

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

Институт физики и математики

Кафедра алгебры и дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ОПОП

Эфендиева Г.А. Эфендиева

«30» сентября 2023 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ)
ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**
«МАТЕМАТИКА»

Специальность

38.05.01 ЭКОНОМИЧЕСКАЯ БЕЗОПАСНОСТЬ

Специализация

Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности

Квалификация выпускника

Экономист

Форма обучения

Очная

Нальчик 2023

СОДЕРЖАНИЕ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы, описание показателей, критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования
2. Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы
3. Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы, описание показателей, критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования.

Карта компетенции

Код и наименование компетенции выпускника:

ОПК-1. Способен использовать знания и методы экономической науки, применять статистико-математический инструментарий, строить экономико-математические модели, необходимые для решения профессиональных задач, анализировать и интерпретировать полученные результаты (**ОПК-1**).

Код и наименование индикатора достижения компетенций выпускника:

ОПК-1.3. Способен осуществлять сбор, обработку и анализ данных на основе применения статистико-математического инструментария, строить экономико-математические модели для решения профессиональных задач, анализировать и интерпретировать полученные результаты.

Общая характеристика компетенции

Тип компетенции: общепрофессиональная компетенция выпускника образовательной программы по специальности 38.05.01 Экономическая безопасность, специализация «Экономико-правовое обеспечение экономической безопасности», уровень ВО – специалитет.

1.1. Этапы формирования компетенций и средства оценивания

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины	Индикаторы достижений	Основные показатели оценки результатов обучения	Вид оценочного средства
<p>ОПК-1 Способен использовать знания и методы экономической науки, применять статистико-математический инструментарий, строить экономико-математические модели, необходимые для решения профессиональных задач, анализировать и интерпретировать полученные результаты.</p>	<p>ИД-1_ОПК-1.3. Способен осуществлять сбор, обработку и анализ данных на основе применения статистико-математического инструментария, строить экономико-математические модели для решения профессиональных задач, анализировать и интерпретировать полученные результаты.</p>	<p><i>Знать</i> основные принципы сбора и обобщения информации. <i>Уметь</i> соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности. <i>Владеть</i> практическим опытом работы с информационными источниками, опытом научного поиска, создания научных текстов</p>	<p>Оценочные материалы для самостоятельной работы Оценочные материалы для контрольной работы Типовые оценочные материалы к экзамену</p>

1.2. Критерии формирования оценок на различных этапах их формирования

Текущий и рубежный контроль

Оценка регулярности, своевременности и качества выполнения обучающимся учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость обучающегося по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение отдельных тем и выполнение отдельных видов работ. Общий балл складывается в результате проведения текущего и рубежного контроля по дисциплине:

Этап (уровень)	Первый этап (уровень)	Второй этап (уровень)	Третий этап (уровень)
Баллы	36-50 баллов	51-60 баллов	61-70 баллов
Характеристика	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценку «удовлетворительно».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценку «хорошо».	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценку «отлично».

Промежуточная аттестация (экзамен)

Оценка	Удовлетворительно	Хорошо	Отлично
Баллы	61-80 баллов	81-90 баллов	91-100 баллов
Характеристика	Студент имеет 36-50 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй, а пример сделан не верно. Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на оба вопроса, а пример не сделан.	Студент имеет 51-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Пример сделан верно. Студент имеет 61 – 65 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично ответил на второй, и в примере	Студент имеет 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй, и пример сделан правильно. Или же студент на оба вопроса ответил верно, а в задаче, есть неточности, которые не повлияли на ответ.

	Студент имеет по итогам текущего и рубежного контроля 61-70 баллов на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос. В решении примера есть грубая ошибка, которая повлияла на ответ, вследствие чего пример сделан не верно	есть недочеты, которые не повлияли на ответ. Студент имеет 66-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос. В примере есть неточности, которые не повлияли на ответ.	
--	---	--	--

Промежуточная аттестация (зачет)

Оценка	Не зачтено	Зачтено
Баллы	36-60 баллов	61-70 баллов
Характеристика	Обучающийся имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля. На зачете не выполнил предложенное преподавателем задание. По итогам промежуточного контроля получил 0 баллов	Обучающийся имеет 36-50 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете полностью выполнил 1/3 и более предложенного преподавателем задания. По итогам промежуточного контроля получил от 11 до 25 баллов. Обучающийся имеет 51-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете выполнил одно задание полностью либо частично выполнил 2 из трех заданий. По итогам промежуточного контроля получил от 1 до 10 баллов. Обучающемуся, имеющему 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, выставляется отметка «зачтено» без сдачи зачета

На первом (начальном) этапе формирования компетенции формируются знания, умения и навыки, составляющие базовую основу компетенции, без которой невозможно ее дальнейшее развитие. Обучающийся воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу.

На втором (основном) этапе формирования компетенции приобретается опыт деятельности, когда отдельные компоненты компетенции начинают «работать» в комплексе и происходит выработка индивидуального алгоритма продуктивных действий,

направленных на достижение поставленной цели. На этом этапе обучающийся осваивает аналитические действия с предметными знаниями по конкретной дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя координирование хода работы, переносит знания и умения на новые условия.

Третий (завершающий) этап – это овладение компетенцией. Обучающийся способен использовать знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях. По результатам этого этапа обучающийся демонстрирует итоговый уровень сформированности компетенции.

2. Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы.

