МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА И ЦИФРОВЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

СОГЛАСОВАНО	**УТВЕРЖДАЮ**
Руководитель образовательной программы ________ **М.М. Лафишева**	**Директор института** ________ **А.Х. Шапсигов**
«12» 04 **2023г.**	«12» 04 **2023г.**

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

«ВАРИАЦИОННЫЕ МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ»

02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии
(код и наименование направления подготовки)

«**Проектирование систем искусственного интеллекта»**
(наименование профиля подготовки)

Бакалавр
Квалификация (степень) выпускника

Очная
Форма обучения

Нальчик - 2023

СОДЕРЖАНИЕ

1. *Перечень компетенций и этапы их формирования*

Результаты обучения (компетенции)	Индикаторы достижения компетенции	Освоенные показатели оценки результатов обучения	Виды оценочного материала, обеспечивающий формирование компетенций
ОПК-3. Способен применять и модифицировать математические модели для решения задач в области профессионально й деятельности	**ОПК-3.1.** Способен использовать базовые знания к существующим математическим моделям в различных предметных областях	**ОПК-3.1.** З-1. Знает существующие математические модели, применяемые для решения задач в области профессиональной деятельности; основные задачи и области применения методов математического моделирования **ОПК-3.1.** У-1. Умеет применять и модифицировать математические модели для решения прикладных задач **ОПК-3.1.** В-1. Владеет навыками применения математического аппарата к исследуемым моделям на основе полученных знаний в области профессиональной деятельности.	Типовые оценочные материалы для устного опроса (п. 5.1.1); типовые оценочные материалы для контрольной работы (п. 5.1.2); типовые тестовые задания (п. 5.2.2); типовые оценочные материалы к экзамену (п. 5.2.3)
	ОПК-3.2. Способен применять и адаптировать существующие математические модели при создании искусственного интеллекта	**ОПК-3.2.** З-1 Знает теоретические основы и принципы. математического моделирования **ОПК-3.2.** У-1. Умеет разрабатывать и использовать методы математического моделирования, информационные технологии для решения задач прикладной математики **ОПК-3.2.** В-1. Владеет практическими навыками решения задач прикладной математики, методами математического моделирования, информационными технологиями и основами их использования при создании искусственного интеллекта	

2. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Первый этап (уровень)	Второй этап (уровень)	Третий этап (уровень)
36-50 баллов	***51-60 баллов***	***61-70 баллов***
На данном уровне обучающийся запоминает и воспроизводит изученный материал. Студент: знает (запоминает и воспроизводит) употребляемые термины; знает конкретные факты; знает методы и процедуры; знает основные понятия; знает правила и принципы.	На данном этапе обучающийся понимает значение изученного материала, может преобразовать материал из одной формы выражения в другую. В качестве показателя понимания может также выступать интерпретация материала студентом (объяснение, краткое изложение) или же предположение о дальнейшем ходе явлений, событий (предсказание последствий, результатов). Обучающийся: понимает факты, правила и принципы; интерпретирует словесный материал, схемы, графики, диаграммы; преобразует словесный материал в математические выражения; предположительно описывает будущие последствия, вытекающие из имеющихся данных.	Этот уровень обозначает умение использовать изученный материал в конкретных условиях и в новых ситуациях. Сюда входят применение правил, методов, понятий, законов, принципов, теорий. Соответствующие результаты обучения требуют более высокого уровня владения материалом, чем понимание. Студент: использует понятия и принципы в новых ситуациях; применяет законы, теории в конкретных практических ситуациях; демонстрирует правильное применение метода или процедуры.

3. Критерии формирования оценок на различных этапах их формирования

Распределение баллов текущего и рубежного контроля

Вид работы	Трудоемкость, часы	
	8 семестр	**Всего**
Общая трудоемкость (в часах)	**144**	**144**
Контактная работа (в часах):	**50**	**50**
Лекционные занятия (Л)	20	20
Практические занятия (ПЗ)	-	-
Семинарские занятия (СЗ)	-	-
Лабораторные работы (ЛР)	30	30
Самостоятельная работа (в часах), в том числе контактная работа (вне аудиторная):	**67**	**67**
Курсовой проект (КП), курсовая работа (КР)	-	-
Расчетно-графическое задание (РГЗ)	-	-

Вид работы	Трудоемкость, часы	
	8 семестр	Всего
Реферат (Р)	-	-
Эссе (Э)	-	-
Самостоятельное изучение разделов	67	67
Контрольная работа (К)	-	-
Подготовка и прохождение промежуточной аттестации	**27**	**27**
Вид промежуточной аттестации	**экзамен**	**экзамен**

Промежуточная аттестация (экзамен)

Семестр	Шкала оценивания			
	Неудовлетворительно (36-60 баллов)	Удовлетворительно (61-80 баллов)	Хорошо (81-90 баллов)	Отлично (91-100 баллов)
8	Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос. Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос.	Студент имеет 36-50 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на все вопросы. Студент имеет по итогам текущего и рубежного контроля 61-70 баллов на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос.	Студент имеет 51-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 61 – 65 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично ответил на второй. Студент имеет 66-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос.	Студент имеет 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй.

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов освоения образовательной программы

Перечень оценочных средств

№	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1.	Коллоквиум	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
3.	Задача (практическое задание)	Средство оценки умения применять полученные теоретические знания в практической ситуации. Задача (задание) должна быть направлена на оценивание тех компетенций, которые подлежат освоению в данной дисциплине, должна содержать четкую инструкцию по выполнению или алгоритм действий.	Комплект задач и заданий
4.	Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
5.	Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам

Типовые задания для текущего контроля успеваемости (контролируемая компетенция ОПК-3)

Тема №1 **Предмет и история развития МО**

1. Задача о брахистохроне.
2. Задача о геодезических линиях.

Тема №2 **Элементы выпуклого анализа**

1. Свойства выпуклых функций на выпуклых множествах.
2. Теорема отделимости**.**

Тема №3 **Элементы линейного программирования**

1. Основная задача линейного программирования.
2. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования.
3. Определение опорного и оптимального планов.
4. Метод искусственного базиса.
5. Модифицированный симплексный метод.
6. Транспортная задача.
7. Нахождение опорного плана методом северо-западного угла и методом минимального элемента.

Тема №4 **Теорема Куна -Таккера. Двойственная задача**.

1. Мат. постановка задач оптимизации.
2. Разрешимость и классификация ЗО.
3. Сводимость одного класса задач к задачам другого класса.
4. Необх. и дост.усл.е опт. в случае дифф. ф-ий.

Тема №5 **Нелинейное программирование**

1. Экономическая и геометрическая интерпретация задач нелинейного программирования.
2. Метод множителей Лагранжа.
3. Методы минимизации функций одной переменной.
4. Поиск отрезка, содержащего точку минимума.
5. Метод Фибоначчи.
6. Метод золотого сечения

Тема №6 **Многоэкстремальные задачи. Методы минимизации функций многих переменных.**

1. Метод градиентного спуска.
2. Метод наискорейшего спуска.
3. Метод сопряженных направлений.
4. Методы безусловной минимизации, использующие вторые производные функции.
5. Метод Ньютона и модифицированный метод Ньютона.

Тема №7 **МО при наличии ограничений**.

1. Выпуклые множества и конусы.
2. Выпуклые функции и опорные функционалы.
3. Условия экстремума в задачах нелинейного программирования.

Тема №8 **Задачи вариационного исчисления.**

1. Функционал.
2. Вариация функционала и ее свойства.
3. Уравнение Эйлера.
4. Поле экстремалей.
5. Достаточные условия экстремума функционала.
6. Условный экстремум

Тема №9 **Вариационные задачи с подвижными и неподвижными концами.**

1. Уравнение Эйлера - Пуассона.
2. Простейшая задача с подвижными границами.
3. Задачи с подвижными границами для различных видов функционалов.
4. Геодезическое расстояние.

Тема №10 **Принцип максимума Понтрягина в задачах оптимального управления.**

1. Начальные понятия теории управляемых систем.
2. Общая формулировка задачи оптимального управления.
3. Принцип максимума Понтрягина для задач с закрепленными концами.

Критерии формирования оценок по контрольным точкам

Количество баллов	**Критерии оценивания**
5	Обучающийся - полно излагает изученный материал, знает все формулы, применяемые методы и их точность; - понимает материал, может обосновать свои суждения, применить знания при решении практических задач и лабораторных заданий, а также заданий для самостоятельного выполнения; - излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

4	Обучающийся даёт ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для «5» баллов, но допускает несущественные ошибки, которые сам же исправляет, и некоторые недочёты в последовательности и оформлении излагаемого материала.
3	Обучающийся обнаруживает знание и понимание основного материала по данной теме, но: - излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий, знаний методов, их точности; - не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и применять методы; - излагает материал непоследовательно, допускает ошибки.
2	Обучающийся обнаруживает существенное незнание некоторой части раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке и формулах, при оценке точности методов.
1	Обучающийся обнаруживает незнание некоторой части раздела изучаемого материала, допускает существенные ошибки в формулировке и формулах, при оценке точности методов.
0	Обучающийся обнаруживает незнание большей части раздела изучаемого материала и неумение применять их при решении практических задач.

Практические задания для самостоятельной работы обучающегося (контролируемая компетенция ОПК-3)

***Тема:* «Элементы выпуклого анализа»**

1. Выяснить будут ли выпуклы множества.

1.1 $\begin{array}{l} x+2y \le 1, \\ y+3x \le 0. \end{array}$ 1.2 $\begin{array}{l} x+y \le 1, \\ x^2 \le 1. \end{array}$ 1.3 $\begin{array}{l} x+y \le 1, \\ x^2 - y \le 1. \end{array}$

2. Определить размерность выпуклых множеств:

2.1 $\begin{array}{l} y=0, \\ x+y \le 1, \\ x-y \le -1. \end{array}$ 2.2 $\begin{array}{l} x+y+z=1, \\ x-y+3z \le 2. \end{array}$

2.3 $\begin{array}{l} x+y \le 1, \\ x-y \le 1. \end{array}$ 2.4 $x^2 + y^2 = 1.$

3. Доказать, что объединение конечного числа выпуклых множеств выпукло.

