

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ОПОП

 М.С. Нирова

«12» апреля 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ)
ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

«АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ЧИСЕЛ»

Программа специалитета

01.05.01 Фундаментальная математика и механика
(код и наименование программы специалитета)

Направленность (профиль)

Фундаментальная математика
(наименование направленности (профиля))

Квалификация (степень) выпускника

специалист

Форма обучения

очная

НАЛЬЧИК 2023г.

СОДЕРЖАНИЕ

1.	Перечень компетенций и этапы их формирования	3
2.	Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы	5
3.	Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности	6
4.	Вопросы для зачета по дисциплине	15

1. Перечень компетенций и этапы их формирования

Карта компетенции

Шифр и название компетенций:

ПКС – 1. Умение ясно и понятно представлять математические знания с учетом уровня аудитории.

ПКС – 4. Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках.

Индикаторы достижения компетенции ПКС – 1:

ПКС-1.2. Способен формулировать математические знания с учетом уровня слушателей.

Индикаторы достижения компетенции ПКС – 4:

ПКС-4.1. Способен решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики.

Общая характеристика компетенции

Тип компетенции: профессиональная компетенция выпускника образовательной программы по направлению подготовки высшего образования 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, уровень ВО - специалитет.

1.1. Этапы формирования компетенций и средства оценивания

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины	Индикаторы достижений	Основные показатели оценки результатов обучения	Вид оценочного средства
ПКС-1 Умение ясно и понятно представлять математические знания с учетом уровня аудитории	ПКС-1.2. Способен формулировать математические знания с учетом уровня слушателей	Знать: - фундаментальные понятия, соответствующие базовым разделам математики; - формулировки утверждений и методы их доказательства; - математические способы доказательств.	Оценочные материалы для контрольной работы Типовые тестовые задания Оценочные материалы для проведения коллоквиума Типовые оценочные материалы к зачету
		Уметь: - доказывать фундаментальные математические утверждения; - проводить доказательства математических утверждений; - использовать математический аппарат в своей профессиональной деятельности.	

		Владеть: - базовыми знаниями в области математики, навыками сбора и работы с математическими источниками информации; - аппаратом профильных предметных областей, методами доказательства утверждений; - способностью сформулировать результат и увидеть следствия этого результата.	
ПКС-4 Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках	ПКС-4.1. Способен решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики	Знать основные задачи и области применения методов математического моделирования	Оценочные материалы для контрольной работы Типовые тестовые задания Оценочные материалы для проведения коллоквиума Типовые оценочные материалы к зачету
		Уметь ставить задачи исследования и оптимизации сложных объектов на основе методов математического моделирования	
		Владеть навыками применения математического аппарата к исследуемым моделям	

1.2. Критерии формирования оценок на различных этапах их формирования

Текущий и рубежный контроль

Этап (уровень)	Первый этап (уровень)	Второй этап (уровень)	Третий этап (уровень)
Баллы	36-50 баллов	51-60 баллов	61-70 баллов
Характеристика	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение домашнего задания. Частичное выполнение заданий контрольных работ, тестовых заданий на оценку «удовлетворительно».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение домашнего задания. Выполнение заданий на коллоквиуме на оценку «хорошо».	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение домашнего задания, заданий контрольных работ. Выполнение заданий на коллоквиуме на оценку «отлично».

На первом (начальном) этапе формирования компетенции формируются знания, умения и навыки, составляющие базовую основу компетенции, без которой невозможно ее дальнейшее развитие. Обучающийся воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу.

На втором (основном) этапе формирования компетенции приобретает опыт деятельности, когда отдельные компоненты компетенции начинают «работать» в комплексе и происходит выработка индивидуального алгоритма продуктивных действий, направленных на достижение поставленной цели.

На этом этапе обучающийся осваивает аналитические действия с предметными знаниями по конкретной дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя координирование хода работы, переносит знания и умения на новые условия.

Третий (завершающий) этап – это овладение компетенцией. Обучающийся способен использовать знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях. По результатам этого этапа обучающийся демонстрирует итоговый уровень сформированности компетенции.

Промежуточная аттестация

Семестр	Шкала оценивания	
	Незачтено (36-60)	Зачтено (61-70)
8	Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачёте не ответил ни на один вопрос.	Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете представил полный ответ на один вопросы частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете дал полный ответ на один вопросы частично ответил на оба вопроса. Студенту, имеющему 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, выставляется отметка «зачтено» без сдачи зачёта.

2. Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Перечень оценочных средств

№	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1.	Коллоквиум	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2.	Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
3.	Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или	Комплект контрольных заданий по

		разделу	вариантам
--	--	---------	-----------

3. Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности

3.1. Вопросы для коллоквиумов

Вопросы для оценки компетенций «ПКС-1», «ПКС-4»:

Тема 1. Алгебраические расширения

1. Введение. Предмет алгебраической теории чисел.
2. Конечные расширения. Теорема о степенях конечных расширений.
3. Алгебраические расширения и их свойства
4. Минимальный член алгебраического элемента и его свойства. Прimitивный элемент алгебраического расширения.

Тема 2. Норма алгебраического элемента; разложимые формы

5. Характеристический многочлен алгебраического элемента; связь с минимальным многочленом
6. Норма и след элемента алгебраического расширения
7. Разложимые формы. Целочисленная эквивалентность форм. Пример разложимой формы.
8. Теорема о разложимой форме.
9. Построение разложимых форм.
10. Теорема о неприводимой разложимой форме.

Тема 3. Модули и порядки в алгебраических числовых полях

11. Модули в поле алгебраических чисел; связь с разложимыми формами.
12. Базис модуля. Теорема о базисе Абелевой группы.
13. Подгруппы модуля в поле алгебраических чисел.
14. Кольца множителей полного модуля.
15. Порядки в алгебраических числовых полях.
16. Максимальный порядок поля алгебраических чисел.
17. Единицы алгебраического числового поля. Критерий единицы.
18. Ассоциированность чисел из полного модуля. Теорема о конечности числа попарно неассоциированных чисел заданной нормы

Критерии формирования оценок по контрольным точкам (коллоквиум)

«отличный (высокий) уровень компетенции» (5 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 100%;

«хороший (нормальный) уровень компетенции» (4 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 70%;

«удовлетворительный (минимальный, пороговый) уровень компетенции» (3 балла) – ставится в случае, когда обучающийся затрудняется с правильной формулировкой теоретического материала, дает неполный ответ, демонстрирует знание теоретического материала на 50%;

«неудовлетворительный (ниже порогового) уровень компетенции» (2 и менее баллов) – ставится в случае, когда обучающийся дает неверную формулировкой теоретического материала, дает неверный ответ, демонстрирует незнание теоретического материала или знание материала менее чем на 40%.

3.2. Оценочные материалы для контрольной работы: контролируемая компетенция ПКС-1, ПКС-4.

Вариант 1

1. След элемента алгебраического расширения и его свойства.
2. Выяснить, является ли число $\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$ алгебраическим.
3. Теорема о единицах порядка поля алгебраических чисел.
4. Найти примитивный элемент θ расширения $Q(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ и выразить $\sqrt{2}$ через θ .

Вариант 2

1. Выразить через примитивный элемент расширения $Q(\sqrt{2}, \sqrt{3})$ каждое из чисел $\sqrt{2}$ и $\sqrt{3}$.
2. Найти взаимный базис для базиса $3 + \sqrt{2}, 2\sqrt{2}$ поля $Q(\sqrt{2})$.
3. В расширении $Q(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3})$ найти элемент $(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3})^{-1}$.

Вариант 3

1. Найти примитивный элемент поля $Q(3, \sqrt{2} + 1)$ и выразить через него число $3\sqrt{2} + 4$.
2. В расширении, полученном присоединением корня θ многочлена $f(x) = x^2 - x + 1$, найти α^{-1} , если $\alpha = 1 + 2\theta$.
3. Найти дискриминант базиса $1, \omega$ поля $Q(\omega)$, где $\omega^2 - 2\omega + 6 = 0$ и ω лежит в верхней полуплоскости.

Вариант 4

1. В расширении $Q(\theta)$, где $\theta = \sqrt[3]{2}$ найти α^{-1} , где $\alpha = 1 - 2\theta + \theta^2$.
2. Вычислить дискриминант порядка $\{1, 2\sqrt{2}\}$ поля $Q(\sqrt{2})$.
3. Найти взаимный базис для базиса $1, 5\sqrt{6}$ поля $Q(\sqrt{6})$.

Вариант 5

1. Найти норму модуля $M = \{1, \sqrt{41}\}$ в поле $Q(\sqrt{41})$.
2. Найти кольцо множителей модуля $M = \{1, \frac{\sqrt{2}}{4}\}$ в поле $Q(\sqrt{2})$.
3. Найти фундаментальный базис и дискриминант поля $Q(\sqrt[3]{2})$.

Критерии формирования оценок по контрольным точкам (контрольные работы)

5 баллов - правильно выполнены все задания, продемонстрирован высокий уровень владения материалом, проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

4 балла - правильно выполнена большая часть заданий, присутствуют незначительные ошибки, продемонстрирован хороший уровень владения материалом, проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

2 балла - задания выполнены менее чем наполовину, продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом, проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

1 балл - дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса существенными ошибками в определениях.

0 баллов - при полном несоответствии всем критериям и отсутствии ответа.

3.3. Типовые тестовые задания по дисциплине «Алгебраическая теория чисел» (контролируемые компетенции ПКС-1, ПКС-4):

V1: top

V2: Алгебраическая теория чисел

V3: НОД и НОК чисел

I: -

S: НОД($2^2 * 3^3 * 7 * 11^2, 2^3 * 3^2 * 5 * 11$) равен:

+: $2^2 * 3^2 * 11$

-: $2^3 * 3^2 * 5 * 7 * 11^2$

-: $2^2 * 3^2 * 5 * 7 * 11$

-: $2^3 * 3^2 * 5 * 7$

I: -

S: НОД($2^6 * 3^2 * 5 * 11, 3^3 * 5^2 * 7$) равен:

+: $3^2 * 5$

-: $2^6 * 3^2 * 5 * 7 * 11$

-: $2^6 * 3^2 * 5$

-: $2^6 * 3^3 * 5^2 * 7 * 11$

I: -

S: НОД($2^7 * 3^5 * 7, 2^3 * 3^2 * 7 * 11^2$) равен:

+: $2^3 * 3^2 * 7$

-: $2^3 * 3^2 * 7 * 11^2$

-: $2^7 * 3^5 * 7 * 11^2$

-: $2^7 * 3^5 * 7$

I: -

S: НОК(231,68,2) равно:

+: $231 * 68$

-: 68

-: $231 * 68 * 2$

-: 136

I: -

S: НОК(216,38,2) равно:

+: $216 * 19$

-: $216 * 2$

-: $216 * 38 * 2$

-: $216 * 38$

I: -

S: НОК(231,68,1) равно:

+: $231 * 68$

∴ 231

∴ 231

∴ 1

l: -

S: НОК($2^2 * 3^3 * 7 * 11^2, 2^3 * 3^2 * 5 * 11$) равно:

∴ $2^3 * 3^3 * 5 * 7 * 11^2$

∴ $2^2 * 3^3 * 5^2 * 7 * 11$

∴ $2^2 * 3^2 * 11$

∴ $2^3 * 3^2 * 5 * 7 * 11$

l: -

S: НОК($2^3 * 3^2 * 5 * 11, 2^5 * 3 * 5 * 7$) равно:

∴ $2^5 * 3^2 * 5 * 7 * 11$

∴ $2^5 * 3^2 * 5 * 7$

∴ $2^3 * 3 * 5$

∴ $2^3 * 3 * 5 * 7 * 11$

l: -

S: НОК($2^5 * 3 * 5^3 * 7^2, 2^4 * 3^2 * 5$) равно:

∴ $2^5 * 3^2 * 5^3 * 7^2$

∴ $2^4 * 3 * 5$

∴ $2^4 * 3^2 * 5$

∴ $2^5 * 3^2 * 5^3$

V1: top

V2: Взаимно простые числа

l: -

S: Парно взаимно простыми числами являются числа:

∴ 13; 15; 17

∴ 13; 15; 18

∴ 1; 15; 18

∴ 0; 15; 18

l: -

S: Парно взаимно простыми числами являются числа:

∴ 17, 19, 21

∴ 15, 17, 19, 21

∴ 0, 13, 19

∴ 1, 6, 9

l: -

S: Парно взаимно простыми числами являются числа:

∴ 1, 2, 5, 7

∴ 1, 6, 15

∴ 0, 2, 5, 7

∴ 0, 6, 15

l: -

S: Взаимно простыми числами являются числа:

∴ 27; 29

∴ 27; 18

∴ 3; 0

∴ 15; 18

I: -

S: Взаимно простыми числами являются числа:

+: 31; 2

-: 31; 62

-: 62; 4

-: 31; 0

I: -

S: Взаимно простыми числами являются числа:

+: 28; 29

-: 28; 21

-: 28; 0

-: 29; 0

V1: top

V2: Составные числа

I: -

S: Количество составных чисел на отрезке $[0; 10]$ равно:

+: 5

-: 4

-: 3

-: 2

I: -

S: Количество составных чисел на отрезке $[0; 11]$ равно:

+: 5

-: 6

-: 4

-: 3

I: -

S: Целое число p^a , где p - простое число, является составным при:

+: $a \geq 2$

-: $a = -1$

-: $a = 0$

-: $a = 1$

I: -

S: Количество составных чисел на отрезке $[0; 12]$ равно:

+: 6

-: 8

-: 7

-: 5

I: -

S: Для любого натурального числа $n \neq 1$ составным является число:

+: $n^3 + 1$

-: $n^3 + 2$

-: $n^3 + 3$

-: $n^3 + 5$

V1: top

V2: Связь НОК и НОД двух чисел

I: -

S: Если $b \mid a$, то $\text{НОК}(a,b)$ равно:

+: a

-: b

-: $\frac{a}{b}$

-: $a * b$

I: -

S: $\text{НОК}(n,n+1)$ равно:

+: $n(n+1)$

-: 1

-: $\frac{n(n+1)}{2}$

-: 2

I: -

S: $\text{НОК}(2^m, 2^n)$ при $m \leq n$ равно:

+: 2^n

-: 2^m

-: 2^{m+n}

-: 2^{m*n}

I: -

S: Если $\text{НОК}(a,b) = k$, то $\text{НОК}(ma, mb)$ равно:

+: mk

-: $ktab$

-: $km^2 ab$

-: $\frac{ab}{k} m$

V1: top

V2: Решето Эратосфена

I: -

S: Количество простых чисел, лежащих на отрезке $[0; 50]$ равно:

+: 15

-: 16

-: 14

-: 17

I: -

S: Количество простых чисел, лежащих на отрезке $[28; 70]$ равно:

+: 10

-: 9

-: 8

-: 11

S: Количество простых чисел, лежащих на отрезке $[1; 40]$ равно:

+: 12

-: 13

-: 14

-: 11

V1: top

V2: Алгоритм Евклида

I: -

S: НОД(184,69) равен:

+: 23

-: 1

-: 69

-: 3

I: -

S: НОД(259,119) равен:

+: 7

-: 2

-: 1

-: 17

I: -

S: НОД(314,450) равен:

+: 2

-: 1

-: 4

-: 3

V1: top

V2: Делимость чисел

I: -

S: Число $\frac{73}{27}$ разлагается в непрерывную дробь:

+: [2, 1, 2, 2, 1, 2]

-: [2, 1, 2, 2, 3]

-: [2, 1, 2, 5]

-: [2, 1, 2, 2, 1, 1]

I: -

S: Число $\frac{30}{73}$ разлагается в непрерывную дробь:

+: [0, 2, 2, 3, 4]

-: [1, 1, 2, 2, 3]

-: [1, 1, 2, 5]

-: [0, 2, 2, 3, 3]

I: -

S: Произведение $n(n+1)(n+2) \forall n \in \mathbb{N}$ делится на:

+: 6

-: 8

-: 12

-: 24

V1: top

V2: Деление с остатком

I: -

S: Возможными остатками при делении целых чисел a на 3 будут числа:

+: 0; 1; 2

-. 1; 2; 3

-. 0; 1; 2

-. -1; 0; 1

l: -

S: Если $b|a$, то остаток при делении числа a на число b равен:

+: 0

-. 1

-. b

-. $a - b$

V1: top

V2: Понятие наименьшего общего кратного

l: -

S: Если $b|a$, то:

+: $\text{НОК}(a, b) = a$

-. $\text{НОК}(a, b) = b$

-. $\text{НОК}(a, b) = ab$

-. $\text{НОК}(a, b) \neq a$

l: -

S: Если $\text{НОК}(a, b) = b$, то:

+: a не делит b

-. $b|a$

-. $a|b$

-. $a=b$

l: -

S: $\text{НОК}(a+1, a)$ равно:

+: $a^2 + a$

-. 1

-. a

-. $a+1$

l: -

S: $\text{НОК}(a, 1)$ равно:

+: a

-. 1

-. $a+1$

-. 0

l: -

S: Если $\text{НОК}(a, b, 1) = b$, то:

+: $a|b$

-. $b|a$

-. $a = b$

-. b не делится на a

V1: top

V2: Мультипликативность функции числа делителей

l: -

S: Значение $\tau(48 \cdot 15)$ для функции числа делителей равно:

+: 30

-: 40

-: 20

-: 15

I: -

S: Значение $\tau(24 \cdot 36)$ для функции числа делителей равно:

+: 24

-: 72

-: 144

-: 96

I: -

S: Значение $\tau(18 \cdot 45)$ для функции числа делителей равно:

+: 20

-: 12

-: 72

-: 36

V1: top

V2: Теорема о наивысшем показателе степени простого числа p , делящей $n!$

I: -

S: Число нулей, которыми оканчивается число $16!$, равно:

+: 3

-: 12

-: 6

-: 5

I: -

S: Число нулей, которыми оканчивается число $15!$, равно:

+: 3

-: 11

-: 6

-: 5

V1: top

V2: 2 точка

V3: Теорема о числах, кратных d и не превосходящих заданного числа.

I: -

Количество натуральных чисел, кратных 7 и не превосходящих числа $\sqrt{500}$,

S: равно:

+: 3

-: 2

-: 4

-: 71

I: -

S: Количество нечетных чисел, кратных 5 и не превосходящих числа 200 , равно:

+: 20

-: 40

-: 19

-: 21

I: -

S: Количество натуральных чисел, не превосходящих числа 200 и не кратных 3, равно:

+: 134

-: 66

-: 65

-: 133

V1: top

V2: Функция суммы делителей

I: -

S: Сумма нечетных делителей числа 360 равна:

+: 78

-: 1209

-: 30

-: 24

I: -

S: Сумма четных делителей числа 180 равна:

+: 234

-: 12

-: 117

-: 24

I: -

S: Сумма делителей числа 180 не кратных числу 3, равна:

+: 42

-: 84

-: 21

-: 63

Критерии формирования оценок по тестовым заданиям:

По итогам выполнения тестовых заданий оценка производится по пятибалльной шкале. При правильных ответах на:

- 89-100% заданий – «5» (баллов);
- 70-88% заданий – «4» (баллов);
- 50-69% заданий – «3» (балла);
- 30-49% заданий – «2» (балла);
- 10-29% заданий – «1» (балл);
- менее 10% заданий – «0» (баллов).

4. Вопросы для зачета по дисциплине «Алгебраическая теория чисел»

№	Вопрос	Код компетенции (согласно РПД)
1.	Конечные расширения. Теорема о степенях конечных расширений.	ПКС-1, ПКС-4
2.	Алгебраические расширения и их свойства	ПКС-1, ПКС-4
3.	Минимальный член алгебраического элемента и его свойства. Примитивный элемент алгебраического	ПКС-1, ПКС-4

	расширения.	
4.	Характеристический многочлен алгебраического элемента; связь с минимальным многочленом	ПКС-1, ПКС-4
5.	Норма и след элемента алгебраического расширения	ПКС-1, ПКС-4
6.	Разложимые формы. Целочисленная эквивалентность форм. Пример разложимой формы.	ПКС-1, ПКС-4
7.	Теорема о разложимой форме.	ПКС-1, ПКС-4
8.	Построение разложимых форм.	ПКС-1, ПКС-4
9.	Теорема о неприводимой разложимой форме.	ПКС-1, ПКС-4
10.	Модули в поле алгебраических чисел; связь с разложимыми формами.	ПКС-1, ПКС-4
11.	Базис модуля. Теорема о базисе Абелевой группы.	ПКС-1, ПКС-4
12.	Подгруппы модуля в поле алгебраических чисел.	ПКС-1, ПКС-4
13.	Кольца множителей полного модуля.	ПКС-1, ПКС-4
14.	Порядки в алгебраических числовых полях.	ПКС-1, ПКС-4
15.	Максимальный порядок поля алгебраических чисел.	ПКС-1, ПКС-4
16.	Единицы алгебраического числового поля. Критерий единицы.	ПКС-1, ПКС-4
17.	Ассоциированность чисел из полного модуля. Теорема о конечности числа попарно неассоциированных чисел заданной нормы.	ПКС-1, ПКС-4