навыков.

Желательно при подготовке к практическим занятиям по дисциплине одновременно использовать несколько источников, раскрывающих заданные вопросы.

На практических занятиях обучающиеся учатся грамотно излагать проблемы, свободно высказывать свои мысли и суждения, рассматривают ситуации, способствующие развитию профессиональной компетентности. Следует иметь в виду, что подготовка к практическому занятию зависит от формы, места проведения семинара, конкретных заданий и поручений.

#### ***Методические рекомендации по организации самостоятельной работы***

Для самостоятельной работы имеются помещения, оснащённые компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную библиотеку. Имеется электронный вариант конспекта лекций,

Самостоятельная работа обучающихся – способ активного, целенаправленного приобретения обучающимся новых для него знаний и умений без непосредственного участия в этом процесса преподавателей. Повышение роли самостоятельной работы обучающихся при проведении различных видов учебных занятий предполагает:

- оптимизацию методов обучения, внедрение в учебный процесс новых технологий обучения, повышающих производительность труда преподавателя, активное использование информационных технологий, позволяющих обучающемуся в удобное для него время осваивать учебный материал;
- широкое внедрение компьютеризированного тестирования;
- совершенствование методики проведения практик и научно-исследовательской работы обучающихся, поскольку именно эти виды учебной работы в первую очередь готовят обучающихся к самостоятельному выполнению профессиональных задач;
- модернизацию системы курсового и дипломного проектирования, которая должна повышать роль обучающегося в подборе материала, поиске путей решения задач.



Самостоятельная работа приводит обучающегося к получению новых знаний, упорядочению и углублению имеющихся знаний, формированию у него профессиональных навыков и умений. Самостоятельная работа выполняет ряд функций: развивающую;

- информационно-обучающую;
- ориентирующую и стимулирующую;
- воспитывающую;
- исследовательскую.

В рамках курса выполняются следующие виды самостоятельной работы:

- 1) проработка учебного материала (по конспектам, учебной и научной литературе);
- 2) выполнение разно уровневых задач и заданий;
- 3) работа с тестами и вопросами для самопроверки;
- 4) выполнение итоговой контрольной работы.

Обучающемуся рекомендуется с самого начала освоения курса работать с литературой и предлагаемыми заданиями в форме подготовки к очередному аудиторному занятию. При этом актуализируются имеющиеся знания, а также создается база для усвоения нового материала, возникают вопросы, ответы на которые обучающийся получает в аудитории.

Необходимо отметить, что некоторые задания для самостоятельной работы по курсу имеют определенную специфику. При освоении курса обучающийся может пользоваться библиотекой вуза, которая в полной мере обеспечена соответствующей литературой. Значительную помощь в подготовке к очередному занятию может оказать имеющийся в учебно-методическом комплексе краткий конспект лекций и лабораторный практикум. Он же может использоваться и для закрепления полученного в аудитории материала.

Самостоятельная работа обучающихся предусмотрена учебным планом и выполняется в обязательном порядке. Задания предложены по каждой изучаемой теме и могут готовиться индивидуально или в группе. По необходимости обучающийся может обращаться за консультацией к преподавателю. Выполнение заданий контролируется и оценивается преподавателем.

Для успешного самостоятельного изучения материала сегодня используются различные средства обучения, среди которых особое место занимают информационные технологии разного уровня и направленности: электронные учебники и курсы лекций, базы тестовых заданий и задач. Электронный учебник представляет собой программное

средство, позволяющее представить для изучения теоретический материал, организовать апробирование, тренаж и самостоятельную творческую работу, помогающее обучающимся и преподавателю оценить уровень знаний в определенной тематике, а также содержащее необходимую справочную информацию. Электронный учебник может интегрировать в себе возможности различных педагогических программных средств: обучающих программ, справочников, учебных баз данных, тренажеров, контролирующих программ.

Для успешной организации самостоятельной работы все активнее применяются разнообразные образовательные ресурсы в сети Интернет: системы тестирования по различным областям, виртуальные лекции, лаборатории, при этом пользователю достаточно иметь компьютер и подключение к Интернету для того, чтобы связаться с преподавателем, решать вычислительные задачи и получать знания. Использование сетей усиливает роль самостоятельной работы обучающегося и позволяет кардинальным образом изменить методику преподавания.

Обучающийся может получать все задания и методические указания через сервер, что дает ему возможность привести в соответствие личные возможности с необходимыми для выполнения работ трудозатратами. Обучающийся имеет возможность выполнять работу дома или в аудитории. Большое воспитательное и образовательное значение в самостоятельном учебном труде обучающегося имеет самоконтроль. Самоконтроль возбуждает и поддерживает внимание и интерес, повышает активность памяти и мышления, позволяет обучающемуся своевременно обнаружить и устранить допущенные ошибки и недостатки, объективно определить уровень своих знаний, практических умений. Самое доступное и простое средство самоконтроля с применением информационно-коммуникационных технологий – это ряд тестов «on-line», которые позволяют в режиме реального времени определить свой уровень владения предметным материалом, выявить свои ошибки и получить рекомендации по самосовершенствованию.

### ***Методические рекомендации по работе с литературой***

Всю литературу можно разделить на учебники и учебные пособия, оригинальные научные монографические источники, научные публикации в периодической печати. Из них можно выделить литературу основную (рекомендуемую), дополнительную и литературу для углубленного изучения дисциплины.

Изучение дисциплины следует начинать с учебника, поскольку учебник – это книга, в которой изложены основы научных знаний по определенному предмету в соответствии с целями и задачами обучения, установленными программой.

При работе с литературой необходимо учитывать, что имеются различные виды чтения, и каждый из них используется на определенных этапах освоения материала.

*Предварительное* чтение направлено на выявление в тексте незнакомых терминов и поиск их значения в справочной литературе. В частности, при чтении указанной литературы необходимо подробнейшим образом анализировать понятия.

*Сквозное чтение* предполагает прочтение материала от начала до конца. Сквозное чтение литературы из приведенного списка дает возможность обучающемуся сформировать свод основных понятий из изучаемой области и свободно владеть ими.

*Выборочное* – наоборот, имеет целью поиск и отбор материала. В рамках данного курса выборочное чтение, как способ освоения содержания курса, должно использоваться при подготовке к практическим занятиям по соответствующим разделам.

*Аналитическое чтение* – это критический разбор текста с последующим его конспектированием. Освоение указанных понятий будет наиболее эффективным в том случае, если при чтении текстов обучающийся будет задавать к этим текстам вопросы. Часть из этих вопросов сформулирована в ФОС в перечне вопросов для собеседования. Перечень этих вопросов ограничен, поэтому важно не только содержание вопросов, но сам принцип освоения литературы с помощью вопросов к текстам.

Целью *изучающего* чтения является глубокое и всестороннее понимание учебной информации. Есть несколько приемов изучающего чтения:

- чтение по алгоритму предполагает разбиение информации на блоки: название, автор, источник, основная идея текста, фактический материал, анализ текста путем сопоставления имеющихся точек зрения по рассматриваемым вопросам, новизна;

- прием постановки вопросов к тексту имеет следующий алгоритм: медленно прочитать текст, стараясь понять смысл изложенного; выделить ключевые слова в тексте; постараться понять основные идеи, подтекст и общий замысел автора.

- прием тезирования заключается в формулировании тезисов в виде положений, утверждений, выводов.

Можно добавить и иные приемы: прием реферирования, прием комментирования.

Важной составляющей любого солидного научного издания является список литературы, на которую ссылается автор. При возникновении интереса к какой-то обсуждаемой в тексте проблеме всегда есть возможность обратиться к списку относящейся к ней литературы. В этом случае вся проблема как бы разбивается на составляющие части, каждая из которых может изучаться отдельно от других. При этом

важно не терять из вида общий контекст и не погружаться чрезмерно в детали, потому что таким образом можно не увидеть главного.

Подготовка к экзамену должна проводиться на основе лекционного материала, материала практических занятий с обязательным обращением к основным учебникам по курсу. Это позволит исключить ошибки в понимании материала, облегчит его осмысление, прокомментирует материал многочисленными примерами.

### ***Методические рекомендации для подготовки к экзамену***

Экзамен в 7 семестре является формой итогового контроля знаний и умений, обучающихся по данной дисциплине, полученных на лекциях, практических занятиях и в процессе самостоятельной работы. Основой для определения оценки служит уровень усвоения обучающимися материала, предусмотренного данной рабочей программой.

К экзамену допускаются обучающиеся, набравшие 36 и более баллов по итогам текущего и промежуточного контроля. На экзамене обучающийся может набрать от 15 до 30 баллов.

В период подготовки к экзамену обучающиеся вновь обращаются к учебно-методическому материалу и закрепляют промежуточные знания.

Подготовка обучающегося к экзамену включает три этапа:

- самостоятельная работа в течение семестра;
- непосредственная подготовка в дни, предшествующие экзамену по темам курса;
- подготовка к ответу на экзаменационные вопросы.

При подготовке к экзамену обучающимся целесообразно использовать материалы лекций, учебно-методические комплексы, нормативные документы, основную и дополнительную литературу.

На экзамен выносятся материал в объеме, предусмотренном рабочей программой учебной дисциплины за семестр. Экзамен проводится в письменной / устной форме.

При проведении экзамена в письменной (устной) форме, ведущий преподаватель составляет экзаменационные билеты, которые включают в себя: тестовые задания; теоретические задания; задачи или ситуации. Формулировка теоретических задания совпадает с формулировкой перечня экзаменационных вопросов, доведенных до сведения обучающихся накануне экзаменационной сессии. Содержание вопросов одного билета относится к различным разделам программы с тем, чтобы более полно охватить материал учебной дисциплины.

В аудитории, где проводится устный экзамен, должно одновременно находиться не более шести обучающихся на одного преподавателя, принимающего экзамен. На

подготовку ответа на билет на экзамене отводится 40 минут.

При проведении письменного экзамена на работу отводится 60 минут.

Результат устного (письменного) экзамена выражается оценками:

**Оценка «отлично» – от 91 до 100 баллов** – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены, качество их выполнения оценено числом баллов, близким к максимальному. На экзамене обучающийся демонстрирует глубокие знания предусмотренного программой материала, умеет четко, лаконично и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

**Оценка «хорошо» – от 81 до 90 баллов** – теоретическое содержание курса освоено, необходимые практические навыки работы сформированы, выполненные учебные задания содержат незначительные ошибки. На экзамене обучающийся демонстрирует твердые знания основного (программного) материала, умеет четко, грамотно, без существенных неточностей отвечать на поставленные вопросы.

**Оценка «удовлетворительно» – от 61 до 80 баллов** – теоретическое содержание курса освоено не полностью, необходимые практические навыки работы сформированы частично, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки. На экзамене обучающийся демонстрирует знание только основного материала, ответы содержат неточности, слабо аргументированы, нарушена последовательность изложения материала.

**Оценка «неудовлетворительно» – от 36 до 60 баллов** – теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к существенному повышению качества выполнения учебных заданий. На экзамене обучающийся демонстрирует незнание значительной части программного материала, существенные ошибки в ответах на вопросы, неумение ориентироваться в материале, незнание основных понятий дисциплины.

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины**

### **8.1. Требования к материально-техническому обеспечению**

Для реализации рабочей программы дисциплины имеются учебные аудитории для проведения практического (семинарского) занятий, оснащенные оборудованием и техническими средствами обучения, комплектом учебной мебели (преподавательские стол, стул; столы и стулья для обучающихся), наборами демонстрационного оборудования

и учебно-наглядных пособий по изучаемым разделам, обеспечивающие тематические иллюстрации по дисциплине «Разностные методы математической физики».

Помещения для самостоятельной работы, оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КБГУ. Компьютерная техника обеспечена необходимым комплектом лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства.

Электронно-библиотечные системы и электронная информационно-образовательная среда КБГУ обеспечивают доступ (удаленный доступ) обучающимся, к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

#### Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение

№	Наименование программы, право использования которой предоставляется	Страна происхождения	Срок действия программного обеспечения
	Техническая поддержка для операционной системы Конфигурация: «Рабочая станция» <i>Сертификат на техническую поддержку операционной системы РЕД ОС.</i> Конфигурация: «Рабочая станция»	Российская Федерация	12 месяцев
2.	Лицензия на программное обеспечение для поиска заимствований в текстовых документах распространённых форматов <i>Программная система для обнаружения текстовых заимствований в учебных и научных работах «Антиплагиат. Вуз 4.0»,</i> <i>Модуль поиска текстовых заимствований “Объединенная коллекция 2020»</i>	Российская Федерация	12 месяцев / по истечении 2000 проверок
3.	Система оптического распознавания текста  <i>SETERE OCR для РЭД ОС</i>	Российская Федерация	12 месяцев
4.	Редактор изображений <i>AliveColors Business (лицензия для образовательных учреждений)</i>	Российская Федерация	бессрочные
5.	Лицензия на программное обеспечение средств антивирусной защиты <i>Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – Стандартный Russian Edition</i>	Российская Федерация	12 месяцев

6.	Пакет офисного программного обеспечения <i>P7-Офис.Профессиональный (Десктопная версия)</i>	Российская Федерация	12 месяцев
7.	Право использования программного обеспечения для планирования и проведения онлайн-мероприятий (трансляций, телемостов/ аудио-видеоконференций, вебинаров) <i>Webinar Enterprise TOTAL 150 участников</i>	Российская Федерация	12 месяцев
8.	Пакет программного обеспечения для обработки растровых изображений <i>Creative Cloud for enterprise All Apps ALL Multiple Platforms Multi European Languages Enterprise Licensing Subscription Renewal, право на использование-50 шт. Acrobat Pro DC for teams ALL Multiple Platforms Multi European Languages Team Licensing Subscription Renewal, право на использование – 5 шт.</i>	Соединенные Штаты Америки	12 месяцев
9.	Лицензия на программное обеспечение для векторного графического редактора для создания и редактирования графических схем, чертежей и блок-схем <i>Асмо-графический редактор</i>	Российская Федерация	бессрочные
10.	Предоставление неисключительных прав на использование программного обеспечения Системы <i>Spider Project Professional</i>	Российская Федерация	бессрочные

## **8.2. Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

Для обучающихся с ограниченными возможностями здоровья созданы специальные условия для получения образования. В целях доступности получения высшего образования по образовательным программам инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья университетом обеспечивается:

1. Альтернативная версия официального сайта в сети «Интернет» для слабовидящих;
2. Для инвалидов с нарушениями зрения (слабовидящие, слепые)
  - присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь,
  - дублирование вслух справочной информации о расписании учебных занятий; наличие

средств для усиления остаточного зрения, брайлевской компьютерной техники, видеоувеличителей, программ невизуального доступа к информации, программ-синтезаторов речи и других технических средств приема-передачи учебной информации в доступных формах для обучающихся с нарушениями зрения;

- задания для выполнения на экзамене зачитываются ассистентом;
  - письменные задания выполняются на бумаге, надиктовываются ассистенту обучающимся;
3. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху (слабослышащие, глухие):
- на зачете/экзамене присутствует ассистент, оказывающий обучающемуся необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);
  - зачет/экзамен проводится в письменной форме;
4. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, созданы материально-технические условия, обеспечивающие возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, объекты питания, туалетные и другие помещения университета, а также пребывания в указанных помещениях (наличие расширенных дверных проемов, поручней и других приспособлений).
- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или надиктовываются ассистенту;
  - по желанию обучающегося экзамен проводится в устной форме.

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.



### 9. Лист изменений (дополнений)

в рабочей программе дисциплины «Разностные методы математической физики» направления подготовки 02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии, профиль «Проектирование систем искусственного интеллекта» на 2023-2024 учебный год.

№ п/п	Элемент (пункт) РПД	Перечень вносимых изменений (дополнений)	Примечание
1.			
1.			
2.			

Обсуждена и рекомендована на заседании кафедры

Прикладной математики и информатики

Протокол № \_\_\_\_ от « \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 2023г.

Зав. кафедрой \_\_\_\_\_ А.Р. Бечелова