


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования «Кабардино-Балкарский государственный университет  
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ОПОП

 М.С. Нирова

«12» *августа* 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ В ПРИЛОЖЕНИЯХ»

Программа специалитета

01.05.01 Фундаментальные математика и механика  
(код и наименование программы специалитета)

Направленность (профиль)

Фундаментальная математика  
(наименование направленности (профиля))

Квалификация (степень) выпускника

специалист

Форма обучения

очная

Нальчик 2023

## СОДЕРЖАНИЕ

1.	Перечень компетенций и этапы их формирования	3
2.	Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы	5
3.	Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности	5
4.	Вопросы на экзамен по дисциплине	32
5.	Курсовая работа	33

## 1. Перечень компетенций и этапы их формирования

### Карта компетенции

#### Шифр и название компетенций:

*Профессиональная компетенция (ПКС):*

**ПКС-4.** Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках.

*Индикаторы достижения компетенции ПКС-4:*

**ПКС-4.1.** Способен решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики.

**ПКС-4.2.** Способен применять методы математического моделирования в естественных науках.

### Общая характеристика компетенции

**Тип компетенции:** профессиональная компетенция выпускника образовательной программы по направлению подготовки высшего образования 01.05.01 «Фундаментальные математика и механика», уровень ВО - специалитет.

#### 1.1. Этапы формирования компетенций и средства оценивания

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины	Основные показатели оценки результатов обучения	Вид оценочного средства
<p><b>ПКС-4</b></p> <p>Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках.</p>	<p><b>Знать:</b></p> <p>понятие корректности постановки задачи; корректно поставленные классические задачи в соответствии с профилем подготовки; постановки задач в прикладных областях знаний.</p> <p><b>Уметь:</b></p> <p>дифференцировать корректные и некорректные задачи согласно профилю подготовки; выполнять постановки классических задач в соответствии с профилем подготовки; математически грамотно формулировать естественнонаучные задачи.</p> <p><b>Владеть:</b></p> <p>навыками исследования простейших корректных задач математики; методами постановки корректных задач согласно профилю подготовки; способностью формулировать корректные естественнонаучные задачи.</p>	<p>Оценочные материалы для контрольной работы</p> <p>Типовые тестовые задания</p> <p>Оценочные материалы для проведения коллоквиума</p> <p>Типовые оценочные материалы к экзамену</p>

#### 1.2. Критерии формирования оценок на различных этапах их формирования

##### Текущий и рубежный контроль

Этап (уровень)	Первый этап (уровень)	Второй этап (уровень)	Третий этап (уровень)
<b>Баллы</b>	36-50 баллов	51-60 баллов	61-70 баллов
<b>Характеристика</b>	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение домашнего задания. Частичное выполнение заданий контрольных работ, тестовых	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение домашнего задания. Выполнение заданий на коллоквиуме.	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение домашнего задания, заданий контрольных работ. Выполнение заданий на коллоквиуме.

	заданий».		
--	-----------	--	--

На первом (начальном) этапе формирования компетенции формируются знания, умения и навыки, составляющие базовую основу компетенции, без которой невозможно ее дальнейшее развитие. Обучающийся воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу.

На втором (основном) этапе формирования компетенции приобретается опыт деятельности, когда отдельные компоненты компетенции начинают «работать» в комплексе и происходит выработка индивидуального алгоритма продуктивных действий, направленных на достижение поставленной цели.

На этом этапе обучающийся осваивает аналитические действия с предметными знаниями по конкретной дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя координирование хода работы, переносит знания и умения на новые условия.

Третий (завершающий) этап – это овладение компетенцией. Обучающийся способен использовать знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях. По результатам этого этапа обучающийся демонстрирует итоговый уровень сформированности компетенции.

### ***Промежуточная аттестация (экзамен)***

Семестр	Шкала оценивания			
	Неудовлетворительно (36-60 баллов)	Удовлетворительно (61-80 баллов)	Хорошо (81-90 баллов)	Отлично (91-100 баллов)
8	Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос. Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос.	Студент имеет 36-50 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на все вопросы. Студент имеет по итогам текущего и рубежного контроля 61-70 баллов на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос.	Студент имеет 51-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 61 – 65 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично ответил на второй. Студент имеет 66-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос.	Студент имеет 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй.

**2. Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

Перечень оценочных средств

№	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1.	Коллоквиум	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2.	Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
3.	Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.	Комплект контрольных заданий по вариантам
4.	Задача (практическое задание)	Средство оценки умения применять полученные теоретические знания в практической ситуации. Задача (задание) должна быть направлена на оценивание тех компетенций, которые подлежат освоению в данной дисциплине, должна содержать четкую инструкцию по выполнению или алгоритм действий.	Комплект задач и заданий

**3. Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности**

**3.1. Вопросы для коллоквиумов**

*(контролируемые компетенции ПКС-4)*

**Тема 1. Основные понятия о математических моделях на основе дифференциальных уравнений**

- 1) Формулировка задачи реального мира в математических терминах.
- 2) Анализ или решение полученной математической задачи.
- 3) Интерпретация математических результатов в контексте первоначальной задачи реального мира

**Тема 2. Модели типа ускорение – скорость**

- 1) Скорость и ускорение.
- 2) Задача пловца.

- 3) Траектория полета.
- 4) Вертикальное движение.
- 5) Учет сопротивления

**Тема 3. Естественный рост и распад**

- 1) Основные модели. Уравнение естественного роста.
- 2) Модели ограниченного роста популяции и логистическое уравнение.
- 3) Дополнительные приложения логистического уравнения.
- 4) Ограниченные ресурсы среды. Конкуренция.
- 5) Пропорциональность производству.
- 6) Исчезновение популяции.
- 7) Сбор урожая в логистической популяции.
- 8) Уравнение радиоактивного распада.

**Тема 4. Механические колебания. Математический маятник**

- 1) Механические колебания.
- 2) Математический маятник.
- 3) Решение задач.

**Тема 5. Охлаждение и нагревание. Закон Торричелли**

- 1) Изменение температуры тела.
- 2) Колебания температуры внутри помещения.
- 3) Закон Торричелли.

**Критерии формирования оценок по контрольным точкам (коллоквиум)**

«отличный (высокий) уровень компетенции» (5 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 100%;

«хороший (нормальный) уровень компетенции» (4 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 70%;

«удовлетворительный (минимальный, пороговый) уровень компетенции» (3 балла) – ставится в случае, когда обучающийся затрудняется с правильной формулировкой теоретического материала, дает неполный ответ, демонстрирует знание теоретического материала на 50%;

«неудовлетворительный (ниже порогового) уровень компетенции» (2 и менее баллов) – ставится в случае, когда обучающийся дает неверную формулировку теоретического материала, дает неверный ответ, демонстрирует незнание теоретического материала или знание материала менее чем на 40%.

**3.2. Оценочные материалы. Задача (практическое задание): контролируемые компетенции ПКС-4.**

Перечень типовых практических задач сформирован в соответствии с тематикой практических занятий по дисциплине «Дифференциальные уравнения в приложениях».

**Тема 1: Основные понятия о математических моделях на основе дифференциальных уравнений**

1. При движении тела в неоднородной среде сила сопротивления изменяется по закону  $F = \frac{2V^2}{3+s}H$ , где  $v$  – скорость тела в м/с, а  $s$  – пройденный путь в метрах. Определить пройденный путь как функцию времени, если начальная скорость  $v_0=5$  м/с.

2. Тело К, размерами которого можно пренебречь, установлено в верхней точке А шероховатой поверхности неподвижного полуцилиндра радиуса R. Какую начальную горизонтальную скорость  $v_0$ , направленную по касательной к цилиндру, нужно сообщить телу К, чтобы оно начав движение, остановилось на поверхности цилиндра, если коэффициенты трения скольжения при движении и покое одинаковы и равны  $\mu$ .
3. Тело массы 5 кг подвешено к концу пружины жёсткости 20 Н/м и помещено в вязкую среду. Период его колебаний в этом случае равен 10 с. Найти постоянную демпфирования, логарифмический декремент колебаний и период свободных колебаний.

### **Тема 2: Модели типа ускорение – скорость**

1. Лунный посадочный модуль падает свободно на поверхность Луны со скоростью 450 метров в секунду (м/с). Его тормозные реактивные двигатели обеспечивают постоянное замедление (торможение) 2.5 метров в секунду за секунду (м/с<sup>2</sup>) (гравитационное ускорение, обусловленное Луной, учтено в данном замедлении). На какой высоте над поверхностью Луны должны быть включены тормозные реактивные двигатели, чтобы гарантировать "мягкое приземление" ( $v = 0$  при посадке)?
2. Стрела выпущена из арбалета прямо вверх с начальной скоростью  $v_0 = 49$  м/с с поверхности земли. Сопротивление воздуха, причем  $\rho = 0.04$ . Как изменится максимальная высота и время полета вверх?
3. Ускорение спортивного автомобиля Maserati пропорционально разности между 250 км/час и его скоростью. Эта машина может ускориться из состояния покоя до 100 км/час за 10 секунд. Сколько времени потребуется для этого автомобиля, чтобы ускориться из состояния покоя до 200 км/час?
4. Предположим, что тело движется в среде, причем сопротивление среды пропорционально скорости  $v$  тела, так что  $dv/dt = -kv$ .
  - a) Покажите, что скорость и положение тела в момент времени  $t$  даются формулами:  $v(t) = v_0 e^{-kt}$  и  $x(t) = x_0 + v_0(1 - e^{-kt})/k$ .
  - b) Убедитесь, что тело переместится только на конечное расстояние, и найдите это расстояние.
5. Предположим, что автомобиль начинает двигаться из состояния покоя и его двигатель обеспечивает ускорение 3 м/с<sup>2</sup>, а сопротивление 27 воздуха обеспечивает замедление 0.05 м/с<sup>2</sup> на каждый метр в секунду скорости автомобиля.
  - a) Найдите максимально возможную (граничную) скорость автомобиля.
  - b) Сколько времени потребуется автомобилю, чтобы достичь 90% его граничной скорости, и как далеко он переместится при этом?

### **Тема 3: Естественный рост и распад.**

1. (Прирост населения.) Некоторый город имел население 25000 человек в 2008 году, а в 2010 году численность его населения достигла 30 000 человек. Предположите, что его численность населения продолжит расти по экспоненте с постоянной скоростью. Какую численность населения его городские власти могут ожидать в 2015 году?
2. (Прирост популяции.) В некоторой культуре бактерий, число бактерий увеличилось шестикратно за 10 часов. Сколько времени потребуется для того, чтобы численность популяции удвоилась?
3. (Радиоуглеродный метод определения возраста.) Углерод, извлеченный из древнего черепа, содержал только одну шестую того количества углерода  $^{14}\text{C}$ , которое содержит углерод, извлеченный из современной кости. Какого возраста череп?

- (Радиоуглеродный метод определения возраста.) Углерод, взятый из образца, который как подразумевается, относится ко временам Христа, содержит  $4.6 \times 10^{10}$  атомов  $^{14}\text{C}$  в грамме. Углерод, извлеченный из современного аналогичного экземпляра, содержит  $5.0 \times 10^{10}$  атомов  $^{14}\text{C}$  в грамме. Вычислите приблизительный возраст экземпляра.
- (Непрерывно начисляемые сложные проценты.) После рождения первого ребенка супружеская пара депонировала 300000 руб. на счет, по которому банк платит 8% дохода, начисляемый ежегодно. Выплачиваемый доход приплюсовывается к вкладу. Сколько рублей будет начислено на счет на восемнадцатый год рождения ребенка?

**Тема 4: Механические колебания. Математический маятник.**

В задачах 1 – 4 предположить, что уравнение математического маятника длиной  $L$  имеет вид  $L\ddot{\theta} + g\dot{\theta} = 0$ , где  $g = GM/R_2$  – ускорение свободного падения там, где расположен маятник (на расстоянии  $R$  от центра Земли;  $M$  – обозначает массу Земли).

- Периоды колебаний двух маятников длиной  $L_1$  и  $L_2$ , расположенных на расстояниях  $R_1$  и  $R_2$ , от центра Земли, соответственно равны  $p_1$  и  $p_2$ . Покажите, что

$$\frac{p_1}{p_2} = \frac{R_1 \sqrt{l_1}}{R_2 \sqrt{l_2}}$$

- Некоторый маятник точно отображает время в Париже, где  $R \approx 63665$  (км), но отстает на 2 минуты 40 секунд за день на экваторе. Используя результат задачи 1, найдите расстояние от центра Земли до экватора.
- Маятник длиной 2.54 м, расположенный на уровне моря, где радиус Земли  $R = 63730$  (км), имеет тот же период колебаний, что и маятник длиной 2.54 м, расположенный на близлежащей горе. Используя результат задачи 1, найдите высоту горы.
- Большинство дедушкиных часов имеют маятники, длину которых можно регулировать. Одни такие часы отстают на 10 мин в день при длине их маятника 76.2 см. Какой длины должен быть маятник, чтобы часы показывали точное время?

**Тема 5. Охлаждение и нагревание. Закон Торричелли.**

- Кувшин пахты установлен у парадного крыльца, причем температура кувшина первоначально равна  $25^\circ\text{C}$ . Температура на крыльце равна  $0^\circ\text{C}$ . Предположим, что через 20 минут температура пахты понизилась до  $15^\circ\text{C}$ . Когда она будет равна  $5^\circ\text{C}$ ?
- Пирог вынимается из духовки при  $100^\circ\text{C}$  и ставится охлаждаться при комнатной температуре  $22^\circ\text{C}$ . Через 30 минут температура пирога равна  $60^\circ\text{C}$ . Когда она будет равна  $38^\circ\text{C}$ ?
- Как раз перед полуднем безжизненное тело жертвы убийства было найдено в комнате с постоянной температурой  $22^\circ\text{C}$ . В 12 полудня температура тела была равна  $27^\circ\text{C}$ , а в 13:00 -  $24^\circ\text{C}$ . Предположите, что температура тела во время смерти была  $36,6^\circ\text{C}$  и что оно охлаждалось в соответствии с законом Ньютона. Когда произошло убийство?
- Предположим, что градина с плотностью  $\delta = 1$  начинает падение с состояния покоя, имея незначительный радиус  $r = 0$ . При падении ее радиус  $r = kt$  ( $k$  – константа), поскольку он растет (градина увеличивается во время ее падения). Поставьте и решите задачу Коши (задачу с начальными условиями условиями):  

$$\frac{d}{dt}(mv) = mg, \quad v(0) = 0,$$
где  $m$  – переменная масса градины,  $v = dy/dt$  – ее скорость, а ось  $y$  направлена вниз. Затем покажите, что  $dv/dt = g/4$ . Таким образом, градина падает, как бы под влиянием менее чем одной четвертой силы тяжести.