4. Доказать, что пересечение конечного числа выпуклых множеств выпукло.

5. Множество X состоит из объединения всех отрезков с концами в точке X_0 принадлежащей множеству R_0 и точки Y, где Y принадлежит множеству Z – выпуклому замкнутому ограниченному множеству, лежащему в R_n . Доказать что $\lambda \le \mu + 1$, где λ, μ – размерности множеств X , Y соответственно.

6. Даны два выпуклых замкнутых множества X и Y, причем множество $Z = X + Y$ тоже выпукло. Доказать что размерность X равняется размерности Y .

***Тема:* «Элементы линейного программирования»**

1.Привести к канонической форме следующие задачи

1.1.
$$\begin{aligned}&x_1 - x_2 \to \max,\\&2x_1 + x_2 \ge 1,\\&x_1 - x_2 \le 0,\\&x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.\end{aligned}$$

1.2.
$$\begin{aligned}&2x_1 + x_2 \to \max,\\&x_1 \ge 1,\\&-2x_1 + 3x_2 \le 16,\\&4x_1 + 5x_2 \le 12.\end{aligned}$$

1.3.
$$\begin{aligned}&x_1 - x_2 \to \min,\\&x_1 - 2x_2 \le 1,\\&-2x_1 + 3x_2 \le 16,\\&x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0.\end{aligned}$$

1.4.
$$\begin{aligned}&2x_1 + x_2 + 5x_3 \to \max,\\&2x_1 + x_3 \le 5,\\&7x_1 - 2x_2 - x_3 \ge 4,\\&x_1 \ge 0;\\&-\infty \le x_2 \le \infty,\\&-\infty \le x_3 \le \infty.\end{aligned}$$

1.5.
$$\begin{aligned}&2x_1 - 5x_2 - 3x_3 \to \min,\\&-x_1 + 2x_2 - x_3 \ge 5,\\&2x_1 - x_2 - 4x_3 \le 11,\\&5x_1 + 2x_2 + x_3 \le -8,\\&x_2 \ge 0, x_3 \ge 0;\\&-\infty \le x_1 \le \infty.\end{aligned}$$

1.6.
$$\begin{aligned}&2x_1 - 3x_2 - x_3 \to \min,\\&x_1 - x_2 + x_3 \ge 2,\\&2x_1 + 3x_2 + x_3 \ge 6,\\&x_1 + x_2 + x_3 = 5,\\&x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0.\end{aligned}$$

1.7
$$\begin{aligned}&-5x_1 + x_2 - x_3 \to \max,\\&3x_1 - x_2 - x_3 = 2,\\&x_1 + x_2 - x_3 + x_4 \le 1,\\&x_1 + x_2 - x_3 + x_4 \le 8,\\&x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0, x_4 \ge 0.\end{aligned}$$

1.8
$$\begin{aligned}&x_1 + x_2 \to \max,\\&x_1 + 2x_2 \le 12,\\&4x_1 - 6x_2 \ge 10,\\&x_1 + x_2 \le -7,\\&x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.\end{aligned}$$

1.9
$$\begin{aligned}&-x_1 - 5x_2 + x_3 \to \max,\\&-x_1 + x_2 + x_3 \le 4,\\&5x_1 + 2x_2 - 3x_3 \ge -1,\\&x_1 + 2x_2 \le -5,\\&x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0.\end{aligned}$$

1.10
$$\begin{aligned}&5x_1 - x_2 + x_3 \to \min,\\&3x_1 - x_3 \le 5,\\&2x_1 + 3x_2 \ge -1,\\&-\infty \le x_3 \le 6,\\&x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.\end{aligned}$$

2. Найти решения следующих задач, используя свойства задач ЛП:

2.1
$$\begin{aligned}&x_1 + 2x_2 \to \max,\\&x_1 + x_2 \le 1,\\&x_1 \le 2,\\&x_1 \ge 0, x_2 \ge 0.\end{aligned}$$

2.2
$$\begin{aligned}&x_1 + x_2 \to \min,\\&x_1 + x_2 + x_3 \le 4,\\&x_1 - 3x_2 - x_3 = -2,\\&x_1 \ge 0, x_2 \ge 0, x_3 \ge 0.\end{aligned}$$

2.3
$$\begin{aligned}&x_1 \to \max,\\&x_1 + x_2 + x_4 \le 12,\\&x_1 - x_2 + x_3 - 2x_4 \le 2,\\&x_i \ge 0, i = 1,2,3,4.\end{aligned}$$

2.4
$$\begin{aligned}&cx_1 + cx_2 + cx_3 \to \max,\\&x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 1,\\&-x_1 + x_2 - x_3 + x_4 = 0,\\&x_i \ge 0, i = 1,2,3,4.\end{aligned}$$

2.5
$$\begin{aligned}&-x_1-x_2+x_3\to\min,\\&2x_1+3x_2-x_3+x_4\le 4,\\&x_1-3x_2+2x_3-x_4\le -1,\\&x_i\ge 0, i=1,2,3,4.\end{aligned}$$

2.6
$$\begin{aligned}&x_1+2x_2+\ldots+nx_n\to\max,\\&x_1+x_2+\ldots+x_n\le n,\\&x_2+\ldots+x_n\le n-1,\\&x_i\ge 0, i=1,2,3,4.\end{aligned}$$

2.7
$$\begin{aligned}&3x_1+8x_2\to\max,\\&-1\le x_1+x_2\le 1,\\&-1\le -x_1+x_2\le 1,\\&-1\le x_1\le 1,\\&x_i\ge 0, i=1,2.\end{aligned}$$

2.8
$$\begin{aligned}&-x_1-x_2-2x_3\to\max,\\&5x_1+x_3\le 10,\\&5x_2+x_3\le 10,\\&x_i\ge 0, i=1,2,3.\end{aligned}$$

3. Решить следующие задачи, исходя из геометрической интерпретации задач ЛП:

3.1
$$\begin{aligned}&2x_1+x_2\to\max,\\&x_1+x_2\le 1,\\&x_1-x_2\le 1,\\&x_i\ge 0, i=1,2.\end{aligned}$$

3.2
$$\begin{aligned}&x_1+2x_2\to\min,\\&x_1+x_2\le 1,\\&x_1-x_2\le 2,\\&x_i\ge 0, i=1,2.\end{aligned}$$

3.3
$$\begin{aligned}&5x_1-10x_2\to\min,\\&x_1-2x_2\le 1,\\&x_1-x_2\le 2,\\&3x_1-x_2\le 7,\\&4x_1+3x_2\ge 0,\\&x_i\ge 0, i=1,2.\end{aligned}$$

3.4
$$\begin{aligned}&x_1-10x_2+10x_3\to\min,\\&x_1+x_2+x_3\le 1,\\&x_1-x_2-x_3\le 2,\\&2x_1-x_3\le 0,\\&x_1+2x_3\le 5,\\&x_i\ge 0, i=1,2,3.\end{aligned}$$

3.5
$$\begin{aligned}&x_1+x_2-x_3\to\min,\\&2x_1+x_2-x_3+x_4=3,\\&x_1-2x_2+x_3=-2,\\&x_i\ge 0, i=1,2,3,4.\end{aligned}$$

3.6
$$\begin{aligned}&x_1-x_2+x_3\to\max,\\&x_1+x_2-x_3=1,\\&x_i\ge 0, i=1,2,3.\end{aligned}$$

3.7
$$\begin{aligned}&x_1+x_2+x_3\to\max,\\&2x_1+x_2-x_3=1,\\&x_1+x_2-x_3=2,\\&x_i\ge 0, i=1,2,3.\end{aligned}$$

3.8
$$\begin{aligned}&x_1+x_2+x_3\to\max,\\&x_1+x_2=1,\\&x_2-x_3=1,\\&x_i\ge 0, i=1,2,3.\end{aligned}$$

3.9
$$\begin{aligned}&x_1+x_2+\ldots+x_n\to\max,\\&x_1+2x_2+\ldots nx_n=1,\\&x_i\ge 0, i=1,2,\ldots,n.\end{aligned}$$

3.10
$$\begin{aligned}&x_1+\ldots x_3\to\max,\\&x_1+x_2=1,\\&x_3+x_4+\ldots+x_n=1,\\&x_i\ge 0, i=1,2,\ldots,n.\end{aligned}$$

3. Решить симплексным методом.

3.1. В соответствии с оперативным планом участок шлифовки за первую неделю декабря выпустил 500 колец для подшипников типа А, 300 колец – для подшипников типа Б 450 – колец для подшипников типа В. Все кольца шлифовались на двух взаимозаменяемых станках раной производительности. Машинное время каждого станка составляет 500 мин. Трудоемкость операций (в минутах на одно кольцо) при изготовлении различных колец характеризуется следующими данными

СТАНКИ	Затраты времени на одно кольцо типов, мин		
	А	Б	В
I	4	10	10
II	6	8	20

Определить оптимальный вариант распределения операций по станкам и время, которое было бы затрачено при этом варианте.

3.2. Возделываются три культуры: овес, кукуруза на силос, многолетник травы на сено. Площадь пашни составляет 500 га. Кроме этого известно, что посевная площадь овса не должна превышать 200га, трудовые ресурсы составляют 3000ч/дн; площадь под кукурузой не более 1/2 от общей площади пашни под этими культурами. Эффективность возделывания кормовых культур приведены в таблице.

N	Культуры	Вывод кормов с 1га, ц к.ед.	Затраты труда на 1га, ч – дн.
1	Овес	25	3
2	Кукуруза на овес	24	2
3	Многодетн. Травы на сено	16	2

Найти оптимальное сочетание посевов этих культур для производства наибольшего количества кормов. Дать экономическое описание оптимального решения.

3.3 При продаже двух видов товаров А и В фирма использует четыре вида ресурсов. Нормы затрат на реализацию 1 ед. товара, объем ресурсов приведен в таблице.

Ресурсы	Нормы затрат ресурсов от реализации 1 ед. товара		Количество ресурсов на предприятия
	А	В	
1	2	2	12
2	1	2	9
3	5	1	14
4	1	5	11

Доход от реализации 1 ед. товара А составляет 2$, товара В-3$.
Определить оптимальный план реализации товаров, обеспечивающих торговому предприятию максимальную прибыль.

3.4 Фабрика выпускает изделия двух видов: А и В. На производстве одного изделия вида А рабочий тратит 3 ч, одного изделия вида В – 2 часа. От реализации изделия А фабрика получает прибыль – 80$, а от реализации изделия В-60$. Фабрика должна выпустить не мене 100 штук изделия А и не мене 200 штук изделия В. Сколько изделий вида А и В должна выпустить фабрика, чтобы получить наибольшую сумму прибыли, если фонд рабочего времени производственных планов составляет 900 человек?

1) $\begin{array}{l} x_1 + 2x_2 \to \max, \\ x_1 + x_2 \le 2, \\ x_1 - x_2 \le 1 \\ x_i \ge 0, i = 1,2. \end{array}$ 2) $\begin{array}{l} x_1 + 2x_2 \to \min, \\ x_1 + x_2 \le -2, \\ x_1 - x_2 \le 1, \\ x_i \ge 0, i = 1,2. \end{array}$ 3) $\begin{array}{l} x_1 + x_2 \to \max, \\ x_1 + 2x_2 \le 3, \\ 2x_1 + x_2 \le 3, \\ x_i \ge 0, i = 1,2. \end{array}$

4) $\begin{array}{l} x_1 + x_2 \to \min, \\ x_1 + 2x_2 \le 3, \\ 2x_1 + x_2 \le 3, \\ x_i \ge 0, i = 1,2. \end{array}$ 5) $\begin{array}{l} 2x_1 \to \max, \\ x_1 + 2x_2 \le 3, \\ 2x_1 + x_2 \le 5, \\ x_i \ge 0, i = 1,2. \end{array}$ 6) $\begin{array}{l} x_1 + 2x_2 \to \max, \\ x_1 \le 11, \\ -x_1 + x_2 \le 24, \\ x_i \ge 0, i = 1,2. \end{array}$

7) $\begin{array}{l} -2x_1 + x_2 + x_3 \to \min, \\ -x_1 + 3x_2 \le 17, \\ -x_1 + x_2 + x_3 \le 10, \\ x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{array}$ 8) $\begin{array}{l} 2x_1 + x_2 \to \min, \\ x_1 \le 4, \\ x_2 \le 4, \\ x_i \ge 0, i = 1,2. \end{array}$

4. Решить следующие задачи ЛП методом искусственного базиса:

1) $\begin{array}{l} 2x_1 + 3x_2 + x_3 \to \min, \\ x_1 - 2x_2 - x_3 \ge 1, \\ 2x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 5, \\ x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{array}$ 2) $\begin{array}{l} x_1 - x_2 + x_3 \to \max, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 4, \\ 4x_1 - x_2 - 7x_3 \ge 7, \\ x_1 - x_2 \le 6, \\ x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{array}$

2) $\begin{array}{l} 3x_1 + x_2 - x_3 \to \min, \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 \ge 7, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ x_1 + 7x_2 + x_3 \ge 4, \\ x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{array}$ 4) $\begin{array}{l} x_1 + 4x_2 + x_3 \to \max, \\ 5x_1 - 2x_2 + x_3 \ge 8, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ 7x_1 - x_2 + 8x_3 \le 1, \\ x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{array}$

5) $\begin{array}{l} x_1 - x_2 + 5x_3 \to \min, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 \le -1, \\ x_1 - x_3 = 5 \\ x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{array}$ 6) $\begin{array}{l} 2x_1 + 8x_2 - 2x_3 \to \max, \\ 4x_1 - 3x_2 + x_3 = 7, \\ x_1 + 5x_2 - 12x_3 \ge 1, \\ x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{array}$

7) $\begin{array}{l} 5x_1 - 8x_2 \to \max, \\ x_1 + 4x_2 = 7, \\ 2x_1 - 3x_2 \ge 3, \\ x_1 + x_2 \le -5, \\ x_i \ge 0, i = 1,2. \end{array}$ 8) $\begin{array}{l} 8x_1 + x_2 \to \min, \\ 2x_1 + 4x_2 \ge 3, \\ x_1 - 7x_2 \le -1, \\ x_1 - x_2 = 0, \\ x_i \ge 0, i = 1,2. \end{array}$

5. Решить следующие задачи модифицированным симплекс-методом:

1) $\begin{aligned} & x_1 + 2x_2 - x_3 \to \max, \\ & -x_1 + 3x_2 + 2x_3 \le 6, \\ & x_1 + x_2 + 4x_3 \ge 6, \\ & 2x_1 - 2x_2 + x_3 = 2, \\ & x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{aligned}$

2) $\begin{aligned} & 2x_1 + 3x_2 - 4x_3 \to \min, \\ & x_1 - x_2 + 3x_3 \ge 6, \\ & 2x_1 - 6x_2 - x_3 = 7, \\ & x_1 + x_2 - 8x_3 \le -2, \\ & x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{aligned}$

3) $\begin{aligned} & 2x_1 - 2x_2 + 7x_3 \to \min, \\ & 3x_1 + 4x_2 - x_3 \ge -7, \\ & x_1 - x_2 + 2x_3 = 5, \\ & 11x_1 + x_2 - x_3 \ge 5, \\ & x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{aligned}$

4) $\begin{aligned} & x_1 + x_2 - x_3 \to \max, \\ & 2x_1 - x_2 + 7x_3 = 8, \\ & 7x_1 - x_3 \ge 6, \\ & x_2 + x_3 \le -3, \\ & x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{aligned}$

5) $\begin{aligned} & 3x_1 - 4x_2 - x_3 \to \max, \\ & 2x_1 - 3x_2 \ge 7, \\ & x_1 + x_2 - x_3 \le -3, \\ & 7x_1 - 4x_2 + x_3 = 5, \\ & x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{aligned}$

6) $\begin{aligned} & 6x_1 + x_4 \to \min, \\ & x_1 - x_2 + 2x_4 = 51, \\ & x_3 - x_4 \le -7, \\ & x_1 + 2x_2 - x_4 = 8, \\ & x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{aligned}$

7) $\begin{aligned} & 3x_1 - 5x_2 - x_3 \to \max, \\ & x_1 - x_2 \ge 7, \\ & 2x_2 + x_3 = 1, \\ & 5x_1 - 7x_2 + x_3 = 6, \\ & x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{aligned}$

8) $\begin{aligned} & x_1 - 6x_2 + x_3 \to \min, \\ & 3x_1 + x_2 - 7x_3 \ge 6, \\ & 2x_1 - x_2 + x_3 = 4, \\ & 5x_1 + 3x_2 - x_3 = 2, \\ & x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{aligned}$

9) $\begin{aligned} & 2x_1 - 4x_2 + x_3 \to \max, \\ & x_1 + 3x_2 - 5x_3 \ge 7, \\ & 2x_1 - 7x_2 + 8x_3 = 6, \\ & 7x_1 + x_2 - 11x_3 = 4, \\ & x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{aligned}$

10) $\begin{aligned} & x_1 + 7x_2 - x_3 \to \min, \\ & 4x_1 - x_2 + 8x_3 \ge 4, \\ & 4x_1 + x_2 - x_3 = 1, \\ & x_2 - x_3 = 2, \\ & x_i \ge 0, i = 1,2,3. \end{aligned}$

***Тема:* «Численные методы минимизации функций одной переменной»**

1. Показать, что если функция $f(x)$ удовлетворяет условию Липшица, то модуль углового коэффициента любой хорды или касательной к графику $f(x)$ не превосходит константы Липшица L.

2. Показать, что если функция удовлетворяет условию Липшица, то она непрерывна на (a,b).

3. Найти наименьшую из констант Липшица функции
$f(x) = \dfrac{1}{3}x^3 + 2x^2 + 5x + 16$ на отрезке $[0,10]$.

4. Показать, что если функция $f(x)$ выпукла на отрезке (a,b), то на любом отрезке $[x',x'']\in[a,b]$ график $f(x)$ лежит не выше хорды, проходящей через точки графика с абсциссой x' и x''.

5. Показать, что если $f(x)$ – выпуклая дифференцируемая на отрезке (a,b) функция, то она унимодальна на этом отрезке.

6. Показать, что если $f(x)$ – выпуклая дифференцируемая функция, то любая касательная к графику $f(x)$ лежит не выше этого графика.

7.Установить выпуклость функции $f(x)$ на отрезке $[a,b]$ и найти ее минимальное значение. Вычисление проверить методом касательных с точностью 0.01 и продолжить методом Ньютона с точностью 10^{-6}.

