

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования «Кабардино-Балкарский государственный университет  
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ОПОП

 М.С. Нирова  
«12» апреля 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

Программа специалитета

01.05.01 Фундаментальные математика и механика  
(код и наименование программы специалитета)

Направленность (профиль)

Фундаментальная математика  
(наименование направленности (профиля))

Квалификация (степень) выпускника

специалист

Форма обучения

очная

Нальчик 2023

## СОДЕРЖАНИЕ

1.	Перечень компетенций и этапы их формирования	3
2.	Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы	5
3.	Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности	6
4.	Вопросы на зачет по дисциплине	72
5.	Вопросы на экзамен по дисциплине	73

## 1. Перечень компетенций и этапы их формирования

### Карта компетенции

#### Шифр и название компетенций:

*общепрофессиональных компетенций (ОПК):*

ОПК-1 - Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики.

*Индикаторы достижения общепрофессиональной компетенции ОПК-1:*

**ОПК-1.1.** Способен использовать при решении профессиональных задач знания, полученные при изучении дисциплин математических и (или) естественных наук.

**ОПК-1.2.** Способен использовать существующие математические методы при решении задач профессиональной деятельности.

#### Общая характеристика компетенции

**Тип компетенции:** общепрофессиональная (ОПК-1) компетенция выпускника образовательной программы по направлению подготовки высшего образования 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, уровень ВО специалитет.

#### 1.1. Этапы формирования компетенций и средства оценивания

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины	Индикаторы достижения компетенции	Основные показатели оценки результатов обучения	Вид оценочного средства
<b>ОПК-1.</b> способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<b>ОПК-1.1.</b> Способен использовать при решении профессиональных задач знания, полученные при изучении дисциплин математических и (или) естественных наук. <b>ОПК-1.2.</b> Способен использовать существующие математические методы при решении задач профессиональной деятельности.	<b>Знать:</b> Фундаментальные основы математики; новые математические понятие в соответствии с основными требованиями к их определению; основные направления и проблематику современной математики. <b>Уметь:</b> Применять полученные знания в решении поставленных математических задач; сформулировать математическую гипотезу в контексте изучаемых математических дисциплин, подтвердить ее или опровергнуть; решать исследовательские математические задачи на основе конструирования новых или реконструкции уже известных способов и приемов. <b>Владеть:</b> Методами использования пакетов математических программ для решения математических задач; основными способами освоения математических знаний; методами математических	Оценочные материалы для контрольной работы Типовые тестовые задания Оценочные материалы для проведения коллоквиума Типовые оценочные материалы к экзамену

		исследований	
--	--	--------------	--

## 1.2. Критерии формирования оценок на различных этапах их формирования

### Текущий и рубежный контроль

Этап (уровень)	Первый этап (уровень)	Второй этап (уровень)	Третий этап (уровень)
<b>Баллы</b>	36-50 баллов	51-60 баллов	61-70 баллов
<b>Характеристика</b>	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение домашнего задания. Частичное выполнение заданий контрольных работ, тестовых заданий».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение домашнего задания. Выполнение заданий на коллоквиуме.	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение домашнего задания, заданий контрольных работ. Выполнение заданий на коллоквиуме.

На первом (начальном) этапе формирования компетенции формируются знания, умения и навыки, составляющие базовую основу компетенции, без которой невозможно ее дальнейшее развитие. Обучающийся воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу.

На втором (основном) этапе формирования компетенции приобретает опыт деятельности, когда отдельные компоненты компетенции начинают «работать» в комплексе и происходит выработка индивидуального алгоритма продуктивных действий, направленных на достижение поставленной цели.

На этом этапе обучающийся осваивает аналитические действия с предметными знаниями по конкретной дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя координирование хода работы, переносит знания и умения на новые условия.

Третий (завершающий) этап – это овладение компетенцией. Обучающийся способен использовать знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях. По результатам этого этапа обучающийся демонстрирует итоговый уровень сформированности компетенции.

### Промежуточная аттестация (Зачет)

Семестр	Шкала оценивания	
	Оценка «не зачтено» (менее 61 баллов)	Оценка «зачтено» (более 61 баллов)
3	Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на дифференцированном зачете не дал полного ответа ни на один вопрос, не сделал пример. студент показывает недостаточные знания программного материала, не способен аргументированно и последовательно его излагать, допускаются грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на поставленный вопрос или затрудняется с	- студент показывает полные и глубокие знания программного материала, логично и аргументированно отвечает на поставленный вопрос, а также дополнительные вопросы, показывает высокий уровень теоретических знаний. - студент показывает глубокие знания программного материала, грамотно его излагает, достаточно полно отвечает на поставленный вопрос и дополнительные вопросы, умело формулирует выводы. В тоже время

	ОТВЕТОМ.	при ответе допускает несущественные погрешности. - студент показывает достаточные, но не глубокие знания программного материала; при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. Для получения правильного ответа требуется уточняющие вопросы.
--	----------	---

**Промежуточная аттестация (Экзамен)**

Семестр	Шкала оценивания			
	Неудовлетворительно (36-60 баллов)	Удовлетворительно (61-80 баллов)	Хорошо (81-90 баллов)	Отлично (91-100 баллов)
4	<p>Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос, не сделал пример. Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос, а пример сделан неправильно.</p>	<p>Студент имеет 36-50 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй, а пример сделан не верно.</p> <p>Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на оба вопроса, а пример не сделан.</p> <p>Студент имеет по итогам текущего и рубежного контроля 61-70 баллов на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос. В решении примера есть грубая ошибка, которая повлияла на ответ, вследствие чего пример сделан не верно</p>	<p>Студент имеет 51-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопросы частично (полностью) ответил на второй. Пример сделан верно.</p> <p>Студент имеет 61 – 65 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопросы частично ответил на второй, и в примере есть недочеты, которые не повлияли на ответ.</p> <p>Студент имеет 66-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос. В примере есть неточности, которые не повлияли на ответ.</p>	<p>Студент имеет 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй, и пример сделан правильно.</p> <p>Или же студент на оба вопроса ответил верно, а в задаче, есть неточности, которые не повлияли на ответ.</p>

**2. Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

Перечень оценочных средств

№	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1.	Коллоквиум	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины

2.	Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
3.	Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.	Комплект контрольных заданий по вариантам
4.	Задача (практическое задание)	Средство оценки умения применять полученные теоретические знания в практической ситуации. Задача (задание) должна быть направлена оценивание тех компетенций, которые подлежат освоению в данной дисциплине, должна содержать четкую инструкцию по выполнению или алгоритм действий.	Комплект задач и заданий

### 3. Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности

#### 3.1. Вопросы для коллоквиумов

(контролируемые компетенции ОПК-1)

#### Тема 1. Основные понятия теории дифференциальных уравнений

1) Понятие дифференциального уравнения. Обыкновенные дифференциальные уравнения.

2) Порядок уравнения, решение, интеграл, общее решение, общий интеграл.

3) Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения, разрешенного относительно производной.

4) Геометрическое истолкование уравнения первого порядка и его решений. Поле направлений. Изоклины. Построение дифференциального уравнения заданного семейства кривых.

#### Тема 2. Дифференциальные уравнения первого порядка

1) Уравнения с разделенными переменными. Уравнения с разделяющимися переменными.

2) Однородные уравнения. Уравнения, приводящиеся к однородным.

3) Уравнения вида  $y' = f\left(\frac{a_1x + b_1y + c_1}{a_2x + b_2y + c_2}\right)$ . Обобщенно однородные уравнения.

4) Линейные уравнения первого порядка. Линейные однородные уравнения. Линейные неоднородные уравнения. Уравнение Бернулли.

5) Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.

6) Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной. Уравнения разрешаемые относительно  $y'$  неоднозначно. Неполные уравнения.

7) Уравнения Лагранжа и Клеро. Уравнение Риккати.

#### Тема 3. Дифференциальные уравнения высших порядков

1) Основные понятия и определения. Методы понижение порядка уравнения.

2) Линейные однородные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Общие понятия и определения. Линейное пространство. Интегрирование линейных однородных уравнений  $n$ -го порядка. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.

3) Уравнения Эйлера.

4) Линейные однородные дифференциальные уравнения 2-го порядка с произвольными коэффициентами. Линейные неоднородные уравнения  $n$ -го порядка. Линейные неоднородные уравнения  $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.

5) Метод вариации произвольных постоянных.

6) Линейное однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с переменными коэффициентами. Самосопряженное линейное уравнение.

7) Построение общего решения линейного однородного уравнения 2-го порядка с переменными коэффициентами по его известному частному решению.

8) Краевые задачи. Функция Грина.

#### **Тема 4. Системы обыкновенных дифференциальных уравнений**

1) Основные понятия и определения.

2) Метод исключения (сведение системы дифференциальных уравнений к одному уравнению). Нахождение интегрируемых комбинаций. Симметрическая форма системы дифференциальных уравнений.

3) Интегрирование однородных линейных систем с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера. Методы интегрирования неоднородных линейных систем с постоянными коэффициентами.

4) Метод вариации произвольных постоянных (метод Лагранжа).

5) Метод неопределенных коэффициентов (метод подбора).

#### **Тема 5. Теория устойчивости**

1) Устойчивость по Ляпунову. Основные понятия и определения.

2) Простейшие типы точек покоя. Метод функции Ляпунова. Устойчивость по первому приближению.

3) Устойчивость решений дифференциальных уравнений по отношению к изменению правых частей уравнений.

4) Критерий Рауса-Гурвица. Геометрический критерий устойчивости (критерий Михайлова).

5) Уравнения с малым параметром при производной.

#### **Тема 6. Уравнения с частными производными первого порядка**

1) Уравнения в частных производных первого порядка. Однородное линейное уравнение.

2) Связь между однородным линейным уравнением с частными производными первого порядка и соответствующей ему системой обыкновенных дифференциальных уравнений в симметрической форме.

3) Построение общего решения однородного линейного уравнения. Решение задачи Коши для однородного линейного уравнения.

4) Построение общего решения неоднородного линейного уравнения. Решение задачи Коши для неоднородного линейного уравнения.

#### ***Критерии формирования оценок по контрольным точкам (коллоквиум)***

*«отличный (высокий) уровень компетенции»* (5 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 100%;

*«хороший (нормальный) уровень компетенции»* (4 баллов) - ставится в случае, когда

обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 70%;

«удовлетворительный (минимальный, пороговый) уровень компетенции» (3 балла) – ставится в случае, когда обучающийся затрудняется с правильной формулировкой теоретического материала, дает неполный ответ, демонстрирует знание теоретического материала на 50%;

«неудовлетворительный (ниже порогового) уровень компетенции» (2 и менее баллов) – ставится в случае, когда обучающийся дает неверную формулировку теоретического материала, дает неверный ответ, демонстрирует незнание теоретического материала или знание материала менее чем на 40%.

### 3.2. **Оценочные материалы. Задача (практическое задание): контролируемые компетенции ОПК-1.**

Перечень типовых задач для самостоятельной работы сформирован в соответствии с тематикой практических занятий по дисциплине «Дифференциальные уравнения».

#### **Тема 1: Основные понятия теории дифференциальных уравнений**

1. Для данного дифференциального уравнения методом изоклин построить интегральную кривую, проходящую через точку  $y' = -\frac{x}{2}$ ,  $M(4,2)$ .

2. Найти линию, проходящую через точку  $M_0(2,1)$ , если отрезок любой ее касательной между точкой касания и осью делится в точке пересечения с осью абсцисс в отношении  $a:b=1:2$  (считая от оси  $Oy$ ).

3. Построить поле направлений и изоклины дифференциального уравнения  $y' = -\frac{x}{y}$ . Используя построенное поле направлений, провести его интегральные кривые.

4. Скорость распада радия в каждый момент времени прямо пропорциональна его наличному количеству. Найти, какой процент от первоначального количества радия распадется за 200 лет, если известно, что период полураспада радия (период времени, в течение которого распадется половина наличной массы радия) равен 1590 лет.

*Методические рекомендации по решению примеров и задач.*

Приступая к рассмотрению примеров и самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы основные понятия теории дифференциальных уравнений. Основная цель изучить основные понятия теории дифференциальных уравнений, рассмотреть геометрическое толкование дифференциального уравнения первого порядка.

#### **Тема 2: Дифференциальные первого порядка**

1) *Найти общие решения уравнений:*

1.  $xy' + y = 0$ .

2.  $(1+y^2)dx = (1+x^2)dy$ .

3.  $y' = (2y+1)\operatorname{ctg}x$ .

2) *Найти общее решение дифференциальных уравнений:*

$xy' + 2y = x^2$ .

$$y' - \frac{3y}{x} = x.$$

3) *Найти общий интеграл дифференциального уравнения  $y' = \frac{x+2y}{2x-y}$ .*

4) *Найти решение задачи Коши  $y' - y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x$ ,  $y(0) = 0$ .*

5) Найти общее решение уравнения  $y' - y = y^2 e^x$ .

Методические рекомендации по решению примеров и задач.

Приступая к рассмотрению примеров и самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы дифференциальные уравнения первого порядка. Основная цель сформировать навыки решения задач обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.

### Тема 3: Дифференциальные уравнения высших порядков

1) Составить линейные однородные дифференциальные уравнения, зная их характеристические уравнения:

$$\lambda(\lambda+1)(\lambda+2)=0; \quad (\lambda^2+1)^2=0; \quad 2\lambda^2-3\lambda-5=0.$$

2) Составить линейные однородные дифференциальные уравнения, если заданы ФСР:

$$a) e^{-x}, e^x; \quad б) \sin 3x, \cos 3x; \quad в) 1, x.$$

3) Проинтегрировать следующие уравнения (решить задачу Коши):

$$y'' - 4y' + 3y = 0, \quad y(0) = 6;$$

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2, \quad y''(0) = 1;$$

4) Составить линейные однородные дифференциальные уравнения, если известны корни характеристических уравнений:

$$a) \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2;$$

$$б) \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 1;$$

$$в) \lambda_1 = 3 - 2i, \lambda_2 = 3 + 2i.$$

б) Найти общие решения дифференциальных уравнений

$$1. \quad y'' - 2y' - 3y = e^{4x}$$

;

$$2. \quad y'' + 2y' - 3y = x^2 e^x;$$

$$3. \quad y'' - 4y' + 8y = e^{2x} +$$

;

7) Проинтегрировать следующие уравнения Эйлера:

$$x^2 y'' + xy' - y = 0;$$

$$x^2 y'' + xy' + y = x(6 - \ln x);$$

$$x^2 y'' - 2y = \sin x \ln x.$$

Методические рекомендации по решению примеров и задач.

Приступая к рассмотрению примеров и самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы дифференциальные уравнения высших порядков. Основная цель разобрать методы решения дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка. Изучить методы решения некоторых интегрируемых типов дифференциальных уравнений высших порядков.

### Тема 4: Системы обыкновенных дифференциальных уравнений

1) Для систем дифференциальных уравнений, найти общее решение методом исключения:

$$1. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x + 6y \\ \frac{dy}{dt} = 4x + 2y \end{cases};$$

$$2. \quad \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + y \\ \frac{dy}{dt} = 8x + y \end{cases}; \quad 3.$$

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -5x - 4y \\ \frac{dy}{dt} = -2x - 3y \end{cases};$$

2) Методом вариации решить системы

$$1. \begin{cases} \dot{x} = y + tg^2t - 1 \\ \dot{y} = -x + tgt \end{cases} \quad 2. \begin{cases} \dot{x} = 2y - x \\ \dot{y} = 4y - 3x + \frac{e^{3t}}{e^{2t} + 1} \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} \dot{x} = -4x - 2y + \frac{1}{t} \\ \dot{y} = 6x + 3y - \frac{1}{e^t} \end{cases} \quad 4. \begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y \\ \dot{y} = 2x - y + 15e^t \sqrt{t} \end{cases}$$

3) Методом неопределенных коэффициентов найти общее решение системы:

$$1. \begin{cases} \dot{x} = x + 2y + 16te^t \\ \dot{y} = 2x - 2y \end{cases} \quad 2. \begin{cases} \dot{x} = 2x - 3y \\ \dot{y} = x - 2y + 2 \sin t \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} \dot{x} = 2x + y + 2e^t \\ \dot{y} = x + 2y - 3e^{4t} \end{cases} \quad 4. \begin{cases} \dot{x} = x - y + 8t \\ \dot{y} = 5x - y \end{cases}$$

### Тема 5: Теория устойчивости

1) Согласно определению устойчивости по Ляпунову, исследовать на устойчивость решения следующих уравнений:

$$\frac{dx}{dt} = x + t, \quad x(0) = 1.$$

$$\frac{dx}{dt} = 2t(x + 1), \quad x(0) = 0.$$

2) Согласно определению устойчивости по Ляпунову, исследовать на устойчивость решения следующих систем уравнений:

$$1. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 13y, \\ \frac{dy}{dt} = \frac{1}{4}x - 2y, \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 0$$

$$2. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x - 9y, \\ \frac{dy}{dt} = x - y, \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 0$$

$$3. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -2x + 4y, \\ \frac{dy}{dt} = x - 2y, \end{cases}$$

### Тема 6: Уравнения с частными производными первого порядка

1) Найти общее решение уравнения и решить задачу Коши

$$x \frac{\partial u}{\partial x} + [x(y - 5z)^2 + z] \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{z}{5} \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad u = xz^5, \quad y = 5z + 1, \quad x > 0.$$

2) Найти общее решение уравнения и решить задачу Коши

$$(2xy^2 - 7xz^3) \frac{\partial u}{\partial x} + yz^3 \frac{\partial u}{\partial y} - 2y^2z \frac{\partial u}{\partial z} = 0, \quad u = xy^6, \quad z = 1, \quad y > 0.$$

### Критерии формирования оценок по практическим заданиям (типовые задачи):

«отлично» (4 балла) - обучающийся показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно, логично его излагает, структурировал и детализировал информацию, избегая простого повторения информации из текста, информация представлена в переработанном виде. Свободно использует необходимые формулы при решении задач;

«хорошо» (3 балла) - обучающийся твердо знает материал, грамотно его излагает, не допускает существенных неточностей в процессе решения задач;

«удовлетворительно» (2 балла) - обучающийся имеет знания основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил его деталей, допускает отдельные неточности при решении задач;

«неудовлетворительно» (менее 1 балла) - обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

**3.3. Оценочные материалы для контрольной работы: контролируемые компетенции ОПК-1.**

*Вариант 1*

1. Решить уравнение:  $(x^2 + x)y' - (2x + 1)y = 0$
2. Найти общее решение однородного уравнения:  $xy' = \frac{3y^3 + 2yx^2}{2y^2 + x^2}$
3. Найти общее решение уравнения  $y' = \frac{x - 2y - 3}{2x - 2}$
4. Решить линейное уравнение:  $y' - \frac{y}{x + 2} = x^2 + 2x$

*Вариант 2*

1. Решить уравнения:  $y' - xy^2 = 2xy$ ;  $\frac{dy}{dx} = \cos(x - y - 1)$ .
2. Найти общее решение однородного уравнения:  $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{x}{y}$ .
3. Решить задачу Коши:  $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos^3 x}$   $y(0) = 0$ .

*Вариант 3*

1. Найти общее решение уравнения Бернулли:  $xy' - 2x^2 \sqrt{y} = 4y$ .
2. Решить уравнение в полных дифференциалах:  
$$\frac{3x^2 + y^2}{y^2} dx - \frac{2x^3 + 5y}{y^3} dy = 0$$
3. Найти решения уравнения неразрешенного относительно производной:  
$$y^{\frac{2}{3}} + (y')^{\frac{2}{3}} = 1$$

*Вариант 4*

1. Решить уравнение Лагранжа:  $y = xy'^2 - 2y'^3$
2. Найти общее решение уравнения допускающего понижение порядка:  
$$y''' = 2(y'' - 1) \operatorname{ctg} x$$
3. Решить задачу Коши для однородного уравнения с постоянными коэффициентами:  
$$y''' - 3y'' + 3y' - y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2, \quad y''(0) = 1$$

*Вариант 5*

- 1) Найти частное решение уравнения  
$$y''' + 9y' = 0, \quad y(0) = -1, \quad y''(0) = 0.$$
- 2) Найти общее решение неоднородного уравнения  
$$y'' - 3y' + 2y = (x^2 + x)e^{3x}.$$
- 3) Найти общее решение неоднородного уравнения  
$$y'' - 4y' + 4y = -e^{2x} \sin 6x$$

*Вариант 6*

- 1) Исследовать, являются ли функции  $y_1(x)=x+2$ ,  $y_2(x)=2x-1$  линейно независимыми.
- 2) Методом неопределенных коэффициентов найти решение уравнения:  
 $y''' + y = x^2 - x + 1$
- 3) Методом Лагранжа найти общее решение неоднородного уравнения

$$y'' + 3y' = \frac{9e^{3x}}{1 + e^{3x}},$$

- 4) Решить уравнение Эйлера:  $x^2 y'' - xy' - 3y = -\frac{16 \ln x}{x}$

*Вариант 7*

- 1) Найти общее решение уравнения  $x^2 y'' - 2xy' + 2y = 0$ , если известно его частное решение  $y_1 = x$ .
- 2) Решить задачу  $y'' - y' - 2y = 0$ ,  $y'(0) = 2$ ,  $y(+\infty) = 0$ .
- 3) Для краевой задачи построить функцию Грина  $y'' = f(x)$ ,  $y'(-1) = y(1) = 0$ ,  $-1 \leq x \leq 1$ .

*Вариант 8*

- 1) Найти общее решение уравнений  
 $y''' - y'' = 6x^2 + 3x$ ,  
 $x^2 y'' + 4xy' - 10y = -\frac{5}{x^3} + 2 \ln x$ .
- 2) По заданной ФСР, составить дифференциальное уравнение второго порядка  
 $y_1 = x^2$ ,  $y_2 = x^2 e^x$ .
- 3) Найти решение краевой задачи  
 $y'' - y' = 2e^{2x}$ ,  $y'(0) = 2$ ,  $y(1) = e^2$ .

*Вариант 9*

- 1) По заданной ФСР, составить дифференциальное уравнение второго порядка  
 $y_1 = \frac{1}{x}$ ,  $y_2 = xe^x$ .
- 2) Найти решение краевой задачи  
 $y'' - y = 2 \sin x$ ,  $y(0) = y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$ .
- 3) Построить функцию Грина для заданной краевой задачи  
$$\begin{cases} y'' = 0; \\ y(0) = y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0. \end{cases}$$

*Вариант 10*

Найти решение систем дифференциальных уравнений

$$1) \begin{cases} \dot{x} = 2x - y, \\ \dot{y} = 5x - 2y. \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} \dot{x} = 6x - 2y - z, \\ \dot{y} = -x + 5y - z, \\ \dot{z} = x - 2y + 4z. \end{cases} \quad k_1 = 3, \quad k_2 = 5, \quad k_3 = 7$$

$$3) \begin{cases} \dot{x} = x - 5y, \\ \dot{y} = -x - 3y \end{cases} \quad x(0) = -3, \quad y(0) = 3.$$

### Вариант 11

1) Решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = x + 5y, \\ \dot{y} = -x - 3y, \end{cases} \quad x(0) = -2, \quad y(0) = 1.$$

2) Согласно определению устойчивости по Ляпунову, исследовать на устойчивость решения следующей системы

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 13y, \\ \frac{dy}{dt} = \frac{1}{4}x - 2y, \end{cases} \quad x(0) = y(0) = 0$$

3) Пользуясь критерием Рауса-Гурвица, исследовать на устойчивость нулевое решение:

$$y^{(5)} + 14y^{(4)} + 73y''' + 178y'' + 214y' + 120y = 0.$$

### Вариант 12

1) Исследовать положение равновесия данной системы ДУ:

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - y, \\ \dot{y} = 4x - 3y. \end{cases}$$

2) Исследовать на устойчивость по первому приближению точку покоя (0,0) системы уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = x + 2y - \sin y^2, \\ \dot{y} = -x - 3y + x\left(e^{\frac{x^2}{2}} - 1\right). \end{cases}$$

3) Пользуясь критерием Рауса-Гурвица, исследовать на устойчивость нулевое решение:

$$4) y^{(5)} + 14y^{(4)} + 73y''' + 178y'' + 214y' + 120y = 0$$

**Контрольная работа.** Контрольная работа – письменная работа небольшого объема, предполагающая проверку знаний заданного к изучению материала и навыков его

практического применения. Проводится три раза в течение изучения дисциплины (семестр) в часы аудиторной работы. Не менее чем за 1 неделю до контрольной работы, преподаватель должен определить студентам исходные данные для подготовки: назвать разделы (темы, вопросы), по которым будут контрольные задания, теоретические источники (с точным указанием разделов, тем, статей) для подготовки.

Контрольные работы могут состоять из одного или нескольких заданий практического содержания. При выполнении контрольной работы пользоваться конспектами лекций, учебниками, задачками не разрешено. Длительность решения контрольных заданий составляет не более 90 минут.

**Критерии оценки.** Уровень знаний определяется баллами:

**6 баллов** - правильно выполнены все задания, продемонстрирован высокий уровень владения материалом, проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**5-4 балла** - правильно выполнена большая часть заданий, присутствуют незначительные ошибки, продемонстрирован хороший уровень владения материалом, проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**3-2 балла** - задания выполнены более чем наполовину, присутствуют серьезные ошибки, продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом, проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**1 балл** - дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса существенными ошибками в определениях.

**0 баллов** - при полном несоответствии всем критериям и отсутствии ответа.

### **3.4. Типовые тестовые задания по дисциплине «Дифференциальные уравнения» (контролируемые компетенции ОПК-1):**

#### **V1: Введение в теорию дифференциальных уравнений. Основные понятия**

I:

S: Отметьте правильный ответ

Если  $y = 2x - 3$ , то число произвольных постоянных в общем интеграле уравнения равно...

+: 1

-: 2

-: 5

-: 0

I:

S: Отметьте правильный ответ

Если  $y'' - y = 0$ , то число произвольных постоянных в частном решении равно...

-: 3

-: 1

+: 0

-: 2

I: ТЗ №3

S: Отметьте правильный ответ

Если  $3(y^2 y')^2 - 5y'^3 = y'' + x^3$ , то порядок уравнения равен...

+: 2

-: 3

-: 4

-: 1

I: ТЗ №4

S: Отметьте правильный ответ

Если  $y'^2 - (y')^3 = y^{2/3}$ , то порядок уравнения равен...

-: 2

-: 3

-: 2/3

+: 1

I: ТЗ №5

S: Отметьте правильный ответ

Если  $y'^3 + y^2 = xy'^2 \sqrt{y'}$ , то порядок уравнения равен

-: 3/2

-: 1/2

+: 1

-: 3

I: ТЗ №6

S: Отметьте правильный ответ

Если  $y^2 y'^2 - 3y'^3 = y'' + 2x$ , то порядок уравнения равен...

+: 2

-: 3

-: 4

-: 1

I:

S:

Отметьте правильный ответ

Если  $y'^2 - y'^3 = y^{2/3}$ , то порядок уравнения равен...

-: 2

-: 3

-: 2/3

+: 1

I:

S: Отметьте правильный ответ

Если  $y'^3 + y^2 = 2xy'^2 \sqrt{y'}$ , то порядок уравнения равен

-: 3/2

-: 1/2

+: 1

-: 3

I:

S: Отметьте правильный ответ

Если  $y^2 y'^2 - 7y'^3 = y'' + x$ , то порядок уравнения равен...

-: 4

-: 1

+: 2

-: 3

I:

S: Отметьте правильный ответ

Если  $3y'^2 - y'^3 = y^{2/3}$ , то порядок уравнения равен...

-: 2

-: 3

-:

+: 1

I:

S: Если  $y'^3 + y^2 = xy'^2 \sqrt{5y'}$ , то порядок уравнения равен

-: 3/2

-: 1/2

+: 1

-: 3

**V1: Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним**

I:

S: Функция  $y = (x + C)e^x$  является решением дифференциального уравнения...

-:  $y' - 2y = e^x$

-:  $y' - y = e^{x-1}$

+:  $y' - y = e^x$

-:  $2y' - y = e^x$

I:

S: Функция  $y = -\frac{2}{x^2}$  является решением дифференциального уравнения...

+:  $xy^2 dx - dy = 0$

-:  $xy^2 dx + dy = 0$

-:  $xy^2 dx - 2dy = 0$

-:  $xy^2 dx + 2dy = 0$

I:

S: Функция  $y = \ln \cos x$  является решением дифференциального уравнения...

-:  $y' = \operatorname{tg} x$

+:  $y' = -\operatorname{tg} x$

-:  $y' = -x \operatorname{tg} x$

-:  $y' = x \operatorname{tg} x$

I:

S: Функция  $y = C \sin x$  является решением дифференциального уравнения...

-:  $y' \operatorname{tg} x + xy = 0$

-:  $y' \sin x - y = 0$

+:  $y' \operatorname{tg} x - y = 0$

-:  $y' \operatorname{tg} x - \sin y = 0$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Дифференциальное уравнение  $(1 + y)dx - (1 - x)dy = 0$  является:

-: однородным уравнением;

+: уравнением с разделяющимися переменными;

-: уравнением в полных дифференциалах;

-: линейным уравнением.

I:

S: Отметьте правильный ответ

Дифференциальное уравнение  $\sqrt{1 - y^2} dx + y\sqrt{1 - x^2} dy = 0$  является:

-: однородным уравнением;

-: уравнением в полных дифференциалах;

-: линейным уравнением;

+: уравнением с разделяющимися переменными.

I:

S: Общее решение дифференциального уравнения  $y' - xy^2 = 0$  имеет вид:

$$+: y = -\frac{2}{C+x^2}$$

$$-: y = -\frac{1}{C+x^2}$$

$$-: y = \frac{2}{C+x^2}$$

$$-: y = \frac{1}{C+x^2}$$

I:

S: Решением уравнения  $\frac{dv}{dt} + v - 5 = 0$  является...

$$-: v = 5(t - e^{-t})$$

$$-: v = 5(1 - e^{-2t})$$

$$+: v = 5(1 - e^{-t})$$

$$-: v = 5(1 + e^{-t})$$

I:

S: Общим решением уравнения  $ydy - \frac{y^2}{x^2} dx = \frac{4dx}{x^2}$  является...

$$+: y^2 = Ce^{\frac{-2}{x}} - 4$$

$$-: y^2 = Ce^{-4}$$

$$-: y = x^2 + x + Ce^{x^2}$$

$$-: y = (x + C)^{-1}$$

I:

S: Общим решением уравнения  $ydy - \frac{y^2}{x^2} dx = \frac{dx}{x^2}$  является...

$$+: yx = Ce^{\frac{-2}{x}} - 1$$

$$+: y^2 = Ce^{\frac{-2}{x}} - 1$$

$$-: y = x^2 + x + Ce^{x^2}$$

$$-: y = (x + 2)^{-1}$$

I:

S: Решением уравнения  $2\frac{dv}{dt} + 3v - 4 = 0$  является...

$$-: v = \frac{4}{3} - e^{\frac{-3t}{2}}$$

$$+: v = \frac{4}{3}(1 - e^{\frac{-3t}{2}})$$

$$-: v = \frac{1}{3}(1 - e^{\frac{-3t}{2}})$$

$$-: v = \frac{4}{3}(1 - te^{\frac{-3t}{2}})$$

### V1: Однородные уравнения и приводящиеся к ним

I:

S: Общее решение дифференциального уравнения  $ydx + (x + y)dy = 0$  имеет вид...

$$+: y^2 + 2xy = C$$

$$-: y = \cos 2x + C$$

$$-: y = -2 \cos x + C$$

$$-: y^3 + 2xy = C$$

I:

S: Общее решение дифференциального уравнения  $y = xy' - xe^{\frac{y}{x}}$  имеет вид...

$$-: y^2 + 2xy = C$$

$$+: e^{-\frac{y}{x}} + \ln Cx = 0$$

$$-: y = -2 \cos x + C$$

$$-: y^3 + 2xy = C$$

I:

S: Общее решение дифференциального уравнения  $xy' = y + \sqrt{x^2 + y^2}$  имеет вид...

$$-: y^2 + 2xy = C$$

$$-: y = -2 \cos x + C$$

$$+: y = \frac{Cx^2}{2} - \frac{1}{2C}$$

$$-: y^3 + 2xy = C$$

I:

S: Общее решение дифференциального уравнения  $(3x^2 - y^2)y' = 2xy$  имеет вид...

$$-: y^2 + 2xy = C$$

$$-: y = -2 \cos x + C$$

$$- y = \frac{Cx^2}{2} - \frac{1}{2C}$$

$$+: y^2 - x^2 = Cy^3$$

I:

S: Однородным является уравнение...

$$-: (y + x^2)dx - 2xydy = 0$$

$$-: (y^2 + x^2)dx - x\sqrt{y}dy = 0$$

$$+: (x^2 + y^2)dx - 3xydy = 0$$

$$-: \frac{\sqrt{x}}{y} dx - y^2 x dy = 0$$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Дифференциальное уравнение  $(x-1)y' = y + x - 2$ ,  $y = y(x)$  является:

- + : однородным уравнением;
- : уравнением с разделяющимися переменными;
- : уравнением в полных дифференциалах;
- : уравнением Бернулли.

I:

S: Отметьте правильный ответ

Дифференциальное уравнение  $(x+y)dx + (x-y)dy = 0$ ,  $y = y(x)$  является:

- + : однородным уравнением;
- : уравнением с разделяющимися переменными;
- : уравнением в полных дифференциалах;
- : уравнением Бернулли.

I:

S: Отметьте правильный ответ

Дифференциальное уравнение  $(x^2 - y^2)y' = 2xy$ ,  $y = y(x)$  является:

- + : однородным уравнением первого порядка;
- : уравнением с разделяющимися переменными;
- : уравнением в полных дифференциалах;
- : уравнением Бернулли.

I:

S: Отметьте правильный ответ

Дифференциальное уравнение  $y' = \frac{x-y}{x-2y}$ ,  $y = y(x)$  является:

- + : однородным уравнением первого порядка;
- : уравнением с разделяющимися переменными;
- : уравнением в полных дифференциалах;
- : уравнением Бернулли.

I:

S: Отметьте правильный ответ

Дифференциальное уравнение  $y' = \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 + xy}$ ,  $y = y(x)$  является:

- + : однородным уравнением;
- : уравнением с разделяющимися переменными;
- : уравнением в полных дифференциалах;
- : уравнением Бернулли.

I:

S: Отметьте правильный ответ

Дифференциальным уравнением, приводящимся к однородному является...

$$- : y' = \frac{1}{a_2x + b_2x + C_2}$$

$$- : y' = \frac{a_1 + b_1 + C_1}{a_2x + b_2y + C_2}$$

$$- : y' = \frac{xy + C_1}{a_2x + b_2x + C_2}$$

$$+ : y' = \frac{a_1x + b_1y + C_1}{a_2x + b_2y + C_2}$$

**V1: Линейные уравнения первого порядка.**

I:

S: Отметьте правильный ответ

Линейным дифференциальным уравнением является...

$$- : y' = \frac{\cos x}{y}$$

$$- : y' \sin y = 1$$

$$+ : xy' - y = 6x^5$$

$$- : (2x + 1)y' = \sqrt{y}$$

I: ТЗ №104

S: Отметьте правильный ответ

Линейным дифференциальным уравнением является...

$$-: y' = \frac{\cos x}{y}$$

$$-: y' \sin y = 1$$

$$+: xy' + y = 3$$

$$-: (2x + 1)y' = \sqrt{y}$$

I: ТЗ №105

S: Отметьте правильный ответ

Линейным дифференциальным уравнением является...

$$-: y' = \frac{\cos x}{y}$$

$$-: y' \sin y = 1$$

$$+: xy' - 4y = x^4$$

$$-: (2x + 1)y' = \sqrt{y}$$

I: ТЗ №107

S: Отметьте правильный ответ

Общий интеграл уравнения  $y' - y \operatorname{ctg} x = \sin x$  имеет вид...

$$-: y = 2xc \sin x$$

$$-: y = (3c + x) \cos x$$

$$+: y = (x + c) \sin x$$

$$-: y - \sin x = cx$$

I: ТЗ №109

S: Отметьте правильный ответ

Линейным дифференциальным уравнением является...

$$\therefore y' = \frac{\cos x}{y}$$

$$\therefore y' \sin y = 1$$

$$+: xy' - 3y = x^5$$

$$\therefore (2x + 1)y' = \sqrt{y}$$

I: ТЗ №110

S: Общее решение дифференциального уравнения  $y' - 2xy = e^{x^2}$  имеет вид...

$$+: y = (x + C)e^{x^2}$$

$$\therefore y = (x + C)e^x$$

$$\therefore y = (x + C)e^{x^3}$$

$$\therefore y = (-x + C)e^{x^2}$$

I:

S: Общим решением уравнения  $y' + 2y = e^{2x}$  является...

$$\therefore y = ce^{-x} + x$$

$$+: y = ce^{-2x} + \frac{e^{2x}}{4}$$

$$\therefore y = ce^x + \frac{e^{6x}}{4}$$

$$\therefore y = cxe^{-x} + \frac{e^{6x}}{5}$$

I:

S: Общим решением уравнения  $y' + y = e^{7x}$  является...

$$\therefore y = ce^{-x} + x$$

$$+: y = ce^{-x} + \frac{e^{7x}}{8}$$

$$-: y = ce^x + \frac{e^{6x}}{2}$$

$$-: y = cxe^{-x} + \frac{e^{6x}}{7}$$

I:

S: Линейным дифференциальным уравнением является...

$$-: y' = \frac{\cos x}{y}$$

$$-: y' \sin y = 1$$

$$+: xy' - 3y = x^5$$

$$-: (2x + 1)y' = \sqrt{y}$$

I: ТЗ №113

S: Линейным дифференциальным уравнением является...

$$-: y' = \frac{\cos x}{y}$$

$$-: y' \sin y = 1$$

$$+: xy' + y - 3x^2 = 0$$

$$-: (2x + 1)y' = \sqrt{y}$$

I: ТЗ №117

S: Линейным дифференциальным уравнением является...

$$-: y' = \frac{\cos x}{y}$$

$$-: y' \sin y = 1$$

$$+: xy' + y = \frac{y^2}{2} \ln x$$

$$\therefore (x+1)y' - 2y = 0$$

I: ТЗ №118

S: Линейным дифференциальным уравнением является...

$$\therefore y' = \frac{\cos x}{y}$$

$$\therefore y' \sin y = 1$$

$$\therefore xy' + y = 0$$

$$+: y' + y \cos x = \sin 2x$$

I: ТЗ №119

S: Линейным дифференциальным уравнением является...

$$+: x \frac{dy}{dx} + y = 4x^3$$

$$\therefore y' \sin y = 1$$

$$\therefore xy' + y = 0$$

$$\therefore (x+1)y' - 2y = 0$$

I: ТЗ №120

S: Линейным дифференциальным уравнением является...

$$\therefore y' = \frac{\cos x}{y}$$

$$+: y' + \frac{x}{1-x^2} y = 2$$

$$\therefore xy' + y = 0$$

$$\therefore (x+1)y' - 2y = 0$$

I:

S: Общим решением уравнения  $y' + y = e^{6x}$  является...

$$-: y = ce^{-x} + x$$

$$+: y = ce^{-x} + \frac{e^{6x}}{7}$$

$$-: y = ce^x + \frac{e^{6x}}{2}$$

$$-: y = cxe^{-x} + \frac{e^{6x}}{7}$$

I:

S: Решением задачи  $xy' - 4y = x^2\sqrt{y}$ ,  $y|_{x=1} = 4$  является...

$$-: y = x(\ln\sqrt{x} + 2)^2$$

$$+: y = x^4(\ln\sqrt{x} + 2)^2$$

$$-: y = x^4(\ln\sqrt{x} + 2)$$

$$-: y = -(1 - x\sqrt{3\ln x})^{-1}$$

I: ТЗ №121

S: Линейным дифференциальным уравнением является...

$$-: y' = \frac{\cos x}{y}$$

$$+: xy' - y - x^3 = 0$$

$$-: xy' + y = 0$$

$$-: (x+1)y' - 2y = 0$$

I: ТЗ №122

S: Линейным дифференциальным уравнением является...

$$\therefore y' = \frac{\cos x}{y}$$

$$\therefore (xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0$$

$$+ : dx + (xy - y^3)dy = 0$$

$$\therefore (x+1)y' - 2y = 0$$

I: ТЗ №123

S: Линейным дифференциальным уравнением является...

$$\therefore y' = \frac{\cos x}{y}$$

$$\therefore (xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0$$

$$\therefore xy' + y = 0$$

$$+ : y' \sin x - y \cos x = 1$$

**V1: Уравнение Бернулли.**

S: Уравнением Бернулли является...

$$\therefore y' = \frac{\cos x}{y}$$

$$\therefore (xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0$$

$$\therefore xy' + y = 0$$

$$+ : y' + 2xy = 2xy^2$$

I: ТЗ №125

S: Уравнением Бернулли является...

$$+ : 2y' - y = \frac{1}{y} e^x$$

$$\therefore (xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0$$

$$\therefore xy' + y = 0$$

$$\therefore y' = \frac{\cos x}{y}$$

I: ТЗ №126

S: Уравнением Бернулли является...

$$\therefore (xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0$$

$$+ : (x^3 + e^y)y' = 3x^2$$

$$\therefore xy' + y = 0$$

$$\therefore y' = \frac{\cos x}{y}$$

I: ТЗ №127

S: Уравнением Бернулли является...

$$\therefore (xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0$$

$$\therefore (ye^x - 2x)dx + e^x dy = 0$$

$$+ : y' + 2xy = y^2 e^{x^2}$$

$$\therefore y' = \frac{\cos x}{y}$$

I: ТЗ №128

S: Уравнением Бернулли является...

$$\therefore (xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0$$

$$\therefore (ye^x - 2x)dx + e^x dy = 0$$

$$\therefore y' = \frac{\cos x}{y}$$

$$+ : y' - y \cos x = y^2 \cos x$$

I: ТЗ №129

S: Уравнением Бернулли является...

$$+ : (x^2 + y^2 + 1)dy + xydx = 0$$

$$-: (ye^x - 2x)dx + e^x dy = 0$$

$$-: y' = \frac{\cos x}{y}$$

$$-: (xy^2 + x)dx + (y - x^2y)dy = 0$$

I: ТЗ №130

S: Общим решением уравнения  $xy' - 2y = 2x^4$  является...

$$+: y = Cx^2 + x^4$$

$$-: y = Cx^2 - x^4$$

$$-: y = Cx + x^4$$

$$-: y = Cx^2 + x^3$$

**V1: Уравнения в полных дифференциалах.**

I: ТЗ №134

S: Отметьте правильный ответ

Дифференциальное уравнение  $(ye^x - 2x)dx + e^x dy = 0$ ,  $y = y(x)$  является:

-: однородным уравнением;

-: уравнением с разделяющимися переменными;

+: уравнением в полных дифференциалах;

-: уравнением Бернулли.

I: ТЗ №135

S: Отметьте правильный ответ

Уравнением в полных дифференциалах является...

$$-: (3x^2y^2 - 1)dx + ydy = 0$$

$$-: e^y x dx + (x - y)dy = 0$$

$$+: (3x^2y^2 + 10)dx + 2x^3ydy = 0$$

$$-: y \sin x dx - \cos y dy = 0$$

I: ТЗ №136

S: Отметьте правильный ответ

Уравнением в полных дифференциалах является...

-:  $(3x^2y^2 - 1)dx + ydy = 0$

-:  $e^y xdx + (x - y)dy = 0$

+:  $(3x^2y^2 + 4)dx + (2x^3y + 5)dy = 0$

-:  $y \sin x dx - \cos y dy = 0$

I: ТЗ №137

S: Отметьте правильный ответ

Если  $\frac{3x^2 + y^2}{y^2} dx - \frac{2x^3 + 5y}{y^3} dy = 0$ , то уравнение является...

-: линейным

-: однородным

-: с разделенными переменными

+: в полных дифференциалах

I: ТЗ №138

S: Отметьте правильный ответ

Уравнением в полных дифференциалах является...

-:  $(3x^2y^2 - 1)dx + ydy = 0$

-:  $e^y xdx + (x - y)dy = 0$

+:  $(3x^2y^2 + 4)dx + (2x^3y - 2)dy = 0$

-:  $y \sin x dx - \cos y dy = 0$

I: ТЗ №142

S: Отметьте правильный ответ

Если  $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$  и  $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$ , то это уравнение называется...

-: линейным

-: однородным

-: Клеро

+: в полных дифференциалах

I: ТЗ №144

S: Уравнением в полных дифференциалах является...

-:  $(3x^2y^2 - 1)dx + ydy = 0$

-:  $e^y xdx + (x - y)dy = 0$

+:  $(x \cos 2y - 3)dx + x^2 \sin 2y dy = 0$

-:  $y \sin x dx - \cos y dy = 0$

I: ТЗ №145

S: Уравнением в полных дифференциалах является...

-:  $(3x^2y^2 - 1)dx + ydy = 0$

-:  $e^y xdx + (x - y)dy = 0$

-:  $y \sin x dx - \cos y dy = 0$

+:  $(3x - 5x^2y^2)dx + \left(3y^2 - \frac{10}{3}x^3y\right)dy = 0$

I: ТЗ №146

S: Уравнением в полных дифференциалах является...

+:  $(2x + ye^{xy})dx + (1 + xe^{xy})dy = 0$

$$\therefore e^y x dx + (x - y) dy = 0$$

$$\therefore y \sin x dx - \cos y dy = 0$$

$$\therefore (3x^2 y^2 - 1) dx + y dy = 0$$

I: ТЗ №148

S: Уравнением в полных дифференциалах является...

$$\therefore e^y x dx + (x - y) dy = 0$$

$$\therefore y \sin x dx - \cos y dy = 0$$

$$+: \sin(x + y) dx + x \cos(x + y) (dx + dy) = 0$$

$$\therefore (3x^2 y^2 - 1) dx + y dy = 0$$

I: ТЗ №154

S: Общее решение дифференциального уравнения в полных дифференциалах  $(2 - 9xy^2) dx + (4y^2 - 6x^3) dy = 0$  имеет вид...

$$\therefore x - 3x^2 y^2 + y^4 = C$$

$$+: x^2 - 3x^3 y^2 + y^3 = C$$

$$\therefore x^2 - x^3 y^2 + y^4 = C$$

$$\therefore x^2 - x^3 y^2 - y^4 = C$$

**V1: Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной**

I: ТЗ №157

S: Общее решение дифференциального уравнения  $4(y')^2 - 9x = 0$  имеет вид...

$$+: (y - C)^2 = x^3$$

$$\therefore (y - C)^2 = x$$

$$\therefore (y + C)^3 = x^3$$

$$\therefore (y - C)^2 = 2x^3$$

I: ТЗ №159

S: Общее решение дифференциального уравнения  $(y')^2 - 2xy' - 8x^2 = 0$  имеет вид...

$$\therefore y = 2x + C, y = -x^2 + C$$

$$\therefore y = x^2 + C, y = -x + C$$

$$+: y = 2x^2 + C, y = -x^2 + C$$

$$\therefore y = x + C, y = x^2 + C$$

I: ТЗ №160

S: Общее решение дифференциального уравнения  $x^2(y')^2 + 3xyy' + 2y^2 = 0$  имеет вид...

$$\therefore xy = C, x^2y^4 = C$$

$$\therefore y = C, xy = C$$

$$\therefore y = C, x^2y = C$$

$$+: xy = C, x^2y = C$$

I: ТЗ №163

S: Общее решение дифференциального уравнения  $(y')^2 - 4xy' + 2y + 2x^2 = 0$  имеет вид...

$$\therefore y = Cx + \frac{1}{2}(x^2 + C^2), y = x$$

$$\therefore y = Cx + \frac{1}{9}(x^2 - C^2), y = 3x^2$$

$$+: y = Cx + \frac{1}{2}(x^2 - C^2), y = x^2$$

$$\therefore y = -Cx + \frac{1}{2}(x^2 - C^2), y = -x^2$$

I: ТЗ №164

S: Решение в параметрическом виде дифференциального уравнения  $y = (y')^2 e^{y'}$  имеет вид...

$$\therefore \begin{cases} x = 3(p+1) + C, \\ y = p^2 e^p, y = 0 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x = e^{-p}(p+1) + C, \\ y = p^2 e^{-p}, y = 0 \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x = e^{2p}(p+1) + C, \\ y = p e^p, y = 0 \end{cases}$$

$$+ \begin{cases} x = e^p(p+1) + C, \\ y = p^2 e^p, y = 0 \end{cases}$$

I: ТЗ №165

S: Общее решение дифференциального уравнения  $y'^2 - y^2 = 0$  имеет вид...

$$+ : y = C e^{\pm x}$$

$$\therefore y^2 = C e^{\pm x}$$

$$\therefore 3y = C e^{\pm x}$$

$$\therefore -y^2 = C e^{\pm x}$$

I: ТЗ №166

S: Общее решение дифференциального уравнения  $8y'^3 = 27y$  имеет вид...

$$-: y = (x + C)^3, y = 0$$

$$+: y^2 = (x + C)^3, y = 0$$

$$-: y^2 = x + C, y = 0$$

$$-: y^2 = (-x + C)^3, y = 0$$

I: ТЗ №168

S: Общее решение дифференциального уравнения  $y'^2 - 4y^3 = 0$  имеет вид...

$$-: y(x + C)^2 = 5, y = 0$$

$$-: y(x + C)^3 = 1, y = 0$$

$$+: y(x + C)^2 = 1, y = 0$$

$$-: -y(x + C)^2 = 1, y = 0$$

I: ТЗ №171

S: Общее решение дифференциального уравнения  $y = xy' - y'^2$  имеет вид...

$$-: y = x - C^2, 4y = x^2$$

$$-: y = Cx - C^2, y = x^2$$

$$+: y = Cx - C^2, 4y = x^2$$

$$-: y = x - C^2, y = x^2$$

**V1: Уравнения допускающие понижение порядка**

I: ТЗ №174

S: Общее решение дифференциального уравнения  $y'' - y' \operatorname{ctg} x = 2x \sin x$  имеет вид

$$-: y = xC_1 \cos x + 2x \sin x + \sin x + C_2$$

$$+: y = -(x^2 + C_1) \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + C_2$$

$$\therefore y = -(x^3 + C_1)\sin x + 2\sin x + 2\cos x + C_2$$

$$\therefore y = -(x + C_1)\sin x + 2\cos x + 4x\sin x + C_2$$

I: ТЗ №175

S: Общее решение дифференциального уравнения  $xy'' = y'$  имеет вид

$$+: y = x^2C_1 + C_2$$

$$\therefore y = (x^2 + 8x)C_1 + C_2x$$

$$\therefore y = (x^2 + 8)C_1 + 8C_2x$$

$$\therefore y = -x + C_1 + C_2x$$

I: ТЗ №176

S: Общее решение дифференциального уравнения  $xy'' + y' = 0$  имеет вид

$$\therefore y = x^2C_1 + C_2$$

$$\therefore y = \ln|x|C_1 + C_2x^2$$

$$+: y = \ln|x|C_1 + C_2$$

$$\therefore y = -x + C_1 + C_2x$$

I: ТЗ №177

S: Общее решение дифференциального уравнения  $xy'' = (1 + 2x^2)y'$  имеет вид

$$\therefore y = x^2C_1 + e^xC_2$$

$$\therefore y = C_1e^{x^2} + e^xC_2$$

$$\therefore y = x^2C_1 + C_2x$$

$$+: y = C_1e^{x^2} + C_2$$

I: ТЗ №178

S: Общее решение дифференциального уравнения  $xy'' = y' + x^2$  имеет вид

$$\therefore y = x^2C_1 + e^xC_2$$

$$+: y = \frac{x^3}{3} + C_1x^2 + C_2$$

$$-: y = (x^2 + 3)C_1 + C_2x$$

$$-: y = C_1e^{x^2} + C_2$$

I: ТЗ №179

S: Общее решение дифференциального уравнения  $x \ln x \cdot y'' = y'$  имеет вид

$$-: y = C_1x^2 + C_2$$

$$-: y = \ln|x|C_1 + C_2x^2$$

$$+: y = (\ln x - 1)xC_1 + C_2$$

$$-: y = -x + C_1 + C_2x$$

I: ТЗ №180

S: Общее решение дифференциального уравнения  $xy''' - y'' = 0$  имеет вид

$$-: y = x^2C_1 + C_2 + C_3$$

$$-: y = x^2C_1 + 3C_2x + C_3$$

$$+: y = x^3C_1 + C_2x + C_3$$

$$-: y = x^3C_1 + C_2x^2 + C_3$$

I: ТЗ №185

S: Если  $y'' = 4 \cos 2x$ ,  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 0$ , то решение имеет вид

$$-: y = \sin 2x$$

$$+: y = 1 - \cos 2x$$

$$-: y = 2 \cos 2x$$

$$-: y = 2 + 2 \cos 2x$$

I: ТЗ №190

S: Если  $y''' = x$ , то решение имеет вид

$$\therefore y = C_1 \frac{x^3}{3} + C_2$$

$$\therefore y = C_1 \frac{x^3}{4} + C_2 \frac{x^2}{2}$$

$$+: y = \frac{x^4}{24} + C_1 \frac{x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

$$\therefore y = x^4 + C_1 \frac{x^3}{3} + C_2 \frac{x^2}{2} + C_3$$

I: ТЗ №191

S: Если  $2xy'' = y'$ , то общее решение равно

$$\therefore y = C_1 x^2 + C_2 \sqrt{x}$$

$$\therefore y = C_1 e^x + C_2 x$$

$$+: y = C_1 x^{3/2} + C_2$$

$$\therefore y = C_1 x^{1/2} + C_2$$

**V1: Линейная независимость функций. Определитель Вронского**

I: ТЗ №273

S: Если даны функции 1, 2,  $x^2$ , то определитель Вронского равен...

$$\therefore -1$$

$$\therefore 2$$

$$+: 0$$

$$\therefore 1$$

I: ТЗ №274

S: Определитель Вронского для дифференциального уравнения  $y'' - y' - 6y = 0$  равен...

$$+: Ce^x$$

$$\therefore Ce^{-x}$$

$$\therefore C$$

$$-: Ce^{3x}$$

I: ТЗ №276

S: Определитель Вронского для дифференциального уравнения  $y'' + y = 0$  равен...

$$+: C$$

$$-: Ce^{-x}$$

$$-: Ce^x$$

$$-: Ce^{2x}$$

I: ТЗ №275

S: Определитель Вронского для дифференциального уравнения  $y'' - 2y' = 0$  равен:

$$-: Ce^{-2x}$$

$$-: Ce^x$$

$$+: Ce^{2x}$$

$$-: Ce^{3x}$$

I: ТЗ №301

S: Определитель Вронского для дифференциального уравнения  $y'' + 4y' - 5y = 0$  равен:

$$-: Ce^{4x}$$

$$+: Ce^{-4x}$$

$$-: Ce^{6x}$$

$$-: Ce^{-6x}$$

I: ТЗ №303

S: Определитель Вронского для дифференциального уравнения  $y'' + 2y' + y = 0$  равен:

$$-: Ce^x$$

$$-: Ce^{-x}$$

$$-: Ce^{2x}$$

$$+: Ce^{-2x}$$

I: ТЗ №305

S: Определитель Вронского для системы функции  $1, x$  равен:

$$+: 1$$

$$-: 0$$

$$-: -1$$

$$-: 3$$

I: ТЗ №306

S: Определитель Вронского для системы функции  $x, \frac{1}{x}$  равен:

$$-: -\frac{1}{x}$$

$$+: -\frac{2}{x}$$

$$-: \frac{2}{x}$$

$$-: \frac{1}{x}$$

I: ТЗ №307

S: Определитель Вронского для системы функции  $1, 2, x$  равен:

$$-: -\frac{2}{x}$$

$$-: \frac{2}{x}$$

$$+: 0$$

$$-: 1$$

I: ТЗ №308

S: Определитель Вронского для системы функции  $e^{-x}, xe^{-x}$  равен:

$$\therefore e^{2x}$$

$$\therefore -2e^{-2x}$$

$$\therefore 0$$

$$+: e^{-2x}$$

I: ТЗ №312

S: Определитель Вронского для системы функции  $\cos x, \sin x$  равен:

$$\therefore 0$$

$$\therefore \cos x$$

$$\therefore \sin x$$

$$+: 1$$

### **V1: Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами**

I: ТЗ №342

S: Если  $k_1 = 0, k_2 = k_3 = 3$  - корни характеристического уравнения, то общее решение линейного однородного дифференциального уравнения имеет вид:

$$\therefore y = C_1x + C_2x^2 + C_3x^3$$

$$+: y = C_1 + C_2e^{3x} + C_3xe^{3x}$$

$$\therefore y = C_1x + C_2 \sin 3x + C_3 \cos 3x$$

$$\therefore y = C_1 + C_2 \sin 3x$$

I: ТЗ №343

S: Если  $k_1 = 0, k_{2,3} = \pm 2i$  - корни характеристического уравнения, то общее решение линейного однородного дифференциального уравнения имеет вид...

$$\therefore y = C_1x + C_2e^{2x} + C_3xe^{-2x}$$

$$\therefore y = C_1 + C_2 \sin x + C_3 \cos x$$

$$+: y = C_1 + C_2 \sin 2x + C_3 \cos 2x$$

$$\therefore y = C_1x + C_2x^2 + C_3x^3$$

I: ТЗ №344

S: Если  $k_1 = k_2 = 0, k_3 = 4$  - корни характеристического уравнения, то общее решение линейного однородного дифференциального уравнения имеет вид...

$$\therefore y = C_1 + C_2 x + C_3 \sin 4x$$

$$+: y = C_1 + C_2 x + C_3 e^{4x}$$

$$\therefore y = C_1 + C_2 x \sin x + C_3 x \cos x$$

$$\therefore y = C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^3$$

I: ТЗ №345

S: Если  $k_{1,2} = 3 \pm i, k_3 = 1$  - корни характеристического уравнения, то общее решение линейного однородного дифференциального уравнения имеет вид...

$$\therefore y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x + C_3$$

$$\therefore y = 3C_1 \cos x - 3C_2 \sin x + C_3$$

$$+: y = e^{3x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x) + C_3 e^x$$

$$\therefore y = e^{3x} C_1 \cos x + C_2 e^x \sin x$$

I: ТЗ №347

S: Если  $k_{1,2} = \pm 3i, k_{3,4} = \pm i$  - корни характеристического уравнения, то общее решение линейного однородного дифференциального уравнения имеет вид...

$$\therefore y = C_1 e^{3x} + C_2 e^x$$

$$+: y = C_1 \sin 3x + C_2 \cos 3x + C_3 \sin x + C_4 \cos x$$

$$\therefore y = C_1 \sin 3x + C_2 e^x$$

$$\therefore y = C_1 x^3 + C_2 x^4$$

I: ТЗ №357

S: Если  $y''' - 3y'' + 4y' = 0$ , то сумма корней характеристического уравнения равна...

$$\therefore 2$$

$$\therefore \sqrt{5}$$

$$+: 3$$

$$\therefore 2$$

I: ТЗ №358

S: Функция  $y = C_1 \sin x + C_2 \cos x$  является общим решением уравнения...

$$-: y'' + 5y' = 0$$

$$+: y'' + y = 0$$

$$-: y'' + \sin x = 0$$

$$-: y'' - y' = 2$$

I: ТЗ №359

S: Если  $y'' - y' - 2y = 0$ , то общее решение уравнение имеет вид...

$$-: y = C_1 e^x + C_2 e^{-x}$$

$$-: y = C_1 \cos x + C_2 \sin x$$

$$+: y = C_1 e^{-x} + C_2 x e^{2x}$$

$$-: y = C_1 e^x + C_2 x e^x$$

I: ТЗ №360

S: Если  $y'' + 4y' + 5y = 0$ , то сумма корней характеристического уравнения равна...

$$-: 2$$

$$-: -3$$

$$+: -4$$

$$-: -1$$

I: ТЗ №361

S: Если  $y'' - 4y' + 13y = 0$ , то общее решение уравнения имеет вид...

$$-: y = (C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)e^x$$

$$+: y = e^{2x}(C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$$

$$-: y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{3x}$$

$$-: y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{13x}$$

I: ТЗ №363

S: Если  $3y'' - 2y' - 8y = 0$ , то общее решение уравнения имеет вид...

$$-: y = (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)e^{2x}$$

$$\therefore y = C_1 e^x + C_2 e^{3x}$$

$$+: y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{-4x/3}$$

$$\therefore y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{3x}$$

I: ТЗ №366

S: Если  $4y'' - 8y' + 5y = 0$ , то общее решение уравнения имеет вид...

$$\therefore y = C_1 e^{\frac{x}{2}} + C_2 e^{-\frac{x}{2}}$$

$$+: y = \left( C_1 \cos \frac{x}{2} + C_2 \sin \frac{x}{2} \right) e^x$$

$$\therefore y = C_1 e^{\frac{x}{2}} + C_2 x e^{\frac{x}{2}}$$

$$\therefore y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}$$

**V1: Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами**

I: ТЗ №367

S: Если  $k_1 = 1, k_2 = 2$  - корни характеристического уравнения, а  $f(x) = 2x^2 + 3x + 4$  - правая часть линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, то его частное решение имеет вид...

$$+: y = ax^2 + bx + c$$

$$\therefore y = ax^2 + bx$$

$$\therefore y = a \sin x$$

$$\therefore y = ax + b$$

I: ТЗ №368

S: Если  $k_1 = 0, k_2 = 2$  - корни характеристического уравнения, а  $f(x) = -x^2 + 2x$  - правая часть линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, то его частное решение имеет вид...

$$\therefore y = ax^2 + bx + c$$

$$\therefore y = a \cos x + b \sin x$$

$$+: y = x(ax^2 + bx + c)$$

$$-: y = ax^2 + bx$$

I: ТЗ №369

S: Если  $k_1 = k_2 = 0$  - корни характеристического уравнения, а  $f(x) = x^2 - 4$  - правая часть линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, то его частное решение имеет вид...

$$-: y = ax + b$$

$$+: y = x^2(ax^2 + bx + c)$$

$$-: y = e^x(ax + b)$$

$$-: y = x^2 e^x$$

I: ТЗ №370

S: Если  $k_1 = 1, k_2 = 2$  - корни характеристического уравнения, а  $f(x) = e^{-x}(ax + b)$  - правая часть линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, то его частное решение имеет вид...

$$+: y = e^{-x}(ax + b)$$

$$-: y = e^{-x}x(ax + b)$$

$$-: y = Ae^x$$

$$-: y = e^x(ax + b)$$

I: ТЗ №371

S: Если  $k_1 = i, k_2 = -i$  - корни характеристического уравнения, а  $f(x) = \sin x + \cos x$  - правая часть линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, то его частное решение имеет вид...

$$-: y = e^x(ax + b)$$

$$-: y = ax^2 + bx + c$$

$$+: y = x(a \sin x + b \cos x)$$

$$-: y = a \sin x + b \cos x$$

I: ТЗ №372

S: Если  $k_1 = k_2 = k_3 = 0$  - корни характеристического уравнения, а  $f(x) = -x^2 + 2$  - правая часть линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, то его частное решение имеет вид...

$$-: y = ax + b$$

$$-: y = e^x(ax + b)$$

$$+: y = x^3(ax^2 + bx + c)$$

$$-: y = x^3(ax^2 + b)$$

I: ТЗ №373

S: Если  $k_1 = k_2 = 1$  - корни характеристического уравнения, а  $f(x) = xe^x$  - правая часть линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, то его частное решение имеет вид...

$$-: y = e^x ax$$

$$-: y = e^x \sin x$$

$$+: y = x^2 e^x(ax + b)$$

$$-: y = xe^x$$

I: ТЗ №374

S: Если  $k_{1,2} = 3 \pm 2i$  - корни характеристического уравнения, а  $f(x) = e^{3x} \sin 2x$  - правая часть линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, то его частное решение имеет вид...

$$-: y = e^{3x}(a \sin 2x + b \cos 2x)$$

$$-: y = ae^{3x} \sin 2x$$

$$+: y = xe^{3x}(a \sin 2x + b \cos 2x)$$

$$-: y = x^2 e^{3x}(a \sin 2x + b \cos 2x)$$

I: ТЗ №375

S: Если  $k_{1,2} = \pm 2i$  - корни характеристического уравнения, а  $f(x) = 2 \cos 2x$  - правая часть линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, то его частное решение имеет вид...

$$-: y = a \cos 2x$$

$$\therefore y = a \cos 2x + b \sin 2x$$

$$+ : y = x(a \cos 2x + b \sin 2x)$$

$$\therefore y = x^2 \cos 2x$$

I: ТЗ №376

S: Если  $y'' - 5y' + y = x$ , то частное решение имеет вид...

$$\therefore y = A + Bx + Cx^2$$

$$+ : y = A + Bx$$

$$\therefore y = A + Bx^2$$

$$\therefore y = A + Be^x$$

I: ТЗ №377

S: Если  $y'' - 6y' + 9y = 25e^x \sin x$ , то частное решение имеет вид...

$$\therefore y = e^x(C_1 \sin 3x + C_2 \cos 3x)$$

$$\therefore y = e^x C \sin x$$

$$+ : y = e^x(C_1 \sin x + C_2 \cos x)$$

$$\therefore y = e^{3x}(C_1 \sin 3x + C_2 \cos 3x)$$

I: ТЗ №378

S: Если  $y'' + y = x \cos x$ , то общее решение имеет вид...

$$\therefore y = C_1 e^x + C_2 e^{-x}$$

$$\therefore y = C_1 e^x + C_2 \sin x$$

$$+ : y = C_1 \cos x + C_2 x \cos x$$

$$\therefore y = C_1 e^x + C_2 x \cos x$$

I: ТЗ №379

S: Если  $y''' - y'' = 12x^2 + 6x$ , то общее решение имеет вид...

$$-: y = C_1x + C_2x^2 + C_3e^x$$

$$-: y = C_1 + C_2x + C_3xe^x$$

$$+: y = C_1 + C_2x + C_3e^{-x}$$

$$-: y = C_1x + C_2 \cos x + C_3 \sin x$$

I: ТЗ №380

S: Если  $y'' + y' - 2y = 6x^2$ , то частное решение уравнения имеет вид...

$$-: y = \cos x + x \sin x$$

$$-: y = e^x + x$$

$$+: y = Ax^2 + Bx + C$$

$$-: y = x(Ax^2 + Bx + C)$$

I: ТЗ №403

S: Для дифференциального уравнения  $y'' + 25y = \cos 5x$  частное решение имеет вид:

$$-: y_{ч.н.} = C_1 \cos 5x + C_2 \sin 5x$$

$$+: y_{ч.н.} = x(C_1 \cos 5x + C_2 \sin 5x)$$

$$-: y_{ч.н.} = e^x(C_1 \cos 5x + C_2 \sin 5x)$$

$$-: y_{ч.н.} = e^{5x}(C_1 + C_2x)$$

I: ТЗ №404

S: Для дифференциального уравнения  $y'' + y = \sin x - \cos x$  частное решение имеет вид:

$$-: y_{ч.н.} = C_1 \cos x + C_2 \sin x$$

$$-: y_{ч.н.} = e^x(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$$

$$+: y_{ч.н.} = x(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$$

$$\therefore y_{\text{ч.н.}} = e^x(C_1 + C_2x)$$

I: ТЗ №405

S: Для дифференциального уравнения  $y'' - 10y' + 25y = e^{5x}$  частное решение имеет вид:

$$\therefore y_{\text{ч.н.}} = C_1 \cos 5x + C_2 \sin 5x$$

$$\therefore y_{\text{ч.н.}} = e^{5x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$$

$$\therefore y_{\text{ч.н.}} = e^{5x}(C_1 + C_2x)$$

$$+: y_{\text{ч.н.}} = Cx^2e^{5x}$$

### **V1: Уравнения Эйлера**

I: ТЗ №410

S: Решением уравнения  $x^2y'' \ln x - xy' + y = 0$  является функция:

$$\therefore y = xe^{x^2}$$

$$\therefore y = x(\ln x + 1)$$

$$\therefore y = x \ln x$$

$$+: y = 2(\ln x + 1)$$

I: ТЗ №418

S: Уравнением Эйлера является...

$$\therefore x^2y' + 2xy'' = 9$$

$$+: x^2y'' + 2xy' - 8y = 0$$

$$\therefore xy'' + \sqrt{x}y' + y = 0$$

$$\therefore x^2y'' - y = 0$$

I: ТЗ №419

S: Частные решения уравнения Эйлера ищут в виде...

$$\therefore y = \sin kx$$

$$+: y = x^k$$

$$\therefore y = \ln(x + k)$$

$$\therefore y = \sqrt[k]{\ln x}$$

I: ТЗ №420

S: Если  $x^2 y'' + 2xy' - 6y = 0$ , то общее решение имеет вид. . .

$$\therefore y = C_1 x^3 + C_2 x^2$$

$$\therefore y = x + \frac{1}{x}$$

$$+: y = C_1 x^{-3} + C_2 x^2$$

$$\therefore y = \frac{C_1}{x} + \frac{C_2}{x^2}$$

I: ТЗ №421

S: Если  $x^2 y'' - 4xy' + 6y = 0$ , то это уравнение...

-: Бернулли

+: Эйлера

-: Клеро

-: Лагранжа

-: с разделяющимися переменными

I: ТЗ №422

S: Если  $x^2 y'' - xy' - 3y = 0$ , то общее решение имеет вид...

$$\therefore y = \frac{C_1}{x} + C_2 x$$

$$\therefore y = C_1 x^2 + C_2 x$$

+:  $y = C_1x^3 + C_2x^{-1}$

-:  $y = C_1x^{-3} + C_2x$

I: ТЗ №423

S: Дифференциальное уравнение  $x^2y'' + xy' - y = 0$  является уравнением...

-: Бернулли

+: Эйлера

-: Клеро

-: Лагранжа

I: ТЗ №424

S: Дифференциальное уравнение  $x^2y'' + 3xy' + y = 0$  является уравнением...

-: Бернулли

-: Клеро

+: Эйлера

-: Лагранжа

I: ТЗ №427

S: Дифференциальное уравнение  $(x + 2)^2y'' + 3(x + 2)y' - 3y = 0$  является уравнением...

-: Бернулли

+: Эйлера

-: Клеро

-: Лагранжа

I: ТЗ №431

S: Общее решение однородного уравнения Эйлера  $x^2y'' + xy' - y = 0$  имеет вид:

+:  $y = C_1x + \frac{C_2}{x}$

-:  $y = C_1 + \frac{C_2}{x}$

$$\therefore y = C_1 x^2 + \frac{C_2}{x}$$

$$\therefore y = C_1 x + \frac{C_2}{x^2}$$

I: ТЗ №432

S: Общее решение однородного уравнения Эйлера  $x^2 y'' + 3xy' + y = 0$  имеет вид:

$$\therefore y = C_1 + \frac{C_2}{x}$$

$$+: y = \frac{1}{x}(C_1 + C_2 \ln x)$$

$$\therefore y = \frac{1}{x} \left( C_1 + C_2 \ln \frac{x}{2} \right)$$

$$\therefore y = C_1 x + \frac{C_2}{x^2}$$

I: ТЗ №433

S: Общее решение однородного уравнения Эйлера  $xy'' + y' = 0$  имеет вид:

$$\therefore y = C_1 + \frac{C_2}{x}$$

$$+: y = C_1 + C_2 \ln x$$

$$\therefore y = \frac{1}{x} \left( C_1 + C_2 \ln \frac{x}{2} \right)$$

$$\therefore y = C_1 x + \frac{C_2}{x^2}$$

### **V1: Линейные уравнения с переменными коэффициентами**

I: ТЗ №434

S: Уравнение вида  $\sec xy'' + y' = 0$  является...

+: линейным с переменными коэффициентами

-: линейным с постоянными коэффициентами

- : нелинейным с постоянными коэффициентами
- : нелинейным с переменными коэффициентами

I: ТЗ №435

S: Уравнение вида  $y'' + (\ln x)y' + xy = 0$  является...

- +: линейным с переменными коэффициентами
- : линейным с постоянными коэффициентами
- : нелинейным с постоянными коэффициентами
- : нелинейным с переменными коэффициентами

I: ТЗ №436

S: Уравнение вида  $\sin xy'' + y' + x^2y = 0$  является...

- +: линейным с переменными коэффициентами
- : линейным с постоянными коэффициентами
- : нелинейным с постоянными коэффициентами
- : нелинейным с переменными коэффициентами

I: ТЗ №437

S: Уравнение вида  $y = 2xy' + \ln y'$  является...

- : линейным с постоянными коэффициентами
- +: линейным с переменными коэффициентами
- : нелинейным с постоянными коэффициентами
- : нелинейным с переменными коэффициентами

I: ТЗ №438

S: Уравнение вида  $y = x(1 + y') + (y')^2$  является...

- : линейным с переменными коэффициентами
- : линейным с постоянными коэффициентами
- : нелинейным с постоянными коэффициентами
- +: нелинейным с переменными коэффициентами

I: ТЗ №447

S: Уравнение вида  $y' - y^2 + 4e^x y = e^{2x} + e^x$  является...

- : линейным с постоянными коэффициентами
- : линейным с переменными коэффициентами
- : нелинейным с постоянными коэффициентами
- +: нелинейным с переменными коэффициентами

**V1: Фазовая плоскость, фазовые траектории. Особые точки дифференциальных уравнений.**

I: ТЗ №462

S: Точка покоя системы дифференциальных уравнений  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x + 2y, \\ \frac{dy}{dt} = x + y \end{cases}$  является:

- +: седлом
- : неустойчивым узлом
- : устойчивым узлом
- : устойчивым фокусом

I: ТЗ №463

S: Точка покоя системы дифференциальных уравнений  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x + 3y, \\ \frac{dy}{dt} = -x + y \end{cases}$  является:

- +: центром
- : неустойчивым фокусом
- : устойчивым фокусом
- : устойчивым узлом

I: ТЗ №464

S: Точка покоя системы дифференциальных уравнений  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -2x - y, \\ \frac{dy}{dt} = 3x - y \end{cases}$  является:

+: устойчивым фокусом

-: центром

-: неустойчивым фокусом

-: неустойчивым узлом

I: ТЗ №466

S: Точка покоя системы дифференциальных уравнений  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x - y, \\ \frac{dy}{dt} = x + y \end{cases}$  является:

+: неустойчивым узлом

-: устойчивым фокусом

-: устойчивым узлом

-: неустойчивым фокусом

I: ТЗ №467

S: Точка покоя системы дифференциальных уравнений  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x, \\ \frac{dy}{dt} = 3y \end{cases}$  является:

+: неустойчивым узлом

-: устойчивым фокусом

-: устойчивым узлом

-: неустойчивым фокусом

I: ТЗ №468

S: Точка покоя системы дифференциальных уравнений  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x + 8y, \\ \frac{dy}{dt} = x + y \end{cases}$  является:

+: седлом

-: устойчивым узлом

-: неустойчивым узлом

-: центром

I: ТЗ №469

S: Точка покоя системы дифференциальных уравнений  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 2y, \\ \frac{dy}{dt} = x - y \end{cases}$  является:

+: центром

-: устойчивым фокусом

-: неустойчивым фокусом

-: седлом

I: ТЗ №470

S: Точка покоя системы дифференциальных уравнений  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x - 4y, \\ \frac{dy}{dt} = x + y \end{cases}$  является:

+: неустойчивым фокусом

-: устойчивым фокусом

-: центром

-: седлом

I: ТЗ №471

S: Точка покоя системы дифференциальных уравнений  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + y, \\ \frac{dy}{dt} = -4x - y \end{cases}$  является:

+ : неустойчивым узлом

- : центром

- : устойчивым узлом

- : седлом

I: ТЗ №472

S: Точка покоя системы дифференциальных уравнений  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x - y, \\ \frac{dy}{dt} = 2x + y \end{cases}$  является:

+ : неустойчивым узлом

- : центром

- : устойчивым узлом

- : седлом

I: ТЗ №473

S: Точка покоя системы дифференциальных уравнений  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x + 6y, \\ \frac{dy}{dt} = 4x + 2y \end{cases}$  является:

+ : седлом

- : неустойчивым узлом

- : устойчивым узлом

- : центром

I: ТЗ №474

S: Точка покоя системы дифференциальных уравнений  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -7x + 5y, \\ \frac{dy}{dt} = 4x - 8y \end{cases}$  является:

+: устойчивым узлом

-: седлом

-: неустойчивым узлом

-: центром

I: ТЗ №475

S: Точка покоя системы дифференциальных уравнений  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x - 5y, \\ \frac{dy}{dt} = -7x - 3y \end{cases}$  является:

+: седлом

-: неустойчивым узлом

-: устойчивым узлом

-: центром

I: ТЗ №476

S: Точка покоя системы дифференциальных уравнений  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -x + 5y, \\ \frac{dy}{dt} = x + 3y \end{cases}$  является:

+: седлом

-: центром

-: устойчивым узлом

-: неустойчивым узлом

I: ТЗ №477

S: Точка покоя системы дифференциальных уравнений  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -5x - 4y, \\ \frac{dy}{dt} = -2x - 3y \end{cases}$  является:

+ : устойчивым узлом

- : седлом

- : неустойчивым узлом

- : центром

**V1: Краевые задачи для дифференциальных уравнений первого и второго порядка**

I: ТЗ №219

S: Решением краевой задачи  $y'' = xy' + y + 1, y(0) = 1, y'(0) = 0$  является

+ :  $y = 2e^{\frac{x^2}{2}} - 1$

- :  $y = e^{\frac{x^2}{2}} - x$

- :  $y = xe^{\frac{x^2}{2}} - 1$

- :  $y = e^x - x$

I: ТЗ №220

S: Решением краевой задачи  $x^4 y'' = (y - xy')^3, y(1) = 1, y'(1) = 1$  является

+ :  $y = x$

- :  $y = x - 1$

- :  $y = xe^{\frac{x^2}{2}} - 1$

- :  $y = x + 2$

I: ТЗ №221

S: Решением краевой задачи  $y^4 - y^2 y'' = 1, y(0) = \sqrt{2}, y'(0) = \frac{\sqrt{2}}{2}$  является

$$+: y = \sqrt{1 + e^{2x}}$$

$$-: y = \sqrt{1 - e^{2x}}$$

$$-: y = \sqrt{1 + xe^{2x}}$$

$$-: y = x\sqrt{1 + e^{2x}}$$

I: ТЗ №223

S: Решением краевой задачи  $y'' = \frac{y'}{x} + \frac{x^2}{y'}$ ,  $y(2) = 0$ ,  $y'(2) = 4$  является...

$$-: y = \frac{2}{5}x^2 - \frac{16}{5}$$

$$-: y = \sqrt{1 + xe^{2x}}$$

$$+: y = \frac{2}{5}x^2\sqrt{2x} - \frac{16}{5}$$

$$-: y = x\sqrt{1 + e^{2x}}$$

I: ТЗ №224

S: Решением краевой задачи  $y^3 y'' = -1$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = 0$  является...

$$+: y = \sqrt{2x - x^2}$$

$$-: y = x^2 - 1$$

$$-: y = x^2$$

$$-: y = \sqrt{2 - x^2}$$

I: ТЗ №484

S: Решением задачи Коши  $y(x_0) = y_0$  для дифференциального уравнения  $xy' - y = -x^2$ ,  $y(1) = 0$  является...

$$-: y = x + x^2$$

$$+: y = x - x^2$$

$$\therefore y = x^2 - x$$

$$\therefore y = x^2 + 2x$$

I: ТЗ №485

S: Решением задачи Коши  $y(x_0) = y_0$  для дифференциального уравнения  $y' + 2y = e^{-x}$ ,  $y(0) = -1$  является...

$$\therefore y = e^x + 2e^{2x}$$

$$\therefore y = e^{-x} + 2e^{2x}$$

$$+: y = e^{-x} - 2e^{-2x}$$

$$\therefore y = e^{-x} + 2e^{-2x}$$

I: ТЗ №486

S: Решением задачи Коши  $y(x_0) = y_0$  для дифференциального уравнения  $y' - \frac{y}{x} = x^2$ ,  $y(1) = 0$  является...

$$+: y = \frac{x^3}{2} - \frac{x}{2}$$

$$\therefore y = \frac{x^3}{2} + \frac{x}{2}$$

$$\therefore y = \frac{x^3}{3} - \frac{x}{2}$$

$$\therefore y = \frac{x^3}{2} + \frac{x}{3}$$

I: ТЗ №487

S: Решением задачи Коши  $y(x_0) = y_0$  для дифференциального уравнения  $y' - \frac{y}{x} = x \sin x$ ,  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$  является...

$$\therefore y = \frac{\pi}{2}x + x \cos x$$

$$\therefore y = \frac{\pi}{2}x - x \cos x$$

$$\therefore y = \frac{1}{\pi}x - x \cos x$$

$$\therefore y = \frac{2}{\pi}x - x \cos x$$

I: ТЗ №488

S: Решением задачи Коши  $y(x_0) = y_0$  для дифференциального уравнения  $y' + \frac{y}{2x} = x$ ,  $y(1) = 1$  является...

$$\therefore y = \frac{5x^2}{2} + \frac{5}{3\sqrt{x}}$$

$$+: y = \frac{2x^2}{5} + \frac{3}{5\sqrt{x}}$$

$$\therefore y = \frac{2x^2}{5} - \frac{3}{5\sqrt{x}}$$

$$\therefore y = -\frac{2x^2}{5} + \frac{3}{5\sqrt{x}}$$

I: ТЗ №489

S: Решением задачи Коши  $y(x_0) = y_0$  для дифференциального уравнения  $y' + \frac{y}{x} - \sin x = 0$ ,  $y(\pi) = \frac{1}{\pi}$  является...

$$\therefore y = -\cos x + \frac{1}{x}(\sin x - \pi)$$

$$\therefore y = -\cos x + \frac{1}{x}\sin x$$

$$\therefore y = \cos x + \frac{1}{x}(\sin x + 1 - \pi)$$

$$+: y = -\cos x + \frac{1}{x}(\sin x + 1 - \pi)$$

I: ТЗ №490

S: Решением задачи Коши  $y(x_0) = y_0$  для дифференциального уравнения  $y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{x}$ ,  $y(-1) = 1$  является...

$$+: y = -2x - \frac{1}{x^2}$$

$$-: y = 2x - \frac{1}{x^2}$$

$$-: y = 2x + \frac{1}{x^2}$$

$$-: y = -2x^2 - \frac{1}{x^2}$$

I: ТЗ №492

S: Решением задачи Коши  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = -2$  для дифференциального уравнения  $y'' + y' + 2 = 0$  является...

$$+: y = -2x$$

$$-: y = -2x + 3$$

$$-: y = 2x - 3$$

$$-: y = -\frac{2x}{3}$$

I: ТЗ №493

S: Решением задачи Коши  $y(0) = 6$ ,  $y'(0) = 10$  для дифференциального уравнения  $y'' - 4y' + 3y = 0$  является...

$$-: y = 4e^{-x} + 2e^{-3x}$$

$$+: y = 4e^x + 2e^{3x}$$

$$-: y = 4e^x - 2e^{3x}$$

$$-: y = -4e^x + 2e^{3x}$$

I: ТЗ №494

S: Решением задачи Коши  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$  для дифференциального уравнения  $y'' - 2y' + 2y = 0$  является...

$$\therefore y = -e^{-x} \sin x$$

$$\therefore y = e^{-x} \sin x$$

$$+ : y = e^x \sin x$$

$$\therefore y = -e^x \sin x$$

### V1: Линейные системы с постоянными коэффициентами

I: ТЗ №525

S: Система дифференциальных уравнений 
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + 8y, \\ \frac{dy}{dt} = -x - 3y \end{cases}$$
 может быть сведена к

уравнению:

$$\therefore \frac{d^2 y}{dt^2} + y = 0$$

$$+ : \frac{d^2 y}{dt^2} - y = 0$$

$$\therefore \frac{d^2 y}{dt^2} + 2y = 0$$

$$\therefore \frac{d^2 y}{dt^2} - 3y = 0$$

I: ТЗ №526

S: Система дифференциальных уравнений 
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -9y, \\ \frac{dy}{dt} = x \end{cases}$$
 может быть сведена к уравнению:

$$\therefore \frac{d^2 y}{dt^2} + 8y = 0$$

$$\therefore \frac{d^2 y}{dt^2} - 9y = 0$$

$$+ \frac{d^2 y}{dt^2} + 9y = 0$$

$$\therefore \frac{d^2 y}{dt^2} - 8y = 0$$

I: ТЗ №528

S: Система дифференциальных уравнений  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = x + y, \\ \frac{dy}{dt} = x - y \end{cases}$  может быть сведена к

уравнению:

$$+ \frac{d^2 x}{dt^2} - 2x = 0$$

$$\therefore \frac{d^2 x}{dt^2} + 2x = 0$$

$$\therefore \frac{d^2 x}{dt^2} - x = 0$$

$$\therefore \frac{d^2 x}{dt^2} + x = 0$$

I: ТЗ №542

S: Для системы дифференциальных уравнений  $\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 4x_1 + 6x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = 4x_1 + 2x_2 \end{cases}$  характеристическим

уравнением будет:

$$\therefore \lambda^2 - 16 = 0$$

$$+: \lambda^2 - 6\lambda - 16 = 0$$

$$-: \lambda^2 + 6\lambda - 16 = 0$$

$$-: \lambda^2 - 6\lambda + 16 = 0$$

I:

S: Для системы дифференциальных уравнений 
$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -5x_1 - 4x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = -2x_1 - 3x_2 \end{cases}$$
 характеристическим

уравнением будет:

$$-: \lambda^2 - 8\lambda + 7 = 0$$

$$-: \lambda^2 + 8\lambda - 7 = 0$$

$$+: \lambda^2 + 8\lambda + 7 = 0$$

$$-: \lambda^2 - 8\lambda - 7 = 0$$

I:

S: Для системы дифференциальных уравнений 
$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 3x_1 + x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = 8x_1 + x_2 \end{cases}$$
 характеристическим

уравнением будет:

$$-: \lambda^2 - 4\lambda + 6 = 0$$

$$-: \lambda^2 + 4\lambda - 5 = 0$$

$$-: \lambda^2 - 4\lambda + 5 = 0$$

$$+: \lambda^2 - 4\lambda - 5 = 0$$

I:

S: Для системы дифференциальных уравнений 
$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 6x_1 + 3x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = -8x_1 - 5x_2 \end{cases}$$
 характеристическим

уравнением будет:

$$+: \lambda^2 - \lambda - 6 = 0$$

$$-: \lambda^2 - \lambda + 6 = 0$$

$$-: \lambda^2 + \lambda - 6 = 0$$

$$-: \lambda^2 - \lambda - 5 = 0$$

I:

S: Для системы дифференциальных уравнений 
$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -x_1 + 5x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = x_1 + 3x_2 \end{cases}$$
 характеристическим

уравнением будет:

$$-: \lambda^2 - 2\lambda + 8 = 0$$

$$+: \lambda^2 - 2\lambda - 8 = 0$$

$$-: \lambda^2 + 2\lambda - 8 = 0$$

$$-: \lambda^2 - 8 = 0$$

I:

S: Для системы дифференциальных уравнений 
$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 3x_1 - 2x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = 2x_1 + 8x_2 \end{cases}$$
 характеристическим

уравнением будет:

$$-: \lambda^2 - 10\lambda + 28 = 0$$

$$-: \lambda^2 - 11\lambda - 28 = 0$$

$$+: \lambda^2 - 11\lambda + 28 = 0$$

$$-: \lambda^2 + 11\lambda - 28 = 0$$

I:

S: Для системы дифференциальных уравнений 
$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -4x_1 - 6x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = -4x_1 - 2x_2 \end{cases}$$
 характеристическим

уравнением будет:

$$-: \lambda^2 + 6\lambda + 16 = 0$$

$$-: \lambda^2 + 6\lambda = 0$$

$$-: \lambda^2 - 6\lambda - 16 = 0$$

$$+: \lambda^2 + 6\lambda - 16 = 0$$

I: ТЗ №560

S: Корнями характеристического уравнения системы 
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x - y, \\ \frac{dy}{dt} = 3x + y - z, \\ \frac{dz}{dt} = x + z \end{cases}$$
 являются

$$+: \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 1$$

$$-: \lambda_1 = 2, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = 2$$

$$-: \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2, \lambda_3 = -3$$

$$-: \lambda_1 = 1, \lambda_2 = 4, \lambda_3 = -1$$

I:

S: Решением системы дифференциальных уравнений 
$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 5x + 4y, \\ \frac{dy}{dt} = x + 2y. \end{cases}$$
 является система

функции...

$$\therefore \begin{cases} x = C_1 \cos 6t - C_2 \sin 6t, \\ y = C_2 \cos t + C_1 \sin t. \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x = 4C_1 e^{6t} - C_2 e^t, \\ y = C_1 e^{6t} + C_2 e^t. \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x = 2C_1 e^{-6t} - 4C_2 e^{-t}, \\ y = C_1 e^{-6t} + C_2 e^{-t}. \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x = C_1 e^{6t} + C_2 e^{-6t}, \\ y = C_1 e^{-6t} + C_2. \end{cases}$$

I:

S: Решением системы дифференциальных уравнений  $\begin{cases} \frac{dx}{dt} = 6x + y, \\ \frac{dy}{dt} = 4x + 3y \end{cases}$  является система

функции...

$$\therefore \begin{cases} x = C_1 \cos 2t - C_2 \sin 2t, \\ y = C_1 \cos 7t + C_2 \sin 7t. \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x = 2C_1 e^{-7t} - 4C_2 e^{-2t}, \\ y = C_1 e^{-7t} + C_2 e^{-2t}. \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x = C_1 e^{7t} + C_2 e^{-2t}, \\ y = C_1 e^{-7t} + C_2. \end{cases}$$

$$\therefore \begin{cases} x = C_1 e^{2t} + 4C_2 e^{7t}, \\ y = -4C_1 e^{2t} + 4C_2 e^{7t}. \end{cases}$$

**Критерии формирования оценок по тестовым заданиям:**

По итогам выполнения тестовых заданий оценка производится по пятибалльной шкале. При правильных ответах на:

- 89-100% заданий – «5» (баллов);

- 70-88% заданий – «4» баллов);
- 50-69% заданий – «3» (балла);
- 30-49% заданий – «2» (балла);
- 10-29% заданий – «1» (балл);
- менее 10% заданий – «0» (баллов).

#### 4. Вопросы к зачету по дисциплине «Дифференциальные уравнения»

№	Вопросы	Код компетенции (согласно РПД)
1.	Понятие дифференциального уравнения. Обыкновенные дифференциальные уравнения.	ОПК-1
2.	Порядок уравнения, решение, интеграл, общее решение, общий интеграл. Поле направлений. Интегральные кривые.	ОПК-1
3.	Задача Коши.	ОПК-1
4.	Теорема существования и единственности задачи Коши для ОДУ первого порядка.	ОПК-1
5.	Уравнение с разделяющимися переменными. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.	ОПК-1
6.	Однородные уравнения. Уравнения приводящиеся к однородным.	ОПК-1
7.	Линейные уравнения первого порядка.	ОПК-1
8.	Уравнения Бернулли.	ОПК-1
9.	Особые решения дифференциального уравнения первого порядка.	ОПК-1
10.	Уравнение в полных дифференциалах.	ОПК-1
11.	Интегрирующий множитель.	ОПК-1
12.	Уравнения, неразрешенные относительно производной. Методы решения.	ОПК-1
13.	Метод введения параметра. Уравнения Лагранжа и Клеро.	ОПК-1
14.	Основные определения и понятия уравнений высшего порядка.	ОПК-1
15.	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения высшего порядка. (Формулировка).	ОПК-1
16.	Дифференциальные уравнения, интегрируемые в квадратурах или допускающие понижение порядка. Случаи понижения порядка: 1) $y^{(n)} = f(x)$ ; 2) $F(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \dots, y^{(n)}) = 0$ ; 3) $F(y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$ ; 4) однородное относительно $y, y', \dots, y^{(n)}$ ; 5) обобщенно однородное.	ОПК-1

## 5. Вопросы к экзамену по дисциплине «Дифференциальные уравнения»

№	Вопросы	Код компетенции (согласно РПД)
1.	Основные определения и понятия уравнений высшего порядка. Задача Коши для уравнения, разрешенного относительно старшей производной. Общее решение. Частное решение. Особое решение.	ОПК-1
2.	Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения высшего порядка. (формулировка)	ОПК-1
3.	Дифференциальные уравнения, интегрируемые в квадратурах или допускающие понижение порядка. Случаи понижения порядка: 1) $y^{(n)} = f(x)$ ; 2) $F(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \dots, y^{(n)}) = 0$ ; 3) $F(y, y', \dots, y^{(n)}) = 0$ ; 4) однородное относительно $y, y', \dots, y^{(n)}$ ; 5) обобщенно однородное.	ОПК-1
4.	Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка.	ОПК-1
5.	Линейная зависимость и независимость системы функций. Определитель Вронского. Необходимый признак линейной зависимости функций.	ОПК-1
6.	Теорема о существовании фундаментальной системы решений. Теорема об общем решении линейного однородного уравнения.	ОПК-1
7.	Линейное неоднородное дифференциальное уравнение n-го порядка.	ОПК-1
8.	Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка с постоянными коэффициентами. Однородные уравнения высшего порядка.	ОПК-1
9.	Построение общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n-го порядка с постоянными вещественными коэффициентами.	ОПК-1
10.	Вид частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n-го порядка с постоянными вещественными коэффициентами с правой частью специального вида.	ОПК-1
11.	Метод неопределенных коэффициентов нахождения частного решения. Метод вариации произвольной постоянной.	ОПК-1
12.	Линейное дифференциальное уравнение Эйлера. Однородный случай и неоднородный.	ОПК-1
13.	Линейное однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с переменными коэффициентами.	ОПК-1
14.	Понятие о краевых задачах для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод функции Грина решения краевых задач.	ОПК-1
15.	Нормальные системы дифференциальных уравнений. Нормальные системы дифференциальных уравнений первого порядка.	ОПК-1
16.	Фазовое пространство и фазовые траектории. Теорема Пеано о существовании решения задачи Коши.	ОПК-1
17.	Единственность решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений первого порядка с правой частью, удовлетворяющей условию Липшица.	ОПК-1
18.	Линейные дифференциальные уравнения второго порядка: сведение к нормальной системе, разрешимость, единственность.	ОПК-1

19.	Сведение задачи Коши для системы дифференциальных уравнений произвольного порядка к задаче Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений первого порядка.	ОПК-1
20.	Интегрирование систем ДУ путем сведения к одному уравнению более высокого порядка.	ОПК-1
21.	Теоремы существования и единственности решения задачи Коши (для системы уравнений и для уравнения высшего порядка).	ОПК-1
22.	Линейные системы дифференциальных уравнений: запись в векторном виде.	ОПК-1
23.	Линейные однородные системы: пространство решений, теорема о линейной зависимости решений, теорема о базисе пространства решений, следствие, фундаментальная система решений, вещественный базис пространства решений.	ОПК-1
24.	Определитель Вронского, формула Лиувилля.	ОПК-1
25.	Решение неоднородной системы методом вариации постоянных: система для определения постоянных, теорема о виде общего решения с фундаментальной матрицей.	ОПК-1
26.	Системы ЛОДУ с постоянными коэффициентами.	ОПК-1
27.	Метод Эйлера нахождения решения системы ЛОДУ с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов.	ОПК-1
28.	Метод вариации постоянных.	ОПК-1
29.	Определение устойчивости по Ляпунову и асимптотической устойчивости.	ОПК-1
30.	Устойчивость линейных дифференциальных систем: теорема об устойчивости системы, следствия 1 и 2, теорема об асимптотической устойчивости системы.	ОПК-1
31.	Устойчивость линейных однородных систем: теорема об устойчивости, теорема об асимптотической устойчивости.	ОПК-1
32.	Устойчивость однородных линейных систем с постоянными коэффициентами: лемма об оценке решения, теорема об асимптотической устойчивости системы, замечание о неустойчивости.	ОПК-1
33.	Теорема Ляпунова об устойчивости по первому приближению. Теорема Ляпунова об асимптотической устойчивости.	ОПК-1
34.	Поведение траекторий линейной однородной системы дифференциальных уравнений второго порядка. Первые интегралы.	ОПК-1
35.	Постановка задачи об интегрировании уравнения с частными производными первого порядка.	ОПК-1
36.	Линейные однородные уравнения в частных производных первого порядка.	ОПК-1
37.	Линейные неоднородные уравнения с частными производными первого порядка.	ОПК-1
38.	Теорема существования и единственности решения задачи Коши (для функции двух переменных).	ОПК-1
39.	Нелинейные уравнения в частных производных первого порядка.	ОПК-1
40.	Система двух совместных уравнений первого порядка.	ОПК-1
41.	Уравнение Пфаффа.	ОПК-1

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет  
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

Кафедра – Алгебры и дифференциальных уравнений

Дисциплина – Дифференциальные уравнения

Направление подготовки – 01.05.01 Математика, 2 курс.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1

1. Задача Коши. Теорема существования и единственности задачи Коши для ОДУ первого порядка.

2. Найти общее решение уравнения:

$$y''' + 2y'' - 20y' + 24y = 0.$$

3. Найти общее решение системы:

$$\begin{cases} \dot{x} = 6x - 2y - z, \\ \dot{y} = -x + 5y - z, & k_1 = 3, k_2 = 5, k_3 = 7. \\ \dot{z} = x - 2y + 4z. \end{cases}$$

**Руководитель ОПОП**

к.ф.-м.н., доцент

\_\_\_\_\_ М.С. Нирова

**Зав. кафедрой А и ДУ**

к.ф.-м.н., доцент

\_\_\_\_\_ М.С. Нирова

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет  
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

Кафедра – Алгебры и дифференциальных уравнений

Дисциплина – Дифференциальные уравнения

Направление подготовки – 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, 2 курс.

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №76

1. Понятие дифференциального уравнения. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Порядок уравнения, решение, интеграл, общее решение, общий интеграл.

2. Найти общее решение уравнения:

$$y'' - 3y' + 2y = (x^2 + x)e^{3x}.$$

3. Исследовать на устойчивость по первому приближению точку покоя  $(0,0)$  системы:

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y - 5y^2, \\ \dot{y} = 3x + y + \frac{x^3}{2}. \end{cases}$$

**Руководитель ОПОП**

к.ф.-м.н., доцент

\_\_\_\_\_ М.С. Нирова

**Зав. кафедрой А и ДУ**

к.ф.-м.н., доцент

\_\_\_\_\_ М.С. Нирова