### **Критерии формирования оценок по практическим заданиям ( типовые задачи):**

«отлично» (4 балла) - обучающийся показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно, логично его излагает, структурировал и детализировал информацию, избегая простого повторения информации из текста, информация представлена в переработанном виде. Свободно использует необходимые формулы при решении задач;

«хорошо» (3 балла) - обучающийся твердо знает материал, грамотно его излагает, не допускает существенных неточностей в процессе решения задач;

«удовлетворительно» (2 балла) - обучающийся имеет знания основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил его деталей, допускает отдельные неточности при решении задач;

«неудовлетворительно» (менее 1 балла) – обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

### **3.3. Оценочные материалы для контрольной работы: контролируемые компетенции ПКС-4.**

#### *Вариант №1*

1. Для уменьшения действия на тело массы  $m$  возмущающей силы  $F = F_0 \sin(\omega t + \delta)$  устанавливают пружинный амортизатор с жидкостным демпфером. Коэффициент жёсткости пружины  $k$ . Считая, что сила сопротивления пропорциональна первой степени скорости ( $F_c = \alpha v$ ), найти максимальное динамическое давление всей системы на фундамент при установившихся колебаниях.
2. Как изменится скорость точки массы  $m$  на которую действует постоянная сила, сообщающая ей ускорение  $\alpha$ , если окружающая среда оказывает сопротивление, пропорциональное скорости движения точки? В начальный момент точка покоилась.
3. Найти закон движения точки массы, движущейся вдоль оси  $Ox$ , если работа силы, действующей на точку, пропорциональна времени. В начальный момент точка покоилась и находилась на расстоянии от точки отсчета.

#### *Вариант №2*

1. Скорость распада радия в каждый момент времени прямо пропорциональна наличной его массе. Определить, какой процент массы  $m_0$  радия распадется через 200 лет, если известно, что период полураспада радия (период времени, по истечении которого распадается половина наличной массы радия) равен 1590 лет.
2. Проходя через лес и испытывая сопротивление деревьев, ветер теряет часть своей скорости. На бесконечно малом пути эта потеря пропорциональна скорости в начале этого пути и его длине. Найти скорость ветра, прошедшего в лесу 150 м, зная, что до вступления в лес начальная скорость ветра  $V_0 = 12 \text{ м/с}$ ; после прохождения пути  $S=1\text{м}$ , скорость ветра уменьшилась до величины  $V_1 = 11,8 \text{ м/с}$ .
3. Пусть колония живых организмов находится в благоприятных условиях, благодаря чему рождаемость выше, чем смертность, причем, пространство, занимаемое колонией, и пищевые ресурсы считать неограниченными. Предположим также, что хищников, питающихся организмами данной колонии, нет. Найти закон изменения численности организмов в зависимости от времени, если при  $t = 0$  их число равнялось  $y_0$ .

#### *Вариант №3*

1. Сосуд, площадь поперечного сечения которого функция высоты  $S(h)$ , наполнен жидкостью до уровня  $H$ . Определить время  $t$  за которое жидкость вытечет через отверстие площадью  $\sigma$  в дне сосуда.
2. В цилиндрическом сосуде объемом  $V_0$  воздух адиабатически (т. е. без обмена тепла с окружающей средой) сжимается до объема  $V_1$ . Вычислить работу сжатия.
3. Вещество  $A$  разлагается на два вещества  $X$  и  $Y$  со скоростью образования каждого из них, пропорциональной количеству неразложившегося вещества. Найти закон изменения количеств  $x$  и  $y$  веществ  $X$  и  $Y$  в зависимости от времени  $t$ , если при  $t=0$  имеем  $x=y=0$ , а через час  $x = \frac{a}{8}, y = \frac{3a}{8}$ , где  $a$  – первоначальное количество вещества  $A$ .

*Вариант №4*

1. Найти уравнение кривой  $y(x)$  касательная к которой в произвольной точке пересекает прямую  $y=1$  в точке с абсциссой, равной удвоенной абсциссе точки касания и кривая проходит точку  $(1,2)$ .
2. Найти уравнение кривой  $y(x)$ , проходящей через точку  $(0,1)$  и обладающей свойством: в каждой ее точке тангенс угла касательной равен удвоенному произведению координат точки касания.
3. За какое время тело, нагретое до  $25^\circ\text{C}$ , в комнате с температурой  $10^\circ\text{C}$  охладится до  $15^\circ\text{C}$ , если до  $20^\circ\text{C}$  оно охладилось за 20 минут?

*Вариант №5*

1. Из эксперимента известно, что скорость размножения бактерий при достаточном запасе пищи пропорциональна их количеству. За какое время количество бактерий увеличится в  $n$  раз по сравнению с начальным их количеством?
2. На материальную точку массы  $m$  действует постоянная сила, сообщающая точке ускорение  $a$ . Окружающая среда оказывает движущейся точке сопротивление, пропорциональное скорости ее движения, коэффициент пропорциональности равен  $\gamma$ . Как изменяется скорость движения со временем, если в начальный момент точка находилась в покое?
3. Материальная точка движется по прямой со скоростью, обратно пропорциональной пройденному пути. В начальный момент движения точка находилась на расстоянии 5м от начала отсчета пути и имела скорость  $v_0 = 20$  м/с. Определить пройденный путь и скорость точки через 10 с после начала движения.

**Контрольная работа.** Контрольная работа – письменная работа небольшого объема, предполагающая проверку знаний заданного к изучению материала и навыков его практического применения. Проводится три раза в течение изучения дисциплины (семестр) в часы аудиторной работы. Не менее чем за 1 неделю до контрольной работы, преподаватель должен определить студентам исходные данные для подготовки: назвать разделы (темы, вопросы), по которым будут контрольные задания, теоретические источники (с точным указанием разделов, тем, статей) для подготовки.

Контрольные работы могут состоять из одного или нескольких заданий практического содержания. При выполнении контрольной работы пользоваться конспектами лекций, учебниками, задачками не разрешено. Длительность решения контрольных заданий составляет не более 90 минут.

**Критерии оценки.** Уровень знаний определяется баллами:

**6 баллов** - правильно выполнены все задания, продемонстрирован высокий уровень владения материалом, проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**5-4 балла** - правильно выполнена большая часть заданий, присутствуют незначительные ошибки, продемонстрирован хороший уровень владения материалом, проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**3-2 балла** - задания выполнены более чем наполовину, присутствуют серьезные ошибки, продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом, проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**1 балл** - дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса существенными ошибками в определениях.

**0 баллов** - при полном несоответствии всем критериям и отсутствию ответа.

### **3.4. Типовые тестовые задания по дисциплине «Дифференциальные уравнения» (контролируемые компетенции ПКС-4):**

#### **V1: Введение в теорию дифференциальных уравнений. Основные понятия**

I: ТЗ №1

S: Отметьте правильный ответ

Если  $y = 2x - 3$ , то число произвольных постоянных в общем интеграле уравнения равно...

+: 1

-: 2

-: 5

-: 0

I: ТЗ №2

S: Отметьте правильный ответ

Если  $y'' - y = 0$ , то число произвольных постоянных в частном решении равно...

-: 3

-: 1

+: 0

-: 2

I: ТЗ №3

S: Отметьте правильный ответ

Если  $3(y^2 y')^2 - 5y'^3 = y'' + x^3$ , то порядок уравнения равен...

+: 2

-: 3

-: 4

-: 1

I: ТЗ №4

S: Отметьте правильный ответ

Если  $y'^2 - (y')^3 = y^{2/3}$ , то порядок уравнения равен...