№	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1.	Коллоквиум	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2.	Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
3.	Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам

3. Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности *Контролируемая компетенция ОПК-1, индикатор достижения компетенции ОПК-1.3*

3.1. Типовые задания для рубежного контроля успеваемости

3.1.1. Вопросы для коллоквиума

Тема 1. Элементы линейной и векторной алгебры³⁴

- 1) Матрицы. Операции над матрицами: сложение, вычитание, умножение, на число. Произведение матриц.
- 2) Определители 2-го и 3-го порядка, их свойства.
- 3) Алгебраические дополнения, миноры. Определители n-го порядка.
- 4) Исследование систем линейных уравнений.
- 5) Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
- 6) Формулы Крамера.
- 7) Векторы. Линейные операции над ними. Разложение векторов.
- 8) Скалярное произведение векторов.

- 9) Векторное произведение векторов.
- 10) Смешанное произведение векторов.

Тема 2. Комплексные числа

- 1) Комплексные числа, основные понятия.
- 2) Геометрическое изображение комплексных чисел.
- 3) Формы записи комплексных чисел.
- 4) Действия над комплексными числами.

Тема 3. Введение в анализ

- 5) Функция, способы задания функций. Основные характеристики функций. Обратная и сложная функции. Основные элементарные функции.
- 6) Числовые последовательности и их свойства. Предел функции в точке и предел числовой последовательности. Основные теоремы о пределах.
- 7) Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства. Сравнение бесконечно малых (бесконечно больших) функций.
- 8) Непрерывность функций в точке и на отрезке, точки разрыва функции.
- 9) Свойства функций, непрерывных на отрезке.
- 10) Определение производной, ее механический и геометрический смысл. Скорость протекания процессов.
- 11) Правила дифференцирования, таблица производных.
- 12) Производная сложной и обратной функции.
- 13) Дифференциал функции и его применение в приближенных вычислениях.
- 14) Производные и дифференциалы высших порядков.
- 15) Исследование функций с помощью производных.
- 16) Монотонность функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. Экстремум функции.

Тема 4. Интегральное исчисление

- 1) Понятие неопределенного интеграла, его свойства; таблица основных интегралов.
- 2) Основные методы интегрирования.
- 3) Интегрирование рациональных функций, иррациональных функций, тригонометрических функций.
- 4) Определенный интеграл как предел интегральной суммы. Формула Ньютона-Лейбница.
- 5) Геометрический и механический смысл определенного интеграла. Свойства определенного интеграла.
- 6) Вычисление площади плоской фигуры, вычисление длины дуги плоской кривой, вычисление площади поверхности тела вращения и объема тела вращения.

Тема 5. Функции нескольких переменных

- 1) Понятие функции нескольких переменных.
- 2) Предел функции двух переменных, непрерывность функции двух переменных и ее свойства.
- 3) Частные производные первого порядка, их геометрическое толкование.
- 4) Частные производные высших порядков.
- 5) Производная по направлению, градиент скалярного поля и его свойства.
- 6) Экстремум функции двух переменных, необходимые и достаточные условия существования экстремума.

Тема 6. Дифференциальные уравнения

- 1) Уравнения с разделяющимися переменными.
- 2) Линейные уравнения первого порядка.
- 3) Линейные дифференциальные уравнения высших порядков.
- 4) Структура решения линейных дифференциальных уравнений.
- 5) Интегрирование линейных дифференциальных однородных уравнений с постоянными коэффициентами.
- 6) Интегрирование линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.

Критерии формирования оценок по контрольным точкам (коллоквиум)

«отличный (высокий) уровень компетенции» (5 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 100%;

«хороший (нормальный) уровень компетенции» (4 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 70%;

«удовлетворительный (минимальный, пороговый) уровень компетенции» (3 балла) – ставится в случае, когда обучающийся затрудняется с правильной формулировкой теоретического материала, дает неполный ответ, демонстрирует знание теоретического материала на 50%;

«неудовлетворительный (ниже порогового) уровень компетенции» (2 и менее баллов) – ставится в случае, когда обучающийся дает неверную формулировкой теоретического материала, дает неверный ответ, демонстрирует незнание теоретического материала или знание материала менее чем на 40%.

Методические рекомендации

Коллоквиум проводится в форме индивидуальной беседы преподавателя с каждым обучающимся или беседы в небольших группах (2-3 человека). Преподаватель задает несколько конкретных вопросов, позволяющих выяснить степень добросовестности работы с материалом, вынесенным на собеседование.

Подготовка к коллоквиуму начинается с установочной консультации преподавателя, на которой он определяет темы и проблемы, выносимые на собеседование, рекомендует литературу для изучения и объясняет процедуру проведения коллоквиума. Методические указания состоят из рекомендаций по изучению литературы и интернет-источников, вопросов для самопроверки.

Коллоквиум, в случае необходимости, может проводиться в дистанционной форме, в системе онлайн-обучения на базе программного обеспечения Moodle со встроенной подсистемой тестирования КБГУ (<https://open.kbsu.ru>) с использованием сервисов онлайн конференций для проведения вебинаров BigBlueButton, Jitsi.

Критерии оценивания

Баллы (оценка)	Критерии оценивания
5-6 баллов («отлично»)	Ответы получены 80-100 % заданных вопросов. Обучающийся: – полно излагает изученный материал, дает правильное определение понятий; – обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, привести необходимые примеры; – излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка
3-4 балла («хорошо»)	Ответы даны на 60-80 % заданных вопросов. Обучающийся: – дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, установленным для оценки «отлично», но допускает не более

	2 негрубых ошибок, которые сам же исправляет, и не более 2 недочетов
1-2 балл («удовлетворительно»)	Ответы даны на 40-60 % вопросов. Обучающийся: – обнаруживает знание и понимание основных положений темы, но излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий (допускает более 2 негрубых ошибок); – излагает материал непоследовательно, допускает более 2 недочетов
0 баллов («неудовлетворительно»)	Ответы даны менее чем на 40 % вопросов. Обучающийся: – обнаруживает незнание большей части соответствующего раздела изучаемого материала (допускает грубые ошибки)

Грубