

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ОПОП

М.С. Нирова

«14» апреля 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ)

ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНАЯ ГЕОМЕТРИЯ»

Программа специалитета

01.05.01 Фундаментальные математика и механика
(код и наименование программы специалитета)

Направленность (профиль)

Фундаментальная математика
(наименование направленности (профиля))

Квалификация (степень) выпускника

специалист

Форма обучения

очная

НАЛЬЧИК 2023г.

СОДЕРЖАНИЕ:

- 1 . Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы, описание показателей, критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования 3
- 2 . Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы 5
- 3 . Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности 6

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы, описание показателей, критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Карта компетенции

Шифр и название компетенции выпускника

ПКС-1. Умение ясно и понятно представлять математические знания с учетом уровня аудитории.

Шифр и наименование индикатора достижения компетенций выпускника

ПКС-1.1. Способен обрабатывать, анализировать и осуществлять сбор информации по заданной тематике.

ПКС-1.2. Способен формулировать математические знания с учетом уровня слушателей.

Общая характеристика компетенции

Тип компетенции: профессиональная компетенция выпускника образовательной программы по направлению подготовки высшего образования 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, профиль «Фундаментальная математика», уровень ВО – специалитет.

1.1. Этапы формирования компетенций и средства оценивания

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины	Индикаторы достижений	Основные показатели оценки результатов обучения	Вид оценочного средства
<p>ПКС-1 Умение ясно и понятно представлять математические знания с учетом уровня аудитории</p>	<p>ИД-1_ ПКС-1.1. Способен обрабатывать, анализировать и осуществлять сбор информации по заданной тематике ИД-2_ ПКС-1.2. Способен формулировать математические знания с учетом уровня слушателей</p>	<p>Знать терминологию, основные результаты и методы предметной области, а также этические нормы поведения и использовать их в профессиональной деятельности. Уметь разработать план и структуру своего выступления, последовательно, грамотно и публично представлять свои знания с учетом уровня аудитории. Владеть навыками публичной речи, аргументации,</p>	<p>Типовые оценочные материалы для устного опроса Оценочные материалы для самостоятельной работы Оценочные материалы для контрольной работы Типовые тестовые задания Типовые оценочные материалы к зачету и к экзамену</p>

		ведения дискуссии и полемики, общения с аудиторией в нетипичных ситуациях	
--	--	---	--

1.2. Критерии формирования оценок на различных этапах их формирования

Текущий и рубежный контроль

Этап (уровень)	Первый этап (уровень)	Второй этап (уровень)	Третий этап (уровень)
Баллы	36-50 баллов	51-60 баллов	61-70 баллов
Характеристика	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценку «удовлетворительно».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценку «хорошо».	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценку «отлично».

Промежуточная аттестация (экзамен)

Оценка	Удовлетворительн о	Хорошо	Отлично
Баллы	61-80 баллов	81-90 баллов	91-100 баллов
Характеристика	Студент имеет 36-50 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй, а пример сделан не верно. Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на оба вопроса, а	Студент имеет 51-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопросы частично (полностью) ответил на второй. Пример сделан верно. Студент имеет 61 – 65 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на	Студент имеет 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй, и пример сделан правильно. Или же студент на оба вопроса ответил верно, а в задаче, есть неточности, которые не повлияли на ответ.

	<p>пример не сделан.</p> <p>Студент имеет по итогам текущего и рубежного контроля 61-70 баллов на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос. В решении примера есть грубая ошибка, которая повлияла на ответ, вследствие чего пример сделан не верно</p>	<p>один вопросы частично ответил на второй, и в примере есть недочеты, которые не повлияли на ответ.</p> <p>Студент имеет 66-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос. В примере есть неточности, которые не повлияли на ответ.</p>	
--	---	--	--

На первом (начальном) этапе формирования компетенции формируются знания, умения и навыки, составляющие базовую основу компетенции, без которой невозможно ее дальнейшее развитие. Обучающийся воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу.

На втором (основном) этапе формирования компетенции приобретает опыт деятельности, когда отдельные компоненты компетенции начинают «работать» в комплексе и происходит выработка индивидуального алгоритма продуктивных действий, направленных на достижение поставленной цели. На этом этапе обучающийся осваивает аналитические действия с предметными знаниями по конкретной дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя координирование хода работы, переносит знания и умения на новые условия.

Третий (завершающий) этап – это овладение компетенцией. Обучающийся способен использовать знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях. По результатам этого этапа обучающийся демонстрирует итоговый уровень сформированности компетенции.

2. Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.

Перечень оценочных средств

№	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1.	Коллоквиум	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2.	Тест	Система стандартизированных заданий,	Фонд тестовых

		позволяющая автоматизировать задания процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	
3.	Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам

3. Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности

3.1. Вопросы к экзамену по дисциплине Дифференциальная геометрия

№	Вопрос	Код компетенции (согласно РПД)
1.	Кривые. Способы задания кривых.	ПКС-1
2.	Длина дуги кривой.	ПКС-1
3.	Касательная и нормаль кривой.	ПКС-1
4.	Пространственные кривые. Репер Френе. Сопровождающий трехгранник.	ПКС-1
5.	Кривизна пространственных кривых.	ПКС-1
6.	Кручение пространственных кривых.	ПКС-1
7.	Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой.	ПКС-1
8.	Эволюта и эвольвента кривой.	ПКС-1
9.	Поверхности. Способы задания поверхностей. Криволинейные координаты на поверхности.	ПКС-1
10.	Касательная плоскость и нормаль к поверхности.	ПКС-1
11.	Первая квадратичная форма поверхности. Длина дуги кривой на поверхности.	ПКС-1
12.	Первая квадратичная форма поверхности. Угол между кривыми на поверхности. Площадь области на поверхности.	ПКС-1
13.	Вторая квадратичная форма и ее свойства.	ПКС-1
14.	Нормальные и главные кривизны. Теорема Минье.	ПКС-1
15.	Главные направления и главные кривизны на поверхности.	ПКС-1
16.	Теорема Эйлера.	ПКС-1
17.	Теорема Родрига.	ПКС-1
18.	Средняя и гауссова кривизна поверхности.	ПКС-1
19.	Классификация точек поверхности.	ПКС-1
20.	Индикатриса Дюпена.	ПКС-1
21.	Линии кривизны.	ПКС-1
22.	Асимптотические направления. Асимптотические линии.	ПКС-1
23.	Деривационные формулы. Символы Кристоффеля поверхности.	ПКС-1
24.	Геодезическая кривизна кривой на поверхности.	ПКС-1

25. Геодезические линии на поверхности. Их свойства.	ПКС-1
--	-------

3.2. Типовые задания для текущего контроля успеваемости.

3.2.1. Контрольная работа для оценки компетенции «ПКС-1»:

7 семестр

Вариант 1.

1. Укажите, какие линии изображаются параметрическими уравнениями:

$$x = a \sin^2 t, y = b \cos^2 t.$$

2. Дана линия $\vec{r} = \{2t, \ln t, t^2\}$. Найдите единичные векторы касательной, главной нормали и бинормали при значении $t = 1$.

3. Дана линия $\vec{r} = \{2t, \ln t, t^2\}$. В точке $(2, 0, 1)$ составьте уравнения нормальной, соприкасающейся, спрямляющей плоскостей.

Вариант 2.

1. Найдите длину линии $x = 8a t^3, y = 3a(2t^2 - t^4)$ между точками $t_1 = 0, t_2 = \sqrt{2}$.

2. Найти кривизну линии $y = \sin x$.

3. Составьте уравнения эволют следующей линии $x = a \cos^3 t, y = b \sin^3 t$.

4. Составьте уравнения эвольвент параболы $x = t, y = \frac{1}{4} t^2$.

Вариант 3.

1. Написать уравнение касательной плоскости и нормали к следующей поверхности в указанной точке:

$$x^2 - 2y^2 - 3z^2 - 4 = 0 \text{ в точке } M(3, 1, -1).$$

2. Дана поверхность $x = u^2 + v^2, y = u^2 - v^2, z = uv$.

1) Найти первую квадратичную форму.

- 2) Вычислить длину дуги линии $v = au$ между точками ее пересечения с линиями $u = 1, v = 2$.

3. Найти вторую квадратичную форму следующей поверхности $z = 2x^2 + \frac{9}{2}y^2$.

Вариант 4.

1. Найти вторую квадратичную форму следующей поверхности вращения:

$$x = R \cos v, y = R \sin v, z = u \text{ — круговой цилиндр.}$$

2. Дана поверхность $z = 2x^2 + \frac{9}{2}y^2$. Найти в начале координат уравнение индикатрисы Дюпена.

Вариант 5.

1. Вычислить главные кривизны поверхности $\frac{x^2}{p} + \frac{y^2}{q} = 2z$ в точке $M(0, 0, 0)$.

2. Найти полную и среднюю кривизну следующей поверхности вращения:

$$x = R \cos v, y = R \sin v, z = u \text{ — круговой цилиндр.}$$

3. Найти геодезическую кривизну линии $v = \text{const}$ на поверхности с первой квадратичной формой $I = du^2 + (u^2 + 2)dv^2$.

Критерии формирования оценок по контрольным точкам (контрольные работы)

5 баллов - правильно выполнены все задания, продемонстрирован высокий уровень владения материалом, проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

4 балла - правильно выполнена большая часть заданий, присутствуют незначительные ошибки, продемонстрирован хороший уровень владения материалом, проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

2 балла - задания выполнены менее чем наполовину, продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом, проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

1 балл - дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса существенными ошибками в определениях.

0 баллов - при полном несоответствии всем критериям и отсутствию ответа.

3.2.2. Вопросы для коллоквиумов, собеседования
Вопросы для оценки компетенции «ПКС-1»:

7 семестр

Тема 1. Кривые. Способы задания кривых. Касательная и нормаль к кривой. Кривизна плоских кривых.

1. Кривые. Способы задания кривых.
2. Длина дуги кривой.
3. Касательная и нормаль кривой

Тема 2. Пространственные кривые. Репер Френе. Длина дуги кривой. Естественная параметризация.

4. Пространственные кривые.
5. Репер Френе.
6. Сопровождающий трехгранник.
7. Естественная параметризация.

Тема 3. Кривизна и кручение пространственных кривых.

8. Кривизна пространственных кривых.
9. Кручение пространственных кривых.

Тема 4. Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой. Эволюта и эвольвента.

10. Формулы Френе. Натуральные уравнения кривой.
11. Эволюта кривой.
12. Эвольвента кривой.

Тема 5. Поверхности. Способы задания поверхностей. Криволинейные координаты на поверхности. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

13. Поверхности. Способы задания поверхностей.
14. Криволинейные координаты на поверхности.
15. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.

Тема 6. Соприкасающийся параболоид. Классификация точек поверхности.

16. Соприкасающийся параболоид.
17. Классификация точек поверхности.

Тема 7. Первая квадратичная форма поверхности. Длина дуги кривой на поверхности. Угол между кривыми на поверхности. Площадь области поверхности.

18. Первая квадратичная форма поверхности, ее свойства.
19. Длина дуги кривой на поверхности.
20. Угол между кривыми на поверхности.
21. Площадь области поверхности.

Тема 8. Вторая квадратичная форма, её свойства. Инварианты пары квадратичных форм. Индикатриса Дюпена.

22. Вторая квадратичная форма, её свойства.
23. Инварианты пары квадратичных форм.
24. Индикатриса Дюпена.
25. Нормальные и главные кривизны. Теорема Менье.
26. Главные направления и главные кривизны на поверхности.

Тема 9. Асимптотические направления. Асимптотические линии. Главные направления на поверхности. Главные кривизны. Линии кривизны поверхности.

27. Асимптотические направления и асимптотические линии.
28. Главные кривизны и главные направления на поверхности.
29. Линии кривизны поверхности.
30. Теорема Эйлера.
31. Теорема Родрига.

Тема 10. Деривационные формулы. Символы Кристоффеля поверхности. Геодезическая кривизна кривой на поверхности. Геодезические линии и их свойства.

32. Деривационные формулы. Символы Кристоффеля поверхности.
33. Геодезическая кривизна кривой на поверхности.
34. Геодезические линии и их свойства.

Критерии формирования оценок по контрольным точкам (коллоквиум)

«отличный (высокий) уровень компетенции» (5 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 100%;

«хороший (нормальный) уровень компетенции» (4 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 70%;

«удовлетворительный (минимальный, пороговый) уровень компетенции» (3 балла) – ставится в случае, когда обучающийся затрудняется с правильной формулировкой теоретического материала, дает неполный ответ, демонстрирует знание теоретического материала на 50%;

«неудовлетворительный (ниже порогового) уровень компетенции» (2 и менее баллов) – ставится в случае, когда обучающийся дает неверную формулировку теоретического материала, дает неверный ответ, демонстрирует незнание теоретического материала или знание материала менее чем на 40%.

3.3. Типовые задания для текущего контроля успеваемости

- Форма работы – самостоятельная, индивидуальная.

7 семестр

V1: Раздел 1 (1 рейтинговая точка)

V2: Теория кривых

V3: Понятие кривой (элементарная кривая, простая кривая, общая кривая)

I:

S: ... кривая гомеоморфна или открытому отрезку или окружности

-: плоская

+: простая

-: общая

-: регулярная

V3: Способы задания кривой

I:

S: Указать, какая линия задается уравнением в полярных координатах: $\phi = \frac{\pi}{3}$

-: часть прямой $y = x$, где $x \geq 0$

-: часть прямой $y = 2x$, где $x \geq 0$

-: прямая $y = x$

+: часть прямой $y = \sqrt{3}x$, где $x \geq 0$

I:

S: Указать, какая линия задается уравнением в полярных координатах: $r = \frac{\alpha}{\cos\phi}$

-: прямая $y = \alpha$

+: прямая $x = \alpha$

-: окружность $x^2 + y^2 = \alpha^2$

-: прямая $y = \alpha x$

I:

S: Кривая $x = a\sin^2 t, y = b\cos^2 t$ задана ...

-: в неявном виде

-: в явном виде

+: в параметрическом виде

-: в векторном виде

I:

S: Указать, какая линия изображается параметрическими уравнениями: $x = \alpha \cos t, y = \alpha \sin t$

-: прямая $x + y = \alpha$

-: окружность $x^2 + y^2 = 1$

+: окружность $x^2 + y^2 = \alpha^2$

-: окружность $y = \alpha x$

V3: Касательная к кривой

I:

S: Уравнением касательной к линии $x = t^2, y = t - 1$ в точке $A(t = 1)$ является ...

+: $x - 2y - 1 = 0$

-: $2x + y - 1 = 0$

$$-: x - 2y - 3 = 0$$

$$-: 2x + y - 3 = 0$$

I:

S: Уравнением касательной к линии $y = \sin x$ в точке A с абсциссой $x_0 = \pi$ является:

$$+: x + y - \pi = 0$$

$$-: x - y - \pi = 0$$

$$-: x - y + \pi = 0$$

$$-: x - y = 0$$

V3: Нормаль к кривой

I:

S: Уравнением нормали к линии $x = t, y = t^2 + 1$ в точке $A(t = 1)$ является:

$$-: 2x - y - 4 = 0$$

$$+: x + 2y - 5 = 0$$

$$-: x + 2y = 0$$

$$-: 2x - y + 5 = 0$$

I:

S: Уравнением нормали к линии $y = x^3$ в точке A с абсциссой $x_0 = 0$ является:

$$+: x = 0$$

$$-: x + y = 0$$

$$-: x - y = 0$$

$$-: y = 0$$

V3: Нормальная плоскость кривой

I:

S: Уравнением нормальной плоскости линии $x = t, y = t^2, z = t^3$ в точке $t = 1$ является:

$$-: \frac{x-1}{1} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-1}{3}$$

$$+: x + 2y + 3z - 6 = 0$$

$$-: \frac{x-1}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z-1}{3}$$

$$-: x + 2y + 3z - 5 = 0$$

V3: Соприкасающаяся плоскость кривой

I:

S: Уравнением соприкасающейся плоскости линии $x = t, y = t^2, z = e^t$ в точке $t = 0$ является:

$$-: x + 2y - 2z + 2 = 0$$

$$-: 2x + y + 2z - 2 = 0$$

$$+: 2x + y - 2z + 2 = 0$$

$$-: 2x - y - 2z - 2 = 0$$

V3: Репер Френе.

I:

S: Единичный вектор касательной $\bar{\tau}$ линии $x = t, y = e^t, z = t^2$ при $t = 0$ равен:

$$+: \bar{\tau} = \left\{ \frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}}; 0 \right\}$$

$$-: \bar{\tau} = \left\{ 1; \frac{1}{\sqrt{2}}; 0 \right\}$$

$$-: \bar{\tau} = \{1; 1; 0\}$$

$$-: \bar{\tau} = \{1; 0; 0\}$$

I:

S: Единичный вектор бинормали $\bar{\beta}$ линии $\bar{r} = \{t, t^2, t^3\}$ в точке $A(t = 0)$ равен:

$$-: \bar{\beta} = \{0; 0; 2\}$$

$$-: \bar{\beta} = \{0; 2; 0\}$$

$$+: \bar{\beta} = \{0; 0; 1\}$$

$$-: \bar{\beta} = \{2; 0; 0\}$$

I:

S: Если $\bar{\beta} = \{1; 0; 0\}$ и $\bar{\tau} = \left\{ 0; \frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}} \right\}$ единичные векторы бинормали и касательной соответственно, то единичный вектор главной нормали $\bar{\nu}$ равен:

$$-: \bar{\nu} = \left\{ -\frac{1}{\sqrt{2}}; 0; \frac{1}{\sqrt{2}} \right\}$$

$$+: \bar{\nu} = \left\{ 0; -\frac{1}{\sqrt{2}}; \frac{1}{\sqrt{2}} \right\}$$

$$-: \bar{\nu} = \left\{ 0; -\frac{1}{\sqrt{2}}; 0 \right\}$$

$$-: \bar{\nu} = \{0; -1; 1\}$$

V3: Эволюта и эвольвента кривой

I:

S: Уравнения $X = x - y' \cdot \frac{x + y}{y''x' - x''y'}$; $Y = y + x' \cdot \frac{x + y}{y''x' - x''y'}$ являются уравнениями ...

-: главной нормали

-: эвольвенты

+: эволюты

-: бинормали

V3: Длина дуги кривой

I:

S: Если кривая задана уравнениями $x = x(t), y = y(t), z = z(t)$, то длина дуги кривой вычисляется по формуле ...

$$-: S = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + y'} dx$$

$$-: S = \int_{x_1}^{x_2} \sqrt{1 + y'^2 + z'^2} dx$$

$$-: S = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{x'^2 + y'^2} dt$$

$$+: S = \int_{t_1}^{t_2} \sqrt{x'^2 + y'^2 + z'^2} dt$$

V3: Кривизна кривой

I:

S: Кривизна k линии $y = x^3$ в точке $O(0; 0)$ равна:

+: 0

-: 1

-: 0,5

-: -1

V3: Кручение кривой

I:

S: Кручение линии $x = t, y = t^2, z = t^3$ в точке $t = 0$ равно:

+: 3

-: 0

-: 2

-: 6

V1: Раздел 2 (2 рейтинговая точка)

V2: Теория поверхностей

V3: Понятие поверхности

I:

S: ... поверхностью называется образ открытого круга при его топологическом отображении в пространство

-: простой

-: общей

+: элементарной

-: гладкой

V3: Способы задания поверхности

I:

S: Поверхность $z = x^3 + y^3$ задана в ...

+: явном виде

-: неявном виде

-: параметрическом виде

-: векторном виде

V3: Касательная плоскость к поверхности

I:

S: Уравнение касательной плоскости к поверхности, заданной уравнением $F(x, y, z) = 0$ имеет вид:

$$\text{-: } \frac{x - x_0}{F_x} = \frac{y - y_0}{F_y} = \frac{z - z_0}{F_z}$$

$$\text{+: } (x - x_0)F_x + (y - y_0)F_y + (z - z_0)F_z = 0$$

$$\text{-: } z - z_0 = z_x(x - x_0) + z_y(y - y_0)$$

$$\text{-: } \frac{x - x_0}{-z_x} = \frac{y - y_0}{-z_y} = \frac{z - z_0}{1}$$

I:

S: Уравнением касательной плоскости к поверхности $z = 2xy$ в точке $M(1,1,2)$ является:

$$\text{-: } 2x - 2y + z + 2 = 0$$

$$\text{-: } \frac{x-1}{2} = \frac{y-1}{2} = \frac{z-2}{1}$$

$$\text{-: } \frac{x+1}{2} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z-2}{1}$$

$$\text{+: } 2x + 2y - z - 2 = 0$$

I:

S: Уравнением касательной плоскости к поверхности $x^2 + y^2 - 2z^2 = 0$ в точке $M(-2,2,2)$ является:

$$\text{-: } x + y - 2z + 8 = 0$$

$$\text{-: } \frac{x+2}{-1} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-2}{2}$$

$$\text{+: } x - y - 2z + 8 = 0$$

$$\text{-: } \frac{x-2}{-1} = \frac{y+2}{1} = \frac{z-2}{2}$$

I:

S: Уравнение нормали к поверхности, заданной уравнением (уравнениями) ... имеет вид

$$\frac{x - x_0}{F_x} = \frac{y - y_0}{F_y} = \frac{z - z_0}{F_z}$$

$$\text{-: } z = f(x, y)$$

$$+: F(x, y, z) = 0$$

$$-: \vec{r} = \vec{r}(u, v)$$

$$-: x = x(u, v), y = y(u, v), z = z(u, v)$$

V3: Нормаль к поверхности

I:

S: Уравнением нормали к поверхности $z = x^3 + y^3$ в точке $M(1; 2; 9)$ является:

$$-: 3x + 12y - z - 18 = 0$$

$$+: \frac{x-1}{3} = \frac{y-2}{12} = \frac{z-9}{-1}$$

$$-: \frac{x+1}{-3} = \frac{y-2}{12} = \frac{z-9}{-1}$$

$$-: 3x - 12y + z + 18 = 0$$

I:

S: Уравнением нормали к поверхности $x^2 + y^2 + z^2 = 169$ в точке $M(3; 4; 12)$ является:

$$-: 3x + 4y + 12z - 169 = 0$$

$$-: 3x - 4y - 12z + 169 = 0$$

$$+: \frac{x-3}{3} = \frac{y-4}{4} = \frac{z-12}{12}$$

$$-: \frac{x-3}{3} = \frac{y-4}{-4} = \frac{z+12}{-12}$$

V3: Первая квадратичная форма поверхности

I:

S: Если поверхность задана уравнением $\vec{r} = \vec{r}(u, v)$, то коэффициент E первой квадратичной формы $I = Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2$ равен:

$$+: \vec{r}_u^2$$

$$-: \vec{r}_u \cdot \vec{r}_v$$

$$-: \vec{r}_v^2$$

$$-: \vec{r}_v \cdot \vec{n}$$

V3: Первая квадратичная форма поверхности, заданной в неявном виде

I:

S: Коэффициент G первой квадратичной формы поверхности $x^2 + 2y^2 - z^2 = 1$ равен:

$$-: \frac{2xy}{z^2}$$

$$-: 1 + \frac{x^2}{z^2}$$

$$-: 1 + \frac{2y^2}{z^2}$$

$$+: 1 + \frac{4y^2}{z^2}$$

I:

S: Коэффициент F первой квадратичной формы поверхности $x^2 + y^2 + 2z^2 = 4$ равен:

$$+: \frac{xy}{4z^2}$$

$$-: \frac{xy}{2z^2}$$

$$-: 1 + \frac{x^2}{4z^2}$$

$$-: 1 + \frac{y^2}{4z^2}$$

V3: Первая квадратичная форма поверхности, заданной в параметрическом виде

I:

S: Коэффициент G первой квадратичной формы кругового цилиндра $x = R\cos v, y = R\sin v, z = u$ равен:

$$-: 1$$

$$-: -R^2$$

$$+: R^2$$

$$-: R$$

I:

S: Коэффициент F первой квадратичной формы кругового цилиндра $x = R\cos v, y = R\sin v, z = u$ равен:

$$-: 1$$

$$+: 0$$

$$-: R^2$$

$$-: u^2$$

I:

S: Коэффициент E первой квадратичной формы кругового конуса $x = u\cos v, y = u\sin v, z = ku$ равен:

$$-: 0$$

$$-: k^2$$

$$-: u^2$$

$$+: 1 + k^2$$

V3: Первая квадратичная форма поверхности, заданной в явном виде

I:

S: Коэффициент E первой квадратичной формы поверхности $z = ax^2$ равен:

$$+: 1 + a^2y^2$$

$$-: 1 + a^2x^2$$

$$-: a^2xy$$

$$-: 2a^2xy$$

I:

S: Коэффициент G первой квадратичной формы поверхности $z = x^3 + y^3$ равен:

$$+: 1 + 9y^4$$

$$-: 1 + 9x^4$$

$$-: 9x^2y^2$$

$$-: 18x^2y^2$$

I:

S: Коэффициент F первой квадратичной формы поверхности $z = x^3 + y^3$ равен:

-: $1 + 9y^4$

-: $1 + 9x^4$

+: $9x^2y^2$

-: $18x^2y^2$

V3: Длина дуги кривой на поверхности

I:

S: На поверхности с первой квадратичной формой $ds^2 = 5du^2 + u^2dv^2$ длина дуги линии $v = \text{const}$ между точками её пересечения с линиями $u = 1, u = 2$ равна:

-: $2\sqrt{5}$

+: $\sqrt{5}$

-: 1

-: $3\sqrt{5}$

I:

S: На поверхности с первой квадратичной формой $ds^2 = 16du^2 + 4dv^2$ длина дуги линии $v = \text{const}$ между точками её пересечения с линиями $u = 1, u = 2$ равна:

+: 4

-: 2

-: 6

-: 16

V3: Площадь области на поверхности

I:

S: Площадь четырехугольника на поверхности $x = 4u, y = 2\sin v, z = 2\cos v$, ограниченного линиями $u = 1, u = 2, v = 0, v = 2\pi$, равна:

-: 32π

-: 8π

+: 16π

-: 4π

I:

S: Площадь четырехугольника на поверхности $x = 4u, y = \sin v, z = \cos v$, ограниченного линиями $u = 1, u = 2, v = 0, v = 2\pi$, равна:

-: 2π

+: 8π

-: 16π

-: 4π

V3: Угол между кривыми на поверхности

I:

S: Угол между координатными линиями $u = \text{const}$ и $v = \text{const}$ на поверхности, имеющей первую квадратичную форму $ds^2 = du^2 + dv^2$, равен:

+: $\cos\phi = 0$

$$\therefore \cos\phi = 1$$

$$\therefore \cos\phi = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \cos\phi = \frac{1}{3}$$

I:

S: Угол между координатными линиями $u = \text{const}$ и $v = \text{const}$ на поверхности, имеющей первую квадратичную форму $ds^2 = du^2 + u^2 dv^2$, равен:

$$+: \cos\phi = 0$$

$$\therefore \cos\phi = 1$$

$$\therefore \cos\phi = \frac{2}{3}$$

$$\therefore \cos\phi = \frac{1}{3}$$

V1: Раздел 3 (3 рейтинговая точка)

V3: Вторая квадратичная форма поверхности

I:

S: Если поверхность задана уравнениями $x = x(u, v), y = y(u, v), z = z(u, v)$, то коэффициент M второй квадратичной формы $\Pi = Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2$ равен:

$$\therefore |x_{uu} y_{uu} z_{uu}| \quad ||x_u \ y_u \ z_u| \quad |$$

$$+: |x_{uv} y_{uv} z_{uv}| \quad ||x_u \ y_u \ z_u| \quad |$$

$$\therefore |x_{vv} y_{vv} z_{vv}| \quad ||x_u \ y_u \ z_u| \quad |$$

$$\therefore |x_{vv} y_{vv} z_{vv}| \quad ||x_v \ y_v \ z_v| \quad |$$

I:

S: Если поверхность задана уравнением $z = f(x, y)$, то коэффициент L второй квадратичной формы $\Pi = Ldx^2 + 2Mdx dy + Ndy^2$ равен:

$$\therefore \frac{f_{xy}}{\sqrt{1+f_x^2+f_y^2}}$$

$$\therefore \frac{f_{yy}}{\sqrt{1+f_x^2+f_y^2}}$$

$$+: \frac{f_{xx}}{\sqrt{1+f_x^2+f_y^2}}$$

$$\therefore \frac{2f_{xy}}{\sqrt{1+f_x^2+f_y^2}}$$

V3: Вторая квадратичная форма поверхности, заданной в явном виде

I:

S: Коэффициент M второй квадратичной формы поверхности $z = 2x^2 + \frac{9}{2}y^2$ равен:

$$+: 0$$

$$-: \frac{9}{\sqrt{1+16x^2+81y^2}}$$

$$-: \frac{4}{\sqrt{1+16x^2+81y^2}}$$

-: 1

V3: Главные кривизны поверхности

I:

S: Главными кривизнами поверхности $z = xy$ в точке $M(0; 0; 0)$ являются:

$$-: k_1 = \frac{1}{2}, k_2 = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$-: k_1 = -\frac{\sqrt{2}}{2}, k_2 = \frac{1}{2}$$

$$+: k_1 = -\frac{1}{2}, k_2 = \frac{1}{2}$$

$$-: k_1 = \frac{\sqrt{2}}{2}, k_2 = 0$$

V3: Главные направления. Асимптотические линии. Линии кривизны

I:

S: Направление (du, dv) будет асимптотическим тогда и только тогда, когда выполняется условие ...

$$+: Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2 = 0$$

$$-: Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2 = 0$$

$$-: Ldu^2 + 2Mdudv + Ndv^2 = 1$$

$$-: Edu^2 + 2Fdudv + Gdv^2 = 1$$

I:

S: Направление (du, dv) на поверхности называется ... направлением, если нормальная кривизна поверхности в этом направлении достигает экстремального значения.

+: главным

-: асимптотическим

-: нормальным

-: сопряженным

I:

S: Линия на поверхности называется ..., если её направление в каждой точке является главным направлением.

-: асимптотической линией

+: линией кривизны

-: геодезической линией

-: координатной линией

I:

S: $|dv^2 - dudv du^2| \quad ||E \ F \ G| \quad |$ является дифференциальным уравнением ...

-: асимптотической линии

+: линии кривизны

- : геодезической линии
- : координатной линии

V3: Средняя и полная (гауссова) кривизна поверхности

I:

S: Полусумма главных кривизн поверхности $H = \frac{1}{2}(k_1 + k_2)$ называется ... кривизной поверхности.

- : полной
- +: средней
- : нормальной
- : гауссовой

I:

S: Средняя кривизна поверхности равна ..., если $E = 1, F = 0, G = R^2, L = 0, M = 0, N = R$

- +: $\frac{1}{2R}$
- : $\frac{1}{R}$
- : 0
- : R

I:

S: Полная кривизна поверхности равна ..., если $E = 1, F = 0, G = 1, L = 2, M = 0, N = 2$

- : 0
- : 2
- +: 4
- : -4

I:

S: Произведение главных кривизн поверхности $K = k_1 \cdot k_2$ называется ... кривизной поверхности.

- : средней
- +: полной
- : нормальной
- : геодезической

V3: Индикатриса Дюпена

I:

S: Уравнением индикатрисы Дюпена поверхности $z = 2x^2 + \frac{9}{2}y^2$ в начале координат является:

+: $\frac{x^2}{\frac{1}{4}} + \frac{y^2}{\frac{1}{9}} = 1$

$$-\cdot \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$$

$$-\cdot \frac{x^2}{\frac{1}{4}} - \frac{y^2}{\frac{1}{9}} = 1$$

$$-\cdot \frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{9} = 1$$

V3: Классификация точек на поверхности

I:

S: Точки на поверхности, имеющей первую квадратичную форму $I = du^2 + \cos^2 u dv^2$ и вторую квадратичную форму $\Pi = du^2 + \cos^2 u dv^2$, являются ...

+: эллиптическими точками

-: гиперболическими точками

-: параболическими точками

-: точками уплощения

I:

S: Точки на поверхности, имеющей первую квадратичную форму $I = 10du^2 + u^2 dv^2$ и вторую квадратичную форму $\Pi = \frac{3u}{\sqrt{10}} dv^2$, являются ...

-: эллиптическими точками

-: гиперболическими точками

+: параболическими точками

-: точками уплощения

V3: Деривационные формулы

I:

S: Для поверхности с первой квадратичной формой $I = du^2 + (u^2 + 1)dv^2$ символ Кристоффеля Γ_{11}^2 равен ...

-: $-u$

+: 0

-: $\frac{u}{u^2+1}$

-: $-\frac{u}{u^2+1}$

V3: Геодезическая кривизна кривой на поверхности

I:

S: Геодезическая кривизна линии $u = \text{const}$ на поверхности с первой квадратичной формой $I = du^2 + (u^2 + 2)dv^2$ равна ..., если $\Gamma_{11}^1 = 0, \Gamma_{12}^1 = 0, \Gamma_{22}^1 = -u, \Gamma_{11}^2 = 0, \Gamma_{12}^2 = \frac{u}{u^2+2}, \Gamma_{22}^2 = 0$

+: $\frac{|u|}{u^2+2}$

-: $|u|$

-: 0

-: $u^2 + 2$

Методические рекомендации

Полный банк тестовых заданий по дисциплине представлен в системе онлайн-обучения на базе обеспечения Moodle со встроенной подсистемой тестирования КБГУ (<https://open.kbsu.ru>). Обучающийся, чтобы пройти тестирование, входит в систему open.kbsu.ru под своим личным логином и паролем, выбирает нужную дисциплину и проходит тестирование.

Критерии формирования оценок по тестовым заданиям:

По итогам выполнения тестовых заданий оценка производится по пятибалльной шкале. При правильных ответах на:

- 89-100% заданий – «5» (баллов);
- 70-88% заданий – «4» (баллов);
- 50-69% заданий – «3» (балла);
- 30-49% заданий – «2» (балла);
- 10-29% заданий – «1» (балл);
- менее 10% заданий – «0» (баллов).

*Форма экзаменационного билета
по учебной дисциплине*

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М.
Бербекова» (КБГУ)**

**Институт – физики и математики
Кафедра – Алгебры и дифференциальных уравнений
Дисциплина – Дифференциальная геометрия**

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Вторая квадратичная форма и ее свойства.

2. Составить уравнение касательной и нормали к следующей линии:

$(x^2 + y^2)x - ay^2 = 0$ в точке $A\left(\frac{a}{2}, \frac{a}{2}\right)$.

Руководитель ОПОП _____ М.С. Нирова

Зав. кафедрой А и ДУ
к.ф.-м.н., доцент _____ М.С. Нирова