-: 2

-: 3

-: 2/3

+: 1

I: ТЗ №5

S: Отметьте правильный ответ

Если  $y'^3 + y^2 = xy'^2 \sqrt{y'}$ , то порядок уравнения равен

-: 3/2

-: 1/2

+: 1

-: 3

I: ТЗ №6

S: Отметьте правильный ответ

Если  $y^2 y'^2 - 3y'^3 = y'' + 2x$ , то порядок уравнения равен...

+: 2

-: 3

-: 4

-: 1

I:

S:

Отметьте правильный ответ

Если  $y'^2 - y'^3 = y^{2/3}$ , то порядок уравнения равен...

-: 2

-: 3

-: 2/3

+: 1

I:

S: Отметьте правильный ответ

Если  $y'^3 + y^2 = 2xy'^2 \sqrt{y'}$ , то порядок уравнения равен

-: 3/2

-: 1/2

+: 1

-: 3

I:

S: Отметьте правильный ответ

Если  $y^2 y'^2 - 7y'^3 = y'' + x$ , то порядок уравнения равен...

-: 4

-: 1

+: 2

-: 3

I:

S: Отметьте правильный ответ

Если  $3y'^2 - y'^3 = y^{2/3}$ , то порядок уравнения равен...

-: 2

-: 3

-:

+: 1

I:

S: Если  $y'^3 + y^2 = xy'^2 \sqrt{5y'}$ , то порядок уравнения равен

-: 3/2

-: 1/2

+: 1

-: 3

I:

S: Если  $4y^2 y'^2 - 3y'^3 = y'' + x$ , то порядок уравнения равен...

+: 2

-: 3

-: 4

-: 1

I:

S: Отметьте правильный ответ

Если  $3y^2 y'^2 - 9y'^3 = y'' + x^3$ , то порядок уравнения равен...

+: 2

-: 3

-: 4

-: 1

I:

S: Отметьте правильный ответ

Если  $y'^2 - y'^3 = 9y^{2/3}$ , то порядок уравнения равен...

-: 2

-: 3

-: 2/3

+: 1

I:

S: Отметьте правильный ответ

Если  $2y'^3 + y^2 = 3xy'^2 \sqrt{y'}$ , то порядок уравнения равен

-:  $3/2$

-:  $1/2$

+: 1

-: 3

I:

S: Отметьте правильный ответ

Если  $9y^2y'^2 - 4y'^3 = y'' + x$ , то порядок уравнения равен...

+: 2

-: 3

-: 4

-: 1

**V1: Семейство изоклин**

I:

S: Семейством изоклин дифференциального уравнения  $y'' + y' = 0$  является:

+:  $x + 1 = k$

-:  $x - 1 = k$

-:  $2x + 1 = k$

-:  $x + 2 = k$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Семейством изоклин дифференциального уравнения  $dy = (x + y)dx$  является:

-:  $x - y = k$

-:  $xy = k$

+:  $x + y = k$

-:  $\frac{y}{x} = k$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Семейством изоклин дифференциального уравнения  $y' = \frac{x+y}{x-y}$  является:

-:  $x^2 - y^2 = k$

+:  $x + y = k(x - y)$

-:  $x^2 + y^2 = k$

-:  $x + y = k$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Семейством изоклин дифференциального уравнения  $dy = (y - x)dx$  является:

-:  $xy = k$

-:  $\frac{x}{y} = k$

-:  $y + x = k$

+:  $y - x = k$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Семейством изоклин дифференциального уравнения  $dy = (1 - x)dx$  является:

+:  $1 = k + x$

-:  $x = k$

-:  $1 + x = k$

-:  $x^2 = k$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Семейством изоклин дифференциального уравнения  $y' = 2x - y$  является:

-:  $2x + y = k$

-:  $x^2 - y = k$

+:  $2x - y = k$



$$\therefore x^2 + y = k$$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Семейством изоклин дифференциального уравнения  $dy = (y - 1)^2 dx$  является:

$$\therefore y^2 + 1 = k$$

$$\therefore y^2 - 1 = k$$

$$\therefore y^2 + 2y = k$$

$$+: (y - 1)^2 = k$$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Семейством изоклин дифференциального уравнения  $y' = x^2 + y$  является:

$$\therefore x^2 - y = k$$

$$+: x^2 + y = k$$

$$\therefore 2x + y = k$$

$$\therefore x + y^2 = k$$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Семейством изоклин дифференциального уравнения  $dy = (y - 1)x dx$  является:

$$\therefore x(y + 1) = k$$

$$+: x(y - 1) = k$$

$$\therefore x^2(y + 1) = k$$

$$\therefore x(y^2 - 1) = k$$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Семейством изоклин дифференциального уравнения  $y' = -\frac{y}{x}$  является:

$$\therefore xy = k$$

$$\therefore x + y = k$$

$$+: k = -\frac{y}{x}$$

$$\therefore x - y = k$$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Семейством изоклин дифференциального уравнения  $dy = (x^2 - y^2)dx$  является:

$$\therefore x^2 + y^2 = k$$

$$\therefore x + y = k$$

$$\therefore x - y = k$$

$$+: x^2 - y^2 = k$$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Семейством изоклин дифференциального уравнения  $dy = \cos(x - y)dx$  является:

$$+: \cos(x - y) = k$$

$$\therefore \cos(x + y) = k$$

$$\therefore \sin(x + y) = k$$

$$\therefore x + y = k$$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Семейством изоклин дифференциального уравнения  $dy = (y - x^2)dx$  является:

$$\therefore y + x^2 = k$$

$$+: y - x^2 = k$$

$$\therefore yx^2 = k$$

$$\therefore \frac{y}{x^2} = k$$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Семейством изоклин дифференциального уравнения  $(y + x)dy = (y - x) dx$  является:

$$\therefore y - x = k$$

$$\therefore y + x = k$$

$$+: \frac{y - x}{y + x} = k$$

$$\therefore y^2 + x = k$$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Семейством изоклин дифференциального уравнения  $dy + (y - x)dx = 0$  является:

$$+: x - y = k$$

$$\therefore x + y = k$$

$$\therefore \frac{y}{x} = k$$

$$\therefore \frac{x}{y} = k$$

### **V1: Уравнения с разделяющимися переменными и приводящиеся к ним**

I:

S: Функция  $y = (x + C)e^x$  является решением дифференциального уравнения...

$$\therefore y' - 2y = e^x$$

$$\therefore y' - y = e^{x-1}$$

$$+: y' - y = e^x$$

$$\therefore 2y' - y = e^x$$

I:

S: Функция  $y = -\frac{2}{x^2}$  является решением дифференциального уравнения...

$$+: xy^2 dx - dy = 0$$

$$\therefore xy^2 dx + dy = 0$$

$$\therefore xy^2 dx - 2dy = 0$$

$$\therefore xy^2 dx + 2dy = 0$$

I:

S: Функция  $y = \ln \cos x$  является решением дифференциального уравнения...

$$\therefore y' = \operatorname{tg} x$$

$$+: y' = -\operatorname{tg} x$$

$$\therefore y' = -x \operatorname{tg} x$$

$$\therefore y' = x \operatorname{tg} x$$

I:

S: Функция  $y = C \sin x$  является решением дифференциального уравнения...

$$\therefore y' \operatorname{tg} x + xy = 0$$

$$\therefore y' \sin x - y = 0$$

$$+: y' \operatorname{tg} x - y = 0$$

$$\therefore y' \operatorname{tg} x - \sin y = 0$$

I:

S: Функция  $y = Ce^{-3x}$  является решением дифференциального уравнения...

$$\therefore y' + y = 0$$

$$\therefore y' - 3y = 0$$

$$+: y' + 3y = 0$$

$$\therefore y' - y = 0$$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Дифференциальное уравнение  $(1 + y)dx - (1 - x)dy = 0$  является:

$\therefore$  однородным уравнением;

$+$  уравнением с разделяющимися переменными;

$\therefore$  уравнением в полных дифференциалах;

$\therefore$  линейным уравнением.

I:

S: Общее решение дифференциального уравнения  $y' - xy^2 = 0$  имеет вид:

$$+: y = -\frac{2}{C + x^2}$$

$$\therefore y = -\frac{1}{C + x^2}$$

$$\therefore y = \frac{2}{C + x^2}$$

$$\therefore y = \frac{1}{C + x^2}$$

I:

S: Какие из приведенных уравнений являются уравнениями с разделяющимися переменными?

$$+: y' = 3y - 1$$

$$\therefore ydx + (x + y)dy = 0$$

$$\therefore xy' - 4y = x^2 \sqrt{y}$$

$$\therefore y' = \frac{y}{y + x^2}$$

I:

S: Какие из приведенных уравнений являются уравнениями с разделяющимися переменными?

-:  $y' + x^2y = e^x$

+:  $y' - xy^2 = 2xy$

-:  $y' + 5x^2y = e^x$

-:  $y' - xy^2 = 2$

I:

S: Какие из приведенных уравнений являются уравнениями с разделяющимися переменными?

-:  $y' + x^2y = e^x$

-:  $y' - xy^2 = y$

+:  $(e^x + 8)dy - ye^x dx = 0$

-:  $y' - y^2 = 2e^{xy}$

I:

S: Дифференциальным уравнением с разделяющимися переменными является...

-:  $f_1(x)\varphi_1(y)dx = 0$

+:  $f_2(x)\varphi_2(y)dy = 0$

-:  $f_1(x)\varphi_1(y)dx + f_2(x)\varphi_2(y)dy = 0$

-:  $f_1(x)\varphi_1(y)dxdy = 0$

I:

S: Решением уравнения  $\frac{dv}{dt} + v - 5 = 0$  является...

-:  $v = 5(t - e^{-t})$

-:  $v = 5(1 - e^{-2t})$

+:  $v = 5(1 - e^{-t})$

-:  $v = 5(1 + e^{-t})$

I:

S: Общим решением уравнения  $ydy - \frac{y^2}{x^2}dx = \frac{4dx}{x^2}$  является...

+:  $y^2 = Ce^{\frac{-2}{x}} - 4$

-:  $y^2 = Ce^{-4}$

-:  $y = x^2 + x + Ce^{x^2}$

-:  $y = (x + C)^{-1}$

### V1: Краевые задачи для дифференциальных уравнений первого и второго порядка

I: ТЗ №484

S: Решением задачи Коши  $y(x_0) = y_0$  для дифференциального уравнения  $xy' - y = -x^2$ ,  $y(1) = 0$  является...

-:  $y = x + x^2$

+:  $y = x - x^2$

-:  $y = x^2 - x$

-:  $y = x^2 + 2x$

I: ТЗ №485

S: Решением задачи Коши  $y(x_0) = y_0$  для дифференциального уравнения  $y' + 2y = e^{-x}$ ,  $y(0) = -1$  является...

$$-: y = e^x + 2e^{2x}$$

$$-: y = e^{-x} + 2e^{2x}$$

$$+: y = e^{-x} - 2e^{-2x}$$

$$-: y = e^{-x} + 2e^{-2x}$$

I: ТЗ №486

S: Решением задачи Коши  $y(x_0) = y_0$  для дифференциального уравнения

$y' - \frac{y}{x} = x^2$ ,  $y(1) = 0$  является...

$$+: y = \frac{x^3}{2} - \frac{x}{2}$$

$$-: y = \frac{x^3}{2} + \frac{x}{2}$$

$$-: y = \frac{x^3}{3} - \frac{x}{2}$$

$$-: y = \frac{x^3}{2} + \frac{x}{3}$$

I: ТЗ №487

S: Решением задачи Коши  $y(x_0) = y_0$  для дифференциального уравнения

$y' - \frac{y}{x} = x \sin x$ ,  $y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1$  является...

$$-: y = \frac{\pi}{2}x + x \cos x$$

$$-: y = \frac{\pi}{2}x - x \cos x$$

$$-: y = \frac{1}{\pi}x - x \cos x$$

$$-: y = \frac{2}{\pi}x - x \cos x$$

I: ТЗ №488

S: Решением задачи Коши  $y(x_0) = y_0$  для дифференциального уравнения

$y' + \frac{y}{2x} = x$ ,  $y(1) = 1$  является...

$$-: y = \frac{5x^2}{2} + \frac{5}{3\sqrt{x}}$$

$$+: y = \frac{2x^2}{5} + \frac{3}{5\sqrt{x}}$$

$$\therefore y = \frac{2x^2}{5} - \frac{3}{5\sqrt{x}}$$

$$\therefore y = -\frac{2x^2}{5} + \frac{3}{5\sqrt{x}}$$

I: ТЗ №489

S: Решением задачи Коши  $y(x_0) = y_0$  для дифференциального уравнения

$$y' + \frac{y}{x} - \sin x = 0, \quad y(\pi) = \frac{1}{\pi} \text{ является...}$$

$$\therefore y = -\cos x + \frac{1}{x}(\sin x - \pi)$$

$$\therefore y = -\cos x + \frac{1}{x} \sin x$$

$$\therefore y = \cos x + \frac{1}{x}(\sin x + 1 - \pi)$$

$$+: y = -\cos x + \frac{1}{x}(\sin x + 1 - \pi)$$

I: ТЗ №490

S: Решением задачи Коши  $y(x_0) = y_0$  для дифференциального уравнения

$$y' - \frac{y}{x} = \frac{1}{x}, \quad y(-1) = 1 \text{ является...}$$

$$+: y = -2x - \frac{1}{x^2}$$

$$\therefore y = 2x - \frac{1}{x^2}$$

$$\therefore y = 2x + \frac{1}{x^2}$$

$$\therefore y = -2x^2 - \frac{1}{x^2}$$

I: ТЗ №491

S: Решением задачи Коши  $y(x_0) = y_0$  для дифференциального уравнения

$$y' + \frac{y}{x} = 3x, \quad y(1) = 1 \text{ является...}$$

$$\therefore y = 1 - x^2$$

$$\therefore y = x^2$$

$$+: y = -x^2$$

$$\therefore y = 1 + x^2$$

I: ТЗ №492

S: Решением задачи Коши  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = -2$  для дифференциального уравнения  $y'' + y' + 2 = 0$  является...

$$+: y = -2x$$

$$-: y = -2x + 3$$

$$-: y = 2x - 3$$

$$-: y = -\frac{2x}{3}$$

I: ТЗ №493

S: Решением задачи Коши  $y(0) = 6$ ,  $y'(0) = 10$  для дифференциального уравнения  $y'' - 4y' + 3y = 0$  является...

$$-: y = 4e^{-x} + 2e^{-3x}$$

$$+: y = 4e^x + 2e^{3x}$$

$$-: y = 4e^x - 2e^{3x}$$

$$-: y = -4e^x + 2e^{3x}$$

I: ТЗ №494

S: Решением задачи Коши  $y(0) = 0$ ,  $y'(0) = 1$  для дифференциального уравнения  $y'' - 2y' + 2y = 0$  является...

$$-: y = -e^{-x} \sin x$$

$$-: y = e^{-x} \sin x$$

$$+: y = e^x \sin x$$

$$-: y = -e^x \sin x$$

I: ТЗ №499

S: Решением задачи Коши  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 3$  для дифференциального уравнения  $y'' - 2y' + 3y = 0$  является...

$$-: y = e^x (\sqrt{2} \cos \sqrt{2}x + \sqrt{2} \sin \sqrt{2}x)$$

$$-: y = e^x (\cos \sqrt{2}x - \sin \sqrt{2}x)$$

$$-: y = e^x (\sqrt{2} \cos \sqrt{2}x + \sin \sqrt{2}x)$$

$$+: y = e^x (\cos \sqrt{2}x + \sqrt{2} \sin \sqrt{2}x)$$

I: ТЗ №500

S: Решением задачи Коши  $y(0) = 2$ ,  $y'(0) = -2$  для дифференциального уравнения  $y'' + y = 0$  является...

$$-: y = -\sin x$$

$$-: y = e^{-x} \sin x$$

$$+: y = \sin x$$

$$-: y = -e^x \sin x$$

I: ТЗ №501



S: Решением задачи Коши  $y(0) = 1, y'(0) = 3$  для дифференциального уравнения  $y'' - 6y' + 9y = 0$  является...

-:  $y = e^{3x}(5 + 2x)$

-:  $y = e^{3x}(1 - 2x)$

-:  $y = e^{-3x}(1 + 2x)$

+:  $y = e^{3x}(1 + 2x)$

I: ТЗ №502

S: Решением задачи Коши  $y(0) = 1, y'(0) = -1$  для дифференциального уравнения  $y'' + y' = 0$  является...

+:  $y = e^{-x}$

-:  $y = 1 - e^{-x}$

-:  $y = 1 + e^x$

-:  $y = -e^x$

I: ТЗ №503

S: Решением задачи Коши  $y(0) = 0, y'(0) = -1$  для дифференциального уравнения  $y'' - 2y' + 2y = 0$  является...

-:  $y = 2e^{-x} \sin x$

+:  $y = -e^x \sin x$

-:  $y = -e^{-x} \sin x$

-:  $y = 2e^x \sin x$

I: ТЗ №504

S: Решением задачи Коши  $y(0) = 0, y'(0) = 1$  для дифференциального уравнения  $y'' - 2y' + y = 0$  является...

-:  $y = xe^{-x} + 1$

-:  $y = x^2 e^x$

+:  $y = xe^{-x}$

-:  $y = -xe^x$

I: ТЗ №505

S: Решением задачи Коши  $y(0) = 0, y'(0) = 2$  для дифференциального уравнения  $y'' + y' = 0$  является...

-:  $y = 2 - e^x$

-:  $y = 1 - 2e^{-x}$

-:  $y = 2 + 2e^{-x}$

+:  $y = 2 - 2e^{-x}$

I: ТЗ №506

S: Решением задачи Коши  $y(0) = 2, y'(0) = -2$  для дифференциального уравнения  $y'' + y = 2(1-x)$  является...

-:  $y = 2 - e^x$

-:  $y = 1 - 2e^{-x}$

-:  $y = 2 + 2e^{-x}$

+:  $y = 2 - 2x$

I: ТЗ №507

S: Решением задачи Коши  $y(0) = 1, y'(0) = 3$  для дифференциального уравнения  $y'' - 6y' + 9y = 9x^2 - 12x + 2$  является...

+:  $y = x^2 + e^{3x}$

-:  $y = 2 - e^x$

-:  $y = 1 - 2e^{-x}$

-:  $y = x + e^{-3x}$

I: ТЗ №508

S: Решением задачи Коши  $y(0) = 2, y'(0) = 6$  для дифференциального уравнения  $y'' + 9y = 36e^{3x}$  является...

-:  $y = x - e^x$

-:  $y = x + xe^{-3x}$

+:  $y = 2e^{3x}$

-:  $y = 1 + 2e^{3x}$

I: ТЗ №509

S: Решением задачи Коши  $y(0) = y'(0) = 0$  для дифференциального уравнения  $y'' - 4y' + 4y = 2e^{2x}$  является...

-:  $y = 2 - e^x$

+:  $y = x^2 e^{2x}$

-:  $y = 1 - 2e^{-x}$

-:  $y = x^2 + 2e^{-x}$

I:

S: Решением задачи Коши  $y(0) = 1, y'(0) = -1$  для дифференциального уравнения  $y'' + y' = e^{-x}$  является...

-:  $y = 2 - e^x$

-:  $y = 1 - 2e^{-x}$

-:  $y = 2 + 2e^{-x}$

+:  $y = 1 - xe^{-x}$

I:

S: Решением задачи Коши  $y(0) = 1, y'(0) = 0$  для дифференциального уравнения  $y'' + y = 2 \cos x$  является...

$$+: y = \cos x + x \sin x$$

$$-: y = x - x^2 e^{-x}$$

$$-: y = e^{-x} \cos x$$

$$-: y = e^x \sin x$$

I: ТЗ №512

S: Решением задачи Коши  $y(0) = 0, y'(0) = 1$   $y(0) = 0, y'(0) = 1$  для дифференциального уравнения  $y'' + y = 4x \cos x$  является...

$$+: y = x \cos x + x^2 \sin x$$

$$-: y = x - x^2 e^{-x}$$

$$-: y = e^{-x} \cos x$$

$$-: y = e^x \sin x$$

### V1: Интегрирование дифференциальных уравнений при помощи рядов

I:

S: Решением дифференциального уравнения  $y'' + y \sin x = 0$  в виде степенного ряда является...

$$-: y = 1 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{15}{8}x^4 - \dots$$

$$+: y = 1 - \frac{x^3}{6} + \frac{x^5}{120} + \dots$$

$$-: y = 1 + x + \dots$$

$$-: y = 1 + x - x^2 + \dots$$

I:

S: Решением дифференциального уравнения  $(1 - x + x^2)y'' + (4x - 2)y' + 2y = 0$  в виде степенного ряда является...

$$+: y = 1 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{15}{8}x^4 - \dots$$

$$-: y = 1 + x - x^3 - x^4 + \dots$$

$$-: y = 1 - x^2 + \frac{5}{6}x^4 + \dots$$

$$-: y = 1 + x - x^2 + \dots$$

I:

S: Решением дифференциального уравнения  $y''' - xy'' + (x - 2)y' + y = 0$  в виде степенного ряда является...

$$-: y = 1 - \frac{3}{2}x^2 + \dots$$

$$+: y = 1 - \frac{x^3}{6} + \dots$$

-:  $y = 1 + x + \dots$   
 -:  $y = 1 + x - x^2 + \dots$

I:

S: Решением уравнения  $2x(x+2)y'' + (2-x)y' + y = 0$  является...

+:  $y = 1$   
 -:  $y = e^x$   
 -:  $y = 2(x-2)$   
 -:  $y = 2x$

I:

S: Решением дифференциального уравнения  $(1-x^2)y'' - 4xy' - 2y = 0$  в виде степенного ряда является...

-:  $y = 1 + x - \frac{1}{2}x^2 + x^3 + x^4 + \dots$   
 +:  $y = 1 + x^2 + x^4 + \dots$   
 -:  $y = 1 + x - x^2 + \frac{5}{6}x^3 + \frac{1}{8}x^4 + \dots$   
 -:  $y = 2 + x - x^2 + \dots$

I:

S: Решением дифференциального уравнения  $(1+x^2)y'' + 5xy' + 3y = 0$  в виде степенного ряда является...

-:  $y = 1 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{15}{8}x^4 - \dots$   
 +:  $y = x - \frac{4}{3}x^3 + \frac{24}{15}x^5 - \dots$   
 -:  $y = 1 - x^2 + \frac{5}{6}x^3 + \dots$   
 -:  $y = 1 + 2x - 3x^2 + \dots$

I:

S: Некоторое количество нерастворимого вещества, содержащее в своих порах 2 кг соли, подвергается действию 30 л воды. Через 5 мин 1 кг соли растворяется. Через сколько времени растворится 99% первоначального количества соли?

+: 32,2 мин  
 -: 37,2 мин  
 -: 36 мин  
 -: 30 мин

I:

S: Сосуд объемом в 20 л содержит воздух (80% азота и 20% кислорода). В сосуд втекает 0,1 л азота в секунду, который непрерывно перемешивается, и вытекает такое же количество смеси. Через сколько времени в сосуде будет 99% азота?

+: 600 сек

- : 60 сек
- : 500 сек
- : 50 сек

I:

S: В воздухе комнаты объемом  $200 \text{ м}^3$  содержится 0,15% углекислого газа ( $\text{CO}_2$ ). Вентилятор подает в минуту  $20 \text{ м}^3$  воздуха, содержащего 0,04%  $\text{CO}_2$ . Через какое время количество углекислого газа в воздухе комнаты уменьшится втрое?

- +: 24 мин
- : 20 мин
- : 25 мин
- : 31 мин

I:

S: За 30 дней распалось 50% первоначального количества радиоактивного вещества. Через сколько времени останется 1% от первоначального количества?

- : 300 дней
- +: 200 дней
- : 250 дней
- : 310 дней

I:

S: В баке находится 100 л раствора, содержащего 10 кг соли. В бак втекает 5 л воды в минуту, а смесь с той же скоростью переливается в другой 100 – литровый бак, первоначально наполненный чистой водой. Избыток жидкости из него выливается. Когда количество соли во втором баке будет наибольшим? Чему оно равно?

- : через 25 мин; 2,8 кг
- : через 30 мин; 3,8 кг
- +: через 20 мин; 3,68 кг
- : через 10 мин; 2,63 кг

I:

S: Из эксперимента известно, что скорость размножения бактерий при достаточном запасе пищи пропорциональна их количеству. За какое время количество бактерий увеличится в  $m$  раз по сравнению с их начальным количеством?

-:  $\frac{\ln m}{k^2}$

-:  $\frac{\ln m}{5k}$

+:  $\frac{\ln m}{k}$

-:  $-\frac{\ln m}{k}$

I:

S: В результате химической реакции между веществами А и В образуется вещество С. Установите зависимость количества вещества С от времени, если в момент вступления в реакцию количества вещества А и В соответственно а и b. Скорость химической реакции пропорциональна произведению реагирующих масс.

$$\therefore x(t) = a \frac{e^{k(a-b)t} - 1}{ae^{k(a-b)t} - b}$$

$$\therefore x(t) = a \cdot b \frac{e^{k(a-b)t} + 1}{ae^{k(a-b)t} + b}$$

$$+ : x(t) = a \cdot b \frac{e^{k(a-b)t} - 1}{ae^{k(a-b)t} - b}$$

$$\therefore x(t) = b \frac{e^{k(a-b)t} - 1}{ae^{k(a-b)t} - b}$$

I:

S: Пусть динамика карасей в пруду в отсутствие антропогенного вмешательства описывается с помощью логистического уравнения  $\frac{dx}{dt} = (1-x)x$ , где  $x = x(t)$  - численность популяции в пруду в момент времени t (в условных единицах). Допустим, что скорость отлова карасей постоянна и равна c. Уравнение отлова будет иметь вид...

$$\therefore x = \frac{1 + \sqrt{1 - 6c}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{1 - \sqrt{1 - 4c}}{2}$$

$$+ : x = \frac{1 + \sqrt{1 - 4c}}{2}$$

$$\therefore x = \frac{1 + \sqrt{1 - 4c^2}}{2}$$

I:

S: Скорость распада радия в каждый момент времени пропорциональна его наличной массе. Найти закон распада радия, если известно, что в начальный момент  $t = 0$  имелось  $m_0$  г радия и период полураспада радия (период времени, по истечении которого распадается половина наличной массы радия) равен 1590 лет.

$$\therefore x = m_0 3^{-t/1590}$$

$$\therefore x = m_0 2^{t/1590}$$

$$\therefore x = m_0 3^{t/1590}$$

$$+ : x = m_0 2^{-t/1590}$$

I:

S: В культуре пивных дрожжей быстрота прироста действующего фермента пропорциональна наличному его количеству  $x$ . Первоначальное количество фермента  $a$  в течение часа удвоилось. Во сколько раз оно увеличится через 3 ч?

-: 9

+: 8

-: 3

-: 7

**Критерии формирования оценок по тестовым заданиям:**

По итогам выполнения тестовых заданий оценка производится по пятибалльной шкале. При правильных ответах на:

- 89-100% заданий – «5» (баллов);
- 70-88% заданий – «4» (баллов);
- 50-69% заданий – «3» (балла);
- 30-49% заданий – «2» (балла);
- 10-29% заданий – «1» (балл);
- менее 10% заданий – «0» (баллов).

**4. Вопросы к экзамену по дисциплине «Дифференциальные уравнения в приложениях»**

№	Вопросы	Код компетенции (согласно РПД)
1.	Формулировка задачи реального мира в математических терминах.	ПКС-4
2.	Анализ или решение полученной математической задачи.	ПКС-4
3.	Интерпретация математических результатов в контексте первоначальной задачи реального мира	ПКС-4
4.	Скорость и ускорение.	ПКС-4
5.	Задача пловца.	ПКС-4
6.	Траектория полета.	ПКС-4
7.	Вертикальное движение.	ПКС-4
8.	Учет сопротивления	ПКС-4
9.	Основные модели.	ПКС-4
10.	Уравнение естественного роста.	ПКС-4
11.	Модели ограниченного роста популяции и логистическое уравнение.	ПКС-4
12.	Дополнительные приложения логистического уравнения.	ПКС-4
13.	Ограниченные ресурсы среды.	ПКС-4

14.	Конкуренция.	ПКС-4
15.	Пропорциональность производству.	ПКС-4
16.	Исчезновение популяции.	ПКС-4
17.	Сбор урожая в логистической популяции.	ПКС-4
18.	Уравнение радиоактивного распада.	ПКС-4
19.	Механические колебания.	ПКС-4
20.	Математический маятник.	ПКС-4
21.	Изменение температуры тела.	ПКС-4
22.	Колебания температуры внутри помещения.	ПКС-4
23.	Закон Торричелли.	ПКС-4

#### **5. Тематика курсовых работ (контролируемые компетенции ПКС-4)**

Тема 1. Простейшие задачи, приводящие к уравнениям параболического типа.

Тема 2. Метод разделения переменных.

Тема 3. Задачи на бесконечной прямой.

Тема 4. Задачи, приводящие к уравнению Лапласа.

Тема 5. Общие свойства гармонических функций.

Тема 6. Теория потенциала.

Тема 7. Колебания ограниченных объемов.

Тема 8. Уравнения электромагнитного поля.

Тема 9. Полиномы Лежандра.

Тема 10. Метод распространяющихся волн.

Тема 11. Функция источника.

Тема 12. Волны в цилиндрических трубах.

Тема 13. Метод конечных разностей для решения задачи Дирихле.

Тема 14. Элементы спектральной теории линейных операторов.

Тема 15. Нелинейные приближенные схемы и элементы.

Тема 16. Разностные схемы для уравнения теплопроводности.

Тема 17. Уравнения газодинамики и теория ударных волн.