1. $f(x)=-\ln(\cos x)-x^2,\left[\frac{\pi}{4};\frac{2\pi}{5}\right].$
2. $f(x)=\ln(1+x^2)-\sin x,\left[0;\frac{\pi}{4}\right].$
3. $f(x)=-2x-x^2+\frac{x^3}{3}+\frac{x^4}{4},[1,25;1,75].$
4. $f(x)=5e^{-x}+4x-\frac{x^3}{3},[0;0,5].$
5. $f(x)=-2(x+1)e^{-x}-2\cos x-x,\left[0;\frac{\pi}{6}\right].$
6. $f(x)=\ln x,[0,1;2].$
7. $f(x)=x^2-\sin x,\left[0;\frac{\pi}{42}\right].$
8. $f(x)=x^4+x^2+x+1,[-1;2].$

Тема: «Численные методы минимизации функций многих переменных»

1.Выяснить будут ли выпуклы множества, определенные с следующих примерах:

1.1 $u=\{(x,y)|x+2y^2\le 1\};$

1.2 $u=\{(x,y)|xy>1, x+y<4, x>0, y>0\};$

1.3 $u=\{(x,y)|xy<1, x>0, y>0\};$

1.4 $u=\{(x,y)|x-y^2\le 0, -x^2+y\le 0\};$

1.5 $u=\{(x,y,z)|z\ge x^2+y^2\};$

1.6 $u=\{(x,y,z)|z\le x^2+y^2\};$

1.7 $u=\{(x,y,z)|z\ge xy, x\ge 0, y\ge 0\};$

1.8 $u=\{(x,y,z)|x^2+y^2\le 1\};$

1.9 $u=\{(x,y,z)|z+x+y\le 1, x\ge 0, y\ge 0\};$

1.10 $u=\left\{(x,y,z)\left|x^2+\frac{y^2}{2}+\frac{z^2}{3}\geq 1\right.\right\}$

2.Минимизировать квадратные функции методом наискорейшего спуска, заканчивая вычисления при $\left|\frac{\partial f\left(x^{(k)}\right)}{\partial x_i}\right|\leq 0{,}01, i=1,2,\ldots,n$:

2.1 $f(x)=3x_1^2-3x_1x_2+4x_2^2-2x_1+x_2$
2.2 $f(x)=x_1^2+4x_1x_2-17x_2^2+5x_2$
2.3 $f(x)=4x_1^2+4x_1x_2+6x_2^2-17x_1$
2.4 $f(x)=2x_1^2-2x_1x_2+3x_2^2+x_1-3x_2$
2.5 $f(x)=10x_1^2+3x_1x_2+x_2^2+10x_2$
2.6 $f(x)=x_1^2-2x_1x_2+6x_2^2+x_1-x_2$
2.7 $f(x)=7x_1^2+2x_1x_2+5x_2^2+x_1-10x_2$
2.8 $f(x)=3x_1^2+5x_2^2+7x_3^2-2x_1x_2+x_1x_3+x_1-x_2+x_3$
2.9 $f(x)=7x_1^2+4x_2^2+6x_3^2-3x_1x_2+x_1x_3$
2.10 $f(x)=3x_1^2+5x_2^2+4x_3^2+2x_1x_2-x_1x_3-x_2x_3+7x_1+x_3$

Тема: «Вариационные задачи с неподвижными концами»
1. Исследовать на непрерывность следующие функционалы:

1.1 $J[y(x)]=y(x_0),$ где $y(x)\in C[a,b]$ и $x_0\in[a,b]$ в смысле близости нулевого порядка.
1.2 $J[y(x)]=\max|y(x)|,$ где функции $y(x)\in C[a,b]$ и $x_0\in[a,b]$ в смысле близости нулевого порядка.
1.3 $J[y(x)]=\int_0^1|y'(x)|dx,$ где функции $y(x)$ имеют непрерывные производные на отрезке $[0;1]$:

a) в смысле близости нулевого порядка;
b) в смысле близости первого порядка.

1.4 $J[y(x)]=\int_0^{\pi}\sqrt{1+Y'^2}\,dx,$ на функции $y_0(x)=0,$ где функции $y(x)\in C_1[0;\pi]$:

a) в смысле близости нулевого порядка;
b) в смысле близости первого порядка.

1.5 $J[y(x)]=\int_0^{\pi}\left(1+2y'^2(x)\right)dx$ на функции $y_0(x)=0,$, где функции $y(x)\in C_1[0;\pi]$, в смысле близости первого порядка.

2. Найти вариацию функционала в соответствующих пространствах в смысле первого и второго определения:

2.1 $J[y]=\int_a^b(x+y)dx$

2.2 $J[y]=\int_a^b\left(y^2-2y'^2\right)dx$

2.3 $J[y]=y^2(0)+\int_0^1\left(xy+2y'^2\right)dx$

2.4 $J[y]=\int_0^x y'\sin y\,dx$

2.5 $J[y]=\int_a^b F\left(x, y, y', \ldots, y^{(m)}\right)dx$

3. Среди непрерывно дифференцируемых на отрезке $[t_0, t_1]$ функций найти экстремали функционалов:

3.1 $\int_0^{t_1}\left(x+\frac{\left(1+t^2\right)}{2}x+t^2\left(x^2\right)\right)dt \to extr, 0<t_0<t_1$

3.2 $\int_0^1\left(x+2tx+\left(x^2\right)\right)dt \to extr, x(0)=x_0, x(1)=x_1$

3.3 $\int_{t_0}^{t_1}\left(x^2-4x^2\right)dt \to extr$

3.4 $\int_{t_0}^{t_1}\left(e^{2x}-2x^2\right)dt \to extr$

3.5 $\int_{t_0}^{t_1}\frac{1+x^2}{x}dt \to extr$

3.6 $\int_{t_0}^{t_1}\frac{\sqrt{1+x^2}}{x}dt \to extr$

3.7 $\int_{t_0}^{t_1}\left(x^2-2x\cos t-x^2\right)dt \to extr$

3.8 $\int_{t_0}^{t_1}\left(t^2\left(x^2+12x\right)\right)dt \to extr, 0\le t_2<t_1$

3.9 $\int_1^2\left(x'^2-2xx'\right)dt \to extr, x(1)=1, x(2)=0$

3.10 $\int_0^1 xx'^2 dt \to extr, x(0)=1, x(1)=\sqrt[3]{4}$

4. Найти решение задач:

4.1 $\int_0^1 x''^2 dt \to extr, x(0)=x'(0)=x'(1)=0, x(1)=1$

4.2 $\int_0^1 x''^2 dt \to extr, x(1)=x'(1)=x(0)=0, x'(0)=1$

4.3 $\int_0^1\left(x''^2-48x\right)dt \to extr, x(1)=x'(1)=0, x(0)=1, x'(0)=-4$

4.4 $\int_0^1\left(24tx-x''^2\right)dt \to extr, x(0)=x'(0)=x(1)=0, x'(1)=1/10$

4.5 $\int_0^1\left(48x-x''^2\right)dt \to extr, x(0)=x'(0)=0, x(1)=1, x'(1)=4$

4.6 $\int_0^\pi\left(x''^2-x^2\right)dt \to extr, x(0)=0, x'(0)=1, x'(\pi)=ch\pi, x(\pi)=sh\pi$

4.7 $\int_0^\pi\left(x''^2-x^2\right)dt \to extr, x(0)=x'(0)=0, x'(\pi)=sh\pi, x(\pi)=ch\pi+1$

4.8 $\int_0^1\left(x''^2+4x^2\right)dt \to extr, x(0)=-1, x'(0)=0, x'(\pi)=sh\pi, x(\pi)=ch\pi$

4.9 $\int_0^1\left(x''^2+x^2\right)dt \to extr, x(0)=1, x'(0)=0, x'(1)=sh1, x(1)=ch1$

4.10 $\int_0^1\left(x''^2+x^2\right)dt \to extr, x(0)=1, x'(1)=ch1, x(1)=sh1$

5. Найти допустимые экстремали:

$$\int_0^1 \left(x'^2 + y'^2 - 2xy\right)dt \to extr, x(0) = y(0) = 0, x(0) = y(0) = 0, x(1) = sh1, y(1) = -sh1$$

Тема: «Вариационные задачи с подвижными концами»

1.Найти экстремали функционала $\varphi(x) = \int_0^{t_1} \frac{\sqrt[4]{1+x^2}}{x}dx$, если $x(0) = 0$, а точка (t_1, x_1) может перемещаться:

1.1 по прямой $x = t - 5$
1.2 по окружности $(t-9)^2 + x^2 = 9$
1.3 по эллипсу $4x^2 + 9x^2 = 36$
1.4 по параболе $x^2 = t$

2. Решить задачи с подвижными концами:

2.1 $\int_0^T x'^2 dt = extr, x(0) = 0, T + x(T) + 1 = 0$
2.2 $\int_0^T x'^2 dt = extr, x(0) = 0, (T-1)x^2(T) + 2 = 0$
2.3 $\int_0^T x'^2 dt = extr, x(0) = 0, T + x(T) = 1$
2.4 $\int_0^T \left(x'^2 + x\right)dt = extr, x(0) = 1$
2.5 $\int_0^T \left(x'^2 + x + 2\right)dt = extr, x(0) = 0$

3. Найти расстояние:

3.1 между параболой $y = x^2$ и прямой $x - y = 5$
3.2 от точки $A(1;0)$ до эллипса $4x^2 + 9y^2 = 36$
3.3 от точки $A(-1;5)$ до заданной параболы $y^2 = x$
3.4 от точки $A(-1;3)$ до прямой $y = 1 - 3x$

4. Выпишите условия трансверсальности для простейшей вариационной задачи. Докажите их справедливость.

5. Сформулируйте n-мерную простейшую вариационную задачу с подвижными концами. Сравните ее с простейшей n-мерной вариационной задачей с закрепленными концами.

6. Сформулируйте необходимые условия экстремума функционала для простейшей n-мерной вариационной задачи с подвижными концами.

7. Выпишите условия трансверсальности для простейшей вариационной задачи с подвижными концами. Докажите их справедливость.

Тема: «Принцип максимума Понтрягина»

1. С помощью принципа максимума решить задачу быстродействия для -----, где:

1.1 $S_0=\{x_1=x_2=0\}; S_1\{|x_1|^2+|x_2|^2-4=0\}$

1.2 $S_0=\{x_1=x_2=0\}; S_1\{|x_1|^2+|x_2|^2-2=0\}$

1.3 $S_0=\{x_1=1, x_2=0\}; S_1\{|x_1|^2-|x_2|^2-4=0\}$

1.4 $S_0=\{x_1=0\}; S_1\{|x_1|^2-|x_2|^2-1=0\}$

1.5 $S_0=\{x_2=1\}; S_1\{|x_1|^2+|x_2|^2+1=0\}$

1.6 $S_0=\{x_1=x_2=1\}; S_1\{|x_1|^2-2|x_2|^2-1=0\}$

1.7 $S_0=\{x_1=0, x_2=2\}; S_1\{2|x_1|^2-|x_2|^2=0\}$

1.8 $S_0=\{x_1=0, x_2=1\}; S_1\{|x_1|^2-3|x_2|^2=4\}$

1.9 $S_0=\{x_1=1, x_2=0\}; S_1\{5|x_1|^2-2|x_2|^2=0\}$

1.10 $S_0=\{x_1=x_2=0\}; S_1\{|x_1|^2-|x_2|^2=0\}$

2.С использованием принципа максимума найти допустимые экстремали в следующих задачах оптимального управления:

2.1 $T\to\inf, |x|'' \le 2, x'(0)=x'(T)=0, x(0)=1, x(T)=3$

2.2 $T\to\inf, -3\le x''\le 2, x'(0)=x'(T)=0, x(0)=3, x(T)=-5$

2.3 $T\to\inf, -1\le x''\le 3, x'(0)=x'(T)=0, x(0)=1, x(T)=1$

2.4 $T\to\inf, |x|'' \le 2, x'(-1)=x'(T)=0, x(-1)=1, x(T)=-1$

2.5 $T\to\inf, |x|'' \le 2, x'(-1)=x'(T)=0, x(-1)=-1, x(T)=1$

2.6 $T\to\inf, |x|'' \le 1, x(0)=\xi_1, x'(0)=\xi_2, x'(T)=x(T)=0$

2.7 $T\to\inf, |x|'' \le 1, x(0)=\xi_1, x'(0)=\xi_2, x(T)=0$

2.8 $T\to\inf, |x|'' \le 1, x(0)=\xi_1, x'(0)=\xi_2, x'(T)=x(T)=0$

2.9 $T\to\inf, 0\le x''\le 1, x(0)=\xi_1, x'(0)=\xi_2, x'(T)=x(T)=0$

2.10 $T\to\inf, \int_0^T x''dt, x'(0)=0, x'(T)=1, x(0)=0$

3.Решить задачи, используя принцип максимума:

3.1 $\int_{-\pi}^{\pi}\sin t dt\to extr, |x'|\le 1, x(\pm\pi)=0$

3.2 $\int_0^{7\pi/4} x\sin t dt\to extr, |x'|\le 1, x(0)=0$

3.3 $\int_{-\pi}^{\pi}|x'|dt\to\inf, x'\ge A, x(0)=0, x(T_0)=\xi, (A<0)$

3.4 $\int_0^4 (x'^2+x)tdt\to extr, |x'|\le 1, x(4)=0$

3.5 $\int_0^{T_0} (x'^2+x)tdt\to extr, |x'|\le 1, x(0)=0$

3.6 $\int_0^{T_0} (x'^2+x)tdt\to extr, |x'|\le 1, x(0)=\xi$

3.7 $\int_0^{T_0} (x'^2+x)tdt\to extr, |x'|\le 1, x(T_0)=\xi$

3.8 $\int_0^{T_0} \left(x'^2 + x\right) tdt \to extr, |x'| \le 1, x(0) = 0, x(T_0) = 0$

3.9 $\int_0^{T_0} \left(x'^2 + x^2\right) tdt \to extr, |x'| \le 1, x(0) = \xi$

3.10 $\int_0^{T_0} xtdt \to extr, |x''| \le 2, x(0) = x''(0) = 0$

Методические рекомендации по решению задач.

Приступая к решению задач, необходимо внимательно изучить теоретический материал по темам, разобрать приводимые в теоретическом материале примеры. При выполнении заданий используются формулы и методы, представленные по каждой теме.

Все задания к практическим занятиям приведены в издании: Кармоков М.М., Буздов Б.К, Кудаева Ф.Х. Методы оптимизации. Нальчик: КБГУ, 2010. 129 с.

Критерии формирования оценок (оценивания) по заданиям для самостоятельной работы студента (типовые задачи).

Самостоятельное выполнение заданий на практических занятиях, а также вне аудитории является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплин «Вариационное исчисление и методы оптимизации».

В результате *самостоятельной работы* знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

Критерии формирования оценок по заданиям для самостоятельной работы студента

Количество баллов	**Критерии оценивания**
5	Обучающийся - показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно, логично его излагает, свободно использует необходимые формулы при решении задач; - знает все формулы, применяемые методы и их точность; - может применять знания при решении прикладных задач для самостоятельного выполнения.
4	Обучающийся - даёт ответ, удовлетворяющий требованиям; - твердо знает материал, грамотно его излагает, не допускает существенных неточностей в процессе решения задач; - сам исправляет свои несущественные ошибки и некоторые недочёты.
3	Обучающийся обнаруживает знание и понимание основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил все его детали, допускает отдельные неточности при решении задач.
2	Обучающийся обнаруживает неполное знание и понимание основного материала по поставленным вопросам, не усвоил его деталей, допускает неточности при решении задач.
1	Обучающийся обнаруживает значительное незнание и понимание основного материала по поставленным вопросам, не усвоил его деталей, допускает существенные неточности при решении задач.
0	Обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

Оценочные материалы для контрольной работы (контролируемая компетенция ОПК-3)

Вариант 1

1. Определите расстояние между кривыми $y = x$ и $y = x^2$ на отрезке $[0,1]$.

2. Найти уравнение Эйлера для функционала $V[y(x)] = \int (y'^2 - 2xy)dx$.

3. Чему равна функция Лагранжа для функции $z = x^2 y$ при условии $y = x + 2$.

4. Укажите порядок близости кривых $y(x) = \dfrac{\sin nx}{n^2}$ и $y_1(x) \equiv 0$ на $[0, \pi]$ (при n – достаточно большом).

Вариант 2

1. Определите расстояние между кривыми $f(x) = xe^{-x}$ и $f_1(x) \equiv 0$ на отрезке $[0, 2]$.

2. Найти уравнение Эйлера для функционала $V[y(x)] = \int y(3x - y)ydx$.

3. Чему равна функция Лагранжа для функции $z = x^2 y^2$ при условии $y = x + 2$.

4. Укажите порядок близости кривых $y(x) = \dfrac{\cos nx}{n^2 + 1}$ и $y_1(x) \equiv 0$ на $[0,2\pi]$ (при n – достаточно большом).

Вариант 3

1. Определите расстояние между кривыми $f(x) = \sin 2x$ и $f_1(x) = \sin x$ на отрезке $[0, \dfrac{\pi}{2}]$.

2. Найти уравнение Эйлера для функционала $V[y(x)] = \int (y'^2 - y^2)dx$.

3. Чему равна функция Лагранжа для функции $z = x^2 y$ при условии $y = x + 1$.

4. Укажите порядок близости кривых $y(x) = \dfrac{\sin x}{n}$ и $y_1(x) \equiv 0$ на $[0,1]$ (при n – достаточно большом).

Критерии формирования оценок контрольной работе

Количество баллов	**Критерии оценивания**
5	Обучающийся - выполнил работу полностью без ошибок и недочетов; - демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, решено 71–100% задач.
4	Обучающийся - выполнил работу полностью, допущено в ней не более одной негрубой ошибки и недочета (не более трех недочетов); - демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, допуская незначительные неточности при решении задач, решено 56–70% задач.
3	Обучающийся - правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой; - затрудняется с правильным ответом предложенной задачи; - дает неполный ответ, решено 50–55% задач.
0–2	Обучающийся - допустил ошибки и недочеты, превышающие требования для 3 баллов или правильно выполнил менее 2/3 всей работы;

	- решено менее 50 % задач.

Оценочные материалы для компьютерного тестирования (контролируемая компетенция ОПК-3)

I:
S: Ограничение функции, заданной на плоскости, на любую прямую, проходящую через начало координат, имеет в нуле локальный минимум, но вместе с тем начало координат не является точкой локального минимума:
-: $f(x) = \operatorname{arctg} x \cdot \sin x, \quad x \in R$
-: $f(x_1, x_2) = x_1^2 - x_2^2 + 2 \cdot e^{-x_1^2}, \quad x \in R_2$ --
-
: $f(x_1, x_2) = \sin x_2 - x_1^2, \quad x \in R_2$
+: $f(x_1, x_2) = (x_1 - x_2^2) \cdot (x_1 - 3x_2^2), \quad x \in R_2$

I:
S:
Для функции $y = \varphi(x)$ задан график производной $P(x) = x^2 - 1$. Экстремальными точками для функции $y = \varphi(x)$ являются:
-: только x=1
-: только x=0
+: x=-1 и x=1
-: только x=-1

I:
S:
Для функции $y = \varphi(x)$ задан график производной $P(x) = x^2 - 1$. Точка $x = -1$ исходной функции $y = \varphi(x)$ является:
-: точкой минимума
+: точкой максимума
-: нестационарной точкой
-: точкой перегиба

I:
S:
Для функции $y = \varphi(x)$ задан график производной $P(x) = x^2 - 1$. Точка $x_0 = 1$ исходной функции $y = \varphi(x)$ является:
+: точкой минимума
-: точкой максимума
-: нестационарной точкой
-: точкой перегиба

I:

S:
Для функции $y=\varphi(x)$ задан график производной $P(x)=x^2-1$. Точка $x_0=0$ исходной функции $y=\varphi(x)$ является:
-: точкой минимума
-: точкой максимума
+: нестационарной точкой
-: точкой перегиба

I:
S:
Для функции $y=\varphi(x)$ задан график производной $P(x)=x-1$. Для искомой функции $y=\varphi(x)$:
-: экстремальной точкой является точка x = 0
-: экстремальных точек нет
+: экстремальной точкой является точка x = 1
-: экстремальными точками являются точки x = 0 и x = 1

I:
S:
Для функции $y=\varphi(x)$ задан график производной $P(x)=x-1$. Для искомой функции $y=\varphi(x)$:
-: точкой минимума является точка x = 0
+: точкой минимума является точка x = 1
-: нет стационарных точек
-: точками минимума являются точки x = 0 и x = 1

I:
S:
Для функции $y=\varphi(x)$ задан график производной $P(x)=x^2-1$. Функция $y=\varphi(x)$ возрастает на отрезке:
-: $[-1;1]$
-: $[0;+\infty)$
-: $(-\infty;0]$
+: $(-\infty;-1]\cup[1;+\infty)$

I:
S:
Для функции $y=\varphi(x)$ задан график производной $P(x)=x^2-1$. Функция $y=\varphi(x)$ убывает на отрезке:
+: $[-1;1]$
-: $[0;+\infty)$
-:
$(-\infty;0]$

-: $(-\infty; -1]\cup[1; +\infty)$

I:
S:
Для функции $y=\varphi(x)$ задан график производной $P(x)=x^2-1$. Точка $x=-1$ исходной функции $y=\varphi(x)$ является:
-: точкой минимума
+: точкой максимума
-: нестационарной точкой
-: точкой перегиба

I:
S:
Наибольшая длина промежутка монотонности функции $y=\cos 4x$ на всей числовой оси равна
-: π
-: $\frac{\pi}{2}$
-: $\frac{\pi}{3}$
+: $\frac{\pi}{4}$

I:
S: Задача о ### состоит в отыскании траектории, по которой материальная точка под действием силы тяжести переместилась бы из заданной начальной точки в заданную конечную точку за минимальное время.
+: брахистохроне
+: Брахистохроне
+: бр*х*ст*хрон*
+: Бр*х*ст*хрон*
+: бр*х*ст*хр#$#

S:
Функция $f(\bar{x})=x_1^3-x_2x_3+x_2^2+x_3^2-2x_1+6x_2+2$ на множестве R^3 ...
-: не имеет стационарных точек
-: имеет одну стационарную точку
+: имеет одну стационарную точку
-: имеет бесконечное количество стационарных точек

I:
S:
Функция $f(x_1,x_2)=x_1^2-x_2^2$ на множестве R^2 имеет стационарную точку с координатами
+: (0,0)
-: (0,1)

-: (1,0)
-: (1,1)

I:
S:
Для функции $y = \varphi(x)$ задан график производной $P(x) = 1 - x^2$. Точка $x_0 = 1$ исходной функции $y = \varphi(x)$ является:

-: точкой минимума
+: точкой максимума
-: нестационарной точкой
-: точкой перегиба

V1: Производные функций
I:
S:
Для функции $y = \varphi(x)$ задан график производной $P(x) = x^2 - 1$. Тангенс угла наклона функции $y = \varphi(x)$ с положительным направлением оси Ox в точке $x_0 = 0$ равен:
-: 0
+: -1
-: 1
-: не существует

I:
S:
Для функции $y = \varphi(x)$ задан график производной $P(x) = x^2 - 1$. Тангенс угла наклона функции $y = \varphi(x)$ с положительным направлением оси Ox в точке $x_0 = -1$ равен:
+: 0
-: -1
-:
-: не существует

I:
S:
Для функции $y = \varphi(x)$ задан график производной $P(x) = x - 1$. Тангенс угла наклона функции $y = \varphi(x)$ с положительным направлением оси Ox в точке $x_0 = 1$ равен:
+: 0
-: -1
-: 1
-: не существует

I:
S:
Для функции $y = \varphi(x)$ задан график производной $P(x) = 1 - x^2$. Точка $x_0 = 1$ исходной функции $y = \varphi(x)$ является:
-: точкой минимума

+: точкой максимума
-: нестационарной точкой
-: точкой перегиба

I:
S:
Для функции $y = \varphi(x)$ задан график производной $P(x) = 1 - x^2$. Точка $x_0 = 0$ исходной функции $y = \varphi(x)$ является:
-: точкой минимума
-: точкой максимума
+: нестационарной точкой
-: точкой перегиба

I:
S:
Пусть функция $f(x, y)$ определена и имеет непрерывные частные производные второго порядка в некоторой окрестности точки (x_0, y_0) и пусть (x_0, y_0) является стационарной точкой.

Тогда, если в точке (x_0, y_0)

$(f''_{xx} \cdot f''_{yy} - f_{xy})^2 > 0$

+: то она является точкой максимума, если в ней $f''_{xx} < 0$ $(f''_{yy} < 0)$
-: то она является точкой минимума если в ней $f''_{xx} < 0$ $(f''_{yy} < 0)$
-: то экстремума в точке (x_0, y_0) нет
-: то она является точкой максимума, если $f''_{xx} > 0$ $(f''_{yy} > 0)$

I:
S:
Функция $f(x_1, x_2) = x_1^2 - x_2^2$ на множестве R^2 имеет стационарную точку с координатами
+: (0,0)
-: (0,1)
-: (1,0)
-: (1,1)

I:
S:
Функция $f(x_1, x_2) = (1 - x_1)^2 + 10(x_2 - x_1^2)^2$ на множестве R^2 имеет стационарную точку с координатами
-: (0,0)
-: (0,1)

-: (1,0)
+: (1,1)

I:
S:
Для функции $y=\varphi(x)$ задан график производной $P(x)=1-x$. Тангенс угла наклона функции $y=\varphi(x)$ с положительным направлением оси Ox в точке $x_0=0$ равен:
-: 0
-: -1
+: 1
-: не существует

I:
S: Функция ограничена, абсолютный максимум достигается, минимум — нет:
-: $f=\sin x, x\in R$
+: $f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}, x\in R$
-: $f(x)=arctgx, x\in R$
-: $f(x)=(arctg x)^3, x\in R$

I:
S: Функция ограничена, но абсолютные максимум и минимум не достигаются:
-: $f=\sin x, x\in R$
-: $f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}, x\in R$
+: $f(x)=arctgx, x\in R$
+: $f(x)=(arctg x)^3, x\in R$

I:
S: Имеется бесконечное число локальных максимумов, но нет ни одного локального минимума:
-: $f(x)=\operatorname{arctg} x\cdot\sin x, \quad x\in R$
-: $f(x_1,x_2)=x_1^2-x_2^2+2\cdot e^{-x_1^2}, \quad x\in R_2$
+: $f(x_1,x_2)=\sin x_2-x_1^2, \quad x\in R_2$
-: $f(x_1,x_2)=(x_1-x_2^2)\cdot(x_1-3x_2^2), \quad x\in R_2$

I:
S:
Для функции $y=\varphi(x)$ задан график производной $P(x)=1-x^2$. Экстремальными точками для функции $y=\varphi(x)$ являются:
+: x = -1 и x = 1
-: только x = -1

-: только x = 1
-: только x = 0

I:
S:
Дана функция $f(x)=\dfrac{1}{1+x^2}, \quad x\in R$
+: Функция ограничена, абсолютный максимум достигается, минимума нет
-: Абсолютный максимум и минимум достигаются в бесконечном числе точек
-: Функция ограничена, но абсолютные минимум и максимум не достигаются
-: Функция ограничена, имеет критические точки, но абсолютные минимум и максимум не достигаются

I:
S:
Дана функция $f(x)=\operatorname{arctg} x, \quad x\in R$
-: Функция ограничена, абсолютный максимум достигается, минимума нет
-: Абсолютный максимум и минимум достигаются в бесконечном числе точек
+: Функция ограничена, но абсолютные минимум и максимум не достигаются
-: Функция ограничена, имеет критические точки, но абсолютные минимум и максимум не достигаются

V1: Изопериметрические задачи
I:
S: Максимумы и минимумы функции называются ее ###.
+: *кстремум#$#

I:
S: Решением задачи о брахистохроне является дуга ### с горизонтальным основанием, имеющая вертикальню касательную в точке начала спуска.
+: циклоиды
-: кардиоиды
-: параболы
-: окружности

I:
S:
Наибольшее значение произведения $xyzt$ неотрицательных чисел x, y, z, t при условии, что их сумма сохраняет постоянную величину $x+y+z+t=4$ равно
-: 256
+: 1
-: 16
-: 1/16

I:
S:
Наибольшее значение произведения $xyzt$ неотрицательных чисел x, y, z, t при условии, что их сумма сохраняет постоянную величину $x+y+z+t=16$ равно
+: 256

-: 1
-: 16
-: 1/16

I:
S:
Задача

$$f(\vec{x}) = -4x_1^2 - 4x_1 - x_2^2 + 8x_2 - 5 \to \text{extr}$$

$$g_1(\vec{x}) = 2x_1 - x_2 - 6 = 0$$

-: имеет условный минимум и условный максимум
-: имеет только условный минимум
+: имеет только условный максимум
-: не имеет ни условного минимума, ни условного максимума

I:
S:
Задача

$$f(\vec{x}) = (x_1 + 4)^2 + (x_2 - 4)^2 + 1 \to \text{extr}$$

$$g_1(\vec{x}) = 2x_1 - x_2 - 2 = 0, \quad g_2(\vec{x}) = -x_1 \le 0, \quad g_3(\vec{x}) = -x_2 \le 0$$

-: имеет условный минимум и условный максимум
+: имеет только условный минимум
-: имеет только условный максимум
-: не имеет ни условного минимума, ни условного максимума

I:
S: Пусть x1 и x2 - точки золотого сечения отрезка [1, 5], тогда
-: $x_1 = 5 - x_2$; $x_2 = 6 - x_1$
+: $x_1 = 6 - x_2$; $x_2 = 6 - x_1$
-: $x_1 = 5 - x_2$; $x_2 = 5 - x_1$
-: $x_1 = 5 - x_2$; $x_2 = 5 - x_1$

I:
S: Пусть x1 и x2 - точки золотого сечения отрезка [-1, 6], тогда
-: $x_1 = 6 - x_2$; $x_2 = 5 - x_1$
+: $x_1 = 5 - x_2$; $x_2 = 5 - x_1$
-: $x_1 = 6 - x_2$; $x_2 = 6 - x_1$
-: $x_1 = 5 - x_2$; $x_2 = 6 - x_1$

I:
S: Пусть x1 и x2 осуществляют золотое сечение отрезка [0, 1]. Тогда длина $[0,x_2]$ равна
-: $\frac{\sqrt{3}-1}{2}$

-: -1/2
+: 1/2
-: $\frac{\sqrt{3}+1}{4}$

I:
S: Пусть x_1 и x_2 осуществляют золотое сечение отрезка [0, 2]. Тогда длина [0,x_2] равна
-: $\sqrt{3}-1$
-: 1
+: $\sqrt{5}-1$
-: $\frac{\sqrt{3}+1}{2}$

V1: Оптимизация в геометрии и механике
I:
S: Высота конуса наибольшего объема, который можно вписать в шар радиуса R=3 равна:
-: 2
-: 3
+: 4
-: 6

I:
S: Высота конуса наибольшего объема, который можно вписать в шар радиуса R=1.5 равна:
-: 2
+: 3
-: 4
-: 6

I:
S:
Высота цилиндра с наибольшим объемом, вписанного в шар радиуса $R=\sqrt{3}$, равна:
+: 2
-: 1
-: 1,5
-: 2,5

I:
S:
Высота цилиндра с наибольшим объемом, вписанного в шар радиусом $R=2\sqrt{3}$, равна:
-: 5
-: 3
-: 2
+: 4

I:

S:
Путь, пройденный телом, брошенным вертикально вверх с начальной скоростью v_0 определяется из равенства $S = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$. Высота наибольшего подъема при $g = 10$ и $v_0 = 30$ равна:
-: 15
-: 30
+: 45
-: 60

I:
S:
Путь, пройденный телом, брошенным вертикально вверх с начальной скоростью v_0 определяется из равенства $S = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$. Высота наибольшего подъема при $g = 10$ и $v_0 = 40$ равна:
-: 40
-: 60
-: 100
+: 80

I:
S:
Максимальная площадь прямоугольника, вписанного в круг $x^2 + y^2 = 2$ равна
-: $\sqrt{2}$
-: 2
-: 4
+:
$2\sqrt{2}$

I:
S:
Кратчайшее расстояние от точки $A(1,0)$ до эллипса $4x^2 + 9y^2 = 36$ равно
-: $4\sqrt{5}$
+: $\frac{4}{\sqrt{5}}$
-: $\frac{\sqrt{5}}{4}$
-: $\sqrt{5} + 4$

I:

S:
Максимальная площадь прямоугольника, вписанного в круг $x^2+y^2=1$ равна
+: $\sqrt{2}$
-: 2
-: 4
-
: $2\sqrt{2}$

I:
S:
Максимальная площадь прямоугольника, вписанного в круг $x^2+y^2=4$ равна
-
:
$\sqrt{2}$
-: 2
-: 4
+:
$2\sqrt{2}$

I:
S:
Максимальная площадь прямоугольника, вписанного в круг $x^2+y^2=8$ равна
-: $\sqrt{2}$
-: 2
+: 4
-
: $2\sqrt{2}$

I:
S:
Максимальная площадь прямоугольника, вписанного в круг $x^2+y^2=2$ равна
-: $\sqrt{2}$
-: 2
-: 4
+:
$2\sqrt{2}$

I:
S:
Кратчайшее расстояние от точки $A(1,0)$ до эллипса $4x^2+9y^2=36$ равно
-: $4\sqrt{5}$
+: $\dfrac{4}{\sqrt{5}}$
-: $\dfrac{\sqrt{5}}{4}$

-: $\sqrt{5}+4$

I:
S:
На функции $y_0(x)$ достигается слабый ### если $V[y] \geq V[y_0]$ для всякого $y \in Y$ из окрестности y_0 в метрике пространства
$$C^{(1)}[a,b]: \max_{x\in[a,b]}|y(x)-y_0(x)|+\max_{x\in[a,b]}|y'(x)-y_0'(x)| \leq r, r>0.$$
+: миним#$#
+: Миним#$#

I:
S:
Величина δy, равная $y(x)-y_0(x)$, $y(x), y_0(x) \in M$ называется ### аргумента $y(x)$ функционала $J[y(x)]$.
+: приращением
+: Приращением
+: *р*р*щен#$#

V1: Линейное программирование
I:
S: Общей задачей линейного программирования называется задача, которая состоит в определении максимального (минимального) значения ### функции при заданных ограничениях.
+: целев#$#
+: Целев#$#

I:
S: Форма задачи линейного программирования может быть:
+: Общей
+: Стандартной (симметричной)
+: Канонической (основной)
-: Допустимой

I:
S: Чтобы перейти от одной формы записи задачи линейного программирования к другой, нужно уметь:
+: сводить задачу минимизации функции к задаче максимизации
+: переходить от ограничений-неравенств к ограничениям-равенствам и наоборот
+: заменять переменные, которые не подчинены условию неотрицательности
-: находить оптимальный план в любой форме

I:
S: Множество называется ###, если вместе с любыми двумя своими точками оно содержит и их произвольную выпуклую линейную комбинацию.
+: выпуклым
+: *ыпукл#$#

I:
S: Точка X выпуклого множества называется ###, если она не может быть представлена в виде выпуклой линейной комбинации каких-нибудь двух других различных точек данного множества.
+: угловой
+: *глов#$#

I:
S: Общей задачей линейного программирования называется задача, которая состоит в определении максимального (минимального) значения целевой функции при заданных ###.
+: ограничениях
+: Ограничениях
+: огран*чен#$#
+: Огран*чен#$#

I:
S: Установить соответствие между названием раздела математического программирования и классом решаемых в нем задач.
1: Линейное программирование
2: Нелинейное программирование
3: Выпуклое программирование
4: Квадратичное программирование
5: Многоэкстремальные задачи
6: Целочисленное программирование
1: целевая функция линейна, а множество, на котором ищется экстремум целевой функции, задается системой линейных равенств и неравенств.
2: целевая функция и ограничения нелинейны.
3: целевая функция выпукла (если рассматривается задача ее минимизации) и выпукло множество, на котором решается экстремальная задача.
4: целевая функция квадратична, а ограничениями являются линейные равенства и неравенства.
5: специализированные классы задач, часто встречающихся в приложениях, например, задачи о минимизации на выпуклом множестве вогнутых функций.
6: на переменные накладываются условия целочисленности.

I:
S: Столбец и строку, на пересечении которых находится разрешающий элемент, называют ###.
+: *аправляющ#$#

I:
S: ### называется такая последовательность клеток таблицы транспортной задачи (i1,j1), (i1,j2), (i2,j2), ... , (ik,j1), в которой две и только две соседние клетки расположены в одной клетке или столбце, причем первая и последняя клетки также находятся в одной строке или столбце.
+: Цикл
+: Циклом
+: цикл
+: циклом
+: ц*кл
+: ц*клом
+: Ц*кл
+: Ц*клом

I:

S: План X=(x[1]*,x[2]*,…,x[n]*), при котором целевая функция задачи линейного программирования принимает свое максимальное (минимальное) значение, называется ###.
+: оптимальным
+: *птимальн#$#

I:
S: План X=(x[1],x[2],…,x[n]) называется ### планом основной задачи линейного программирования, если система векторов Pj, входящих в разложение x[1]*P[1]+x[2]*P[2]+…x[n]*P[n] с положительными коэффициентами x[j] линейно независима.
+: опорным
+: *порн#$#

I:
S: Чтобы перейти от одной формы записи задачи линейного программирования к другой, нужно уметь:
+: сводить задачу минимизации функции к задаче максимизации
+: переходить от ограничений-неравенств к ограничениям-равенствам и наоборот
+: заменять переменные, которые не подчинены условию неотрицательности
-: находить оптимальный план в любой форме

I:
S: Множество называется ###, если вместе с любыми двумя своими точками оно содержит и их произвольную выпуклую линейную комбинацию.
+: выпуклым
+: *ыпукл#$#

I:
S: Опорный план транспортной задачи можно найти:
+: Методом северо-западного угла
+: Методом наименьшего элемента
-: Методом Ньютона
-: Вариационными методами

V1: Расстояние между кривыми

S:
Расстояние между кривыми $y=x$ и $y=x^2$ на отрезке $[0,1]$ равно
-: 0
-: 1/2
+: 1/4
-: 1

I:
S:
Расстояние между кривыми $f(x)=xe^{-x}$ и $f_1(x)\equiv 0$ на отрезке $[0,2]$ равно
-: e
+: 1/e
-: 1
-: 0

I:

S:

Расстояние между кривыми $f(x) = \sin 2x$ и $f_1(x) = \sin x$ на отрезке $[0, \frac{\pi}{2}]$ равно

+: 1
-: 0
-: 0,5
-: 0,25

I:
S:
Расстояние между кривыми $f(x) = x$ и $f_1(x) = \ln x$ равно
-: e
+: 0
-: e-1
-: e+1

I:
S:
Расстояние первого порядка между кривыми $f(x) = \ln x$ и $f_1(x) = x$ на отрезке $[\frac{1}{e}, e]$ равно
-: 0
-: e
+: e-1
-: e+1

I:
S:
Расстояние второго порядка между кривыми $f(x) = x$ и $f_1(x) = -\cos x$ на отрезке $[0, \frac{\pi}{3}]$ равно
+: $\frac{2\pi + 3}{6}$
-: $\frac{\pi + 3}{4}$
-: $\frac{\pi}{3}$
-: $\frac{\pi}{4}$

I:
S:
Расстояние 1000-го порядка между кривыми $f(x) = e^x$ и $f_1(x) = x$ на отрезке $[0,1]$ равно
-: 0
+: e

-: e-1
-: e+1

I:
S:
Говорят, что кривые $y = y(x)$ и $y = y_1(x)$, заданные на отрезке $[a,b]$ близки в смысле близости нулевого порядка, если
-: $\exists x_0 : y(x_0) = y_1(x_0)$, $x_0 \in [a,b]$
-: $y(a) = y_1(b) = 0$
-: $y(0) = y_1(0)$
+: разность $|y(x) - y_1(x)|$ мала на $[a,b]$

I:
S:
Говорят, что кривые $y = y(x)$ и $y = y_1(x)$, заданные на отрезке $[a,b]$ близки в смысле близости первого порядка, если
-: $\exists x_0 : y'(x_0) = y_1'(x_0)$, $x_0 \in [a,b]$
-: $y'(x) = y_1(x)$
-: $y(0) = y_1(0)$ и $y'(0) = y_1'(0)$
+: разности $|y(x) - y_1(x)|$ и $|y'(x) - y_1'(x)|$ малы на $[a,b]$

I:
S:
Говорят, что кривые $y = y(x)$ и $y = y_1(x)$, заданные на отрезке $[a,b]$ близки в смысле близости k-порядка, если
-: $\exists x_0 : y^{(k)}(x_0) = y^{(k)}{}_1(x_0)$, $x_0 \in [a,b]$
-: $y^{(k)}(x) = y_1{}^{(k)}(x)$
-: $y(0) = y_1(0)$, $y'(0) = y_1'(0)$ и $y^{(k)}(0) = y_1{}^{(k)}(0)$
+: разности $|y(x) - y_1(x)|$, $|y'(x) - y_1'(x)|$ и $|y^{(k)}(x) - y_1{}^{(k)}(x)|$ малы на $[a,b]$

I:
S:
Порядок близости кривых $y(x) = \frac{\sin n^2 x}{n^2}$ и $y_1(x) \equiv 0$ на $[0,\pi]$ (при n – достаточно большом)
+: 0
-: 1
-: 1
-: не являются близкими

I:
S:
Порядок близости кривых $y(x)=\frac{\sin nx}{n^2}$ и $y_1(x)\equiv 0$ на $[0,\pi]$ (при n – достаточно большом)
-: 0
+: 1
-: любой порядок
-: любой порядок

I:
S:
Порядок близости кривых $y(x)=\frac{\cos nx}{n^2+1}$ и $y_1(x)\equiv 0$ на $[0,2\pi]$ (при n – достаточно большом)
-: 0
+: 1
-: любой порядок
-: не являются близкими

I:
S:
Порядок близости кривых $y(x)=\frac{\sin x}{n}$ и $y_1(x)\equiv 0$ на $[0,1]$ (при n – достаточно большом)
-: 0
-: 1
+: любой порядок
-: не являются близкими

I:
S:
Расстоянием между кривыми $y=f(x)$ и $y=f_1(x)$ $(a\le x\le b)$ называется
-: $\rho=\rho[f_1(x),f(x)]=\max\limits_{a\le x\le b}(f_1(x)-f(x)),\quad \rho>0.$
-: $\rho=\rho[f_1(x),f(x)]=\max\limits_{a\le x\le b}(|f_1(x)|-|f(x)|),\quad \rho\ge 0.$
-: $\rho=\rho[f_1(x),f(x)]=\max\limits_{a\le x\le b}|f_1'(x)-f'(x)|,\quad \rho>0.$
+: $\rho=\rho[f_1(x),f(x)]=\max\limits_{a\le x\le b}|f_1(x)-f(x)|,\quad \rho\ge 0.$

I:
S:
Наибольший из максимумов величин
$|f_1(x)-f(x)|,\ |f_1'(x)-f'(x)|,\dots,|f_1^{(n)}(x)-f^{(n)}(x)|$ на отрезке $[a,b]$ называется

-: ε-окрестностью кривой $y = f(x)$ n-порядка

-: сильным относительным максимумом функционала $J[f_1, f]$

-

: абсолютным экстремумом функционала $J[f_1, f]$

+:

расстоянием n-го порядка между кривыми $y = f(x)$ и $y = f_1(x)$

I:

S:

Расстоянием первого порядка между кривыми $y = f(x)$ и $y = f_1(x)$ $(a \le x \le b)$ называется

+: $\rho_1 = \rho_1[f_1(x), f(x)] = \max\left(\max\limits_{a\le x\le b}|f_1(x) - f(x)|,\quad \max\limits_{a\le x\le b}|f_1'(x) - f'(x)|\right), \rho \ge 0.$

-: $\rho = \rho[f_1(x), f(x)] = \max\limits_{a\le x\le b}\left(|f_1'(x)| - |f'(x)|\right),\quad \rho \ge 0.$

-: $\rho = \rho[f_1(x), f(x)] = \max\limits_{a\le x\le b}|f_1'(x) - f'(x)|,\quad \rho > 0.$

-: $\rho_1 = \rho_1[f_1(x), f(x)] = \max\left(\max\limits_{a\le x\le b}|f_1(x) - f(x)|,\quad \max\limits_{a\le x\le b}|f_1'(x) - f'(x)|\right), \rho > 0.$

I:

S:

Расстоянием n-порядка между кривыми $y = f(x)$ и $y = f_1(x)$ $(a \le x \le b)$ называется

+: $\rho_n = \rho_n[f_1(x), f(x)] = \max\limits_{0\le k\le n}\max\limits_{a\le x\le b}\left|f_1^{(k)}(x) - f^{(k)}(x)\right|, \rho_n \ge 0$

-: $\rho = \rho[f_1(x), f(x)] = \max\limits_{a\le x\le b}\left(f_1^{(n)}(x) - f^{(n)}(x)\right),\quad \rho \ge 0.$

-: $\rho = \rho[f_1(x), f(x)] = \max\limits_{a\le x\le b}\left(f_1^{(n)}(x) - f^{(n)}(x)\right),\quad \rho > 0.$

Критерии формирования оценок по тестовым заданиям

(5 балла) – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы. Выполнено 91- 100 % предложенных тестовых вопросов;

(4 балла) – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 70 –90 % от общего объема заданных тестовых вопросов;

(3 балла) – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 50 –69% от общего объема заданных тестовых вопросов;

(2 балл) – получают обучающиеся правильным количеством ответов на тестовые вопросы – менее 40-49 % от общего объема заданных тестовых вопросов;

(1 балл) – получают обучающиеся правильным количеством ответов на тестовые вопросы – менее 30-39 % от общего объема заданных тестовых вопросов;

(0 балл) – получают обучающиеся правильным количеством ответов на тестовые вопросы – менее 0-29 % от общего объема заданных тестовых вопросов.

Полный перечень вопросов, выносимых на экзамен (контролируемая компетенция ОПК-3)

1. Задача о брахистохроне.
2. Связь между принципом максимума и классическим вариационным исчислением.
3. Свойства выпуклых функций на выпуклых множествах.
4. Задача оптимального управления с подвижными концами.
5. Основная задача линейного программирования.
6. Принцип максимума Понтрягина для задач с закрепленными концами.
7. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования.
8. Общая формулировка задачи оптимального управления.
9. Теорема Куна -Таккера. Двойственная задача.
10. Принцип максимума Понтрягина в задачах оптимального управления.
11. Необходимое и достаточное условие оптимальности в случае дифференцируемых функций.
12. Вариационные задачи с подвижными границами.
13. Симплексный метод. Определение опорного и оптимального планов.
14. Условный экстремум функционала.
15. Метод искусственного базиса.
16. Достаточные условия экстремума функционала.
17. Модифицированный симплексный метод.
18. Поле экстремалей.
19. Транспортная задача.
20. Уравнение Эйлера.
21. Нахождение опорного плана методом северо-западного угла и методом минимального элемента.
22. Вариация функционала и ее свойства.
23. Экономическая и геометрическая интерпретация задач нелинейного программирования.
24. Условия экстремума в задачах нелинейного программирования.
25. Метод множителей Лагранжа.
26. Выпуклые функции и опорные функционалы.
27. Методы минимизации функций одной переменной.
28. Выпуклые множества и конусы.
29. Поиск отрезка, содержащего точку минимума.
30. Методы оптимизации при наличии ограничений.
31. Метод Фибоначчи.
32. Метод Ньютона и модифицированный метод Ньютона.
33. Метод золотого сечения.
34. Методы безусловной минимизации, использующие вторые производные функции.
35. Многоэкстремальные задачи.
36. Метод сопряженных направлений.
37. Методы минимизации функций многих переменных.
38. Задача о геодезических линиях.
39. Изопериметрическая задача.
40. Метод градиентного спуска.
41. Метод наискорейшего спуска.
42. Теорема отделимости
43. Уравнение Эйлера –Пуассона.
44. Метод ломанных и касательных.
45. Принцип максимума Понтрягина.
46. Численные методы минимизации функций одной переменной.
47. Нахождение экстремалей функционалов.
48. Методы приближенного решения задач оптимального управления.
49. Целочисленные задачи линейного программирования.

50. Градиентные методы решения задач нелинейного программирования.
51. Метод Гомори.
52. Метод штрафных и барьерных функций.
53. Методы минимизации функций одной переменной.
54. Геометрическая интерпретация задачи линейного программирования.
55. Свойства выпуклых функций на выпуклых множествах.
56. Вариационные задачи с подвижными концами.
57. Свойства выпуклых функций на выпуклых множествах.
58. Вариационные задачи с подвижными концами.
59. Метод сопряженных направлений и метод Ньютона.
60. Транспортная задача.