#### **Этапы выполнения курсовой работы**

<b>№</b>	<b>Содержание этапа</b>	<b>Формируемые компетенции</b>
<b>1.</b>	Обзор литературы, обоснование актуальности темы	ПКС-4



2.	Теоретическая часть/экспериментальная часть/расчетная часть/ моделирование	ПКС-4
3.	Представление результатов	ПКС-4

### **Методические рекомендации для написания курсовой работы**

**Курсовая работа.** Смысл написания курсовой работы состоит в приобретении студентом навыков самостоятельного решения практических проблем с научных позиций и письменного изложения полученных результатов по выбранной теме (теоретическая часть, формирование и закрепление системы знаний, умений и навыков по данной теме, самостоятельного проведения различных этапов исследования).

Порядок подготовки курсовой работы содержит следующие этапы:

- выбор темы и согласование ее с научным руководителем;
- формирование структуры курсовой работы;
- сбор материала и его обработка;
- подбор литературы по теме, подготовка библиографии изучаемого вопроса;
- формирование основных теоретических положений, выводов и рекомендаций;
- подготовка и оформление курсовой работы;
- сдача подготовленной курсовой работы научному руководителю;
- доработка текста по замечаниям научного руководителя.

При выполнении курсовой работы студенту необходимо систематически консультироваться с научным руководителем по вопросам написания работы (план работы, методика написания, анализ полученных результатов).

Курсовая работа должна состоять из следующих частей:

- титульный лист,
- содержание (оглавление),
- введение,
- основной текст (разбитый на пункты и подпункты),
- заключение,
- список использованных источников и литературы,
- приложения.

**Титульный лист.** Титульный лист является первой страницей курсовой работы и выполняется строго по образцу, приведенному на кафедре.

**Содержание (оглавление).** Содержание (оглавление) отражает структуру курсовой работы и помещается после титульного листа. Оглавление включает в себя: список принятых сокращений; введение; наименования всех глав, пунктов и подпунктов; заключение; список использованных источников и литературы; приложения с указанием номеров страниц, с которых они начинаются. Нумерация страниц оформляется арабскими цифрами. Наименования глав не должны повторять название курсовой работы, а заголовки пунктов – названия глав.

**Введение.** Курсовая работа начинается с введения. Во введении автор должен показать актуальность избранной проблемы, степень ее разработанности в литературе, новизну темы, связь данного исследования с другими научно-исследовательскими работами. Здесь формулируются цель и задачи исследования, указываются объект, предмет, методика и методология исследования, обосновывается структура работы.

**Основная часть.** В основной части автор раскрывает содержание курсовой работы. Основная часть отражает итоги теоретической и практической работы студента, проведенной по избранной теме, содержит результаты исследования, выводы и конкретные предложения по проблеме. Основная часть курсовой работы делится на главы. Главы основной части могут делиться на пункты и подпункты. Каждый пункт должен содержать законченную информацию.

**Заключение.** В заключении автор подводит итоги исследования в соответствии с определенными во введении задачами курсовой работы, делает теоретические обобщения, формулирует выводы и практические рекомендации.

**Список использованных источников и литературы.** Список должен содержать перечень источников и литературы, использованных при выполнении курсовой работы. Образец оформления списка использованных источников и примеры библиографического описания приведены в <http://www.ipr-ras.ru/gost-2008-references.pdf>.

**Приложения.** Приложение оформляют как продолжение курсовой работы на ее последующих страницах и располагают в порядке появления ссылок на них в тексте работы. В приложения рекомендуется включать материалы, связанные с выполнением курсовой работы, которые по каким-либо причинам не могут быть включены в основную часть исследования. По содержанию приложения разнообразны. Это могут быть копии подлинных документов, выдержки из отчетных материалов, протоколов, отдельные положения из инструкций и правил, ранее не опубликованные тексты, переписка. По форме они могут представлять собой текст, таблицы, графики, схемы. Каждое приложение, как правило, имеет самостоятельное значение, поэтому оно должно начинаться с новой страницы, иметь тематический заголовок, напечатанный прописными буквами. В правом верхнем углу над заголовком прописными буквами должно быть напечатано слово «приложение». Если приложений в курсовой работе более одного, их следует пронумеровать арабскими цифрами (без знака №), например: *Приложение 1*, *Приложение 2* и т. д. Рисунки, таблицы и схемы, помещаемые в приложении, нумеруют арабскими цифрами в пределах каждого приложения, например: «Рис. 1.1» (первый рисунок первого приложения); «Таблица 1.2» (вторая таблица первого приложения). Максимальная сумма баллов по курсовой работе установлена в 100 баллов.

**Оценка курсовой работы «отлично» – (от 91 до 100 баллов)** – курсовая работа будет оценена педагогом на «отлично», если во введении приводится обоснование выбора конкретной темы, полностью раскрыта актуальность её в научной отрасли, чётко определены грамотно поставлены задачи и цель курсовой работы. Основная часть работы демонстрирует большое количество прочитанных автором работ. В ней содержатся основные термины, и они адекватно использованы. Критически прочитаны источники: вся необходимая информация проанализирована, вычленена, логически структурирована. Присутствуют выводы и грамотные обобщения. В заключении сделаны логичные выводы, а собственное отношение выражено чётко. Автор курсовой работы грамотно демонстрирует осознание возможности применения исследуемых теорий, методов на практике. Приложение содержит цитаты и таблицы, иллюстрации и диаграммы: все необходимые материалы. Курсовая работа написана в стиле академического письма (использован научный стиль изложения материала). Автор адекватно применял терминологию, правильно оформил ссылки. Оформление работы соответствует требованиям ГОСТ, библиография, приложения оформлены на отличном уровне. Объём работы заключается в пределах от 20 до 30 страниц.

**Оценка курсовой работы «хорошо» – от 81 до 90 баллов** – курсовая работа на «хорошо» во введении содержит некоторую нечёткость формулировок. В основной её части не всегда проводится критический анализ, отсутствует авторское отношение к изученному материалу. В заключение неадекватно использована терминология, наблюдаются незначительные ошибки в стиле, многие цитаты грамотно оформлены. Допущены незначительные неточности в оформлении библиографии, приложений.

**Оценка курсовой работы «удовлетворительно» – от 61 до 80 баллов** – курсовая работа на «удовлетворительно» во введении содержит лишь попытку обоснования выбора темы и актуальности, отсутствуют чёткие формулировки. Расплывчато определены задачи и цели. Основное содержание - пересказ чужих идей, нарушена логика изложения, автор попытался сформулировать выводы. В заключении автор попытался сделать обобщения, собственного отношения к работе практически не проявил. В приложении допущено

несколько грубых ошибок. Не выдержан стиль требуемого академического письма по проекту в целом, часто неверно употребляются научные термины, ссылки оформлены неграмотно, наблюдается плагиат.

**Оценка курсовой работы «неудовлетворительно» – от 36 до 60 баллов** – при оценивании такой курсовой работы, ее недостатки видны сразу. Курсовая работа на «неудовлетворительно» во введении не содержит обоснования темы, нет актуализации темы. Не обозначены и цели, задачи проекта. Скупое основное содержание указывает на недостаточное число прочитанной литературы. Внутренняя логика всего изложения проекта слабая. Нет критического осмысления прочитанного, как и собственного мнения. Нет обобщений, выводов. Заключение таковым не является. В нём не приведены грамотные выводы. Приложения либо вовсе нет, либо оно недостаточно. В работе наблюдается отсутствие ссылок, плагиат, не выдержан стиль, неадекватное использование терминологии. По оформлению наблюдается ряд недочётов: не соблюдены основные требования ГОСТ, а библиография с приложениями содержит много ошибок. Менее 20 страниц объём всей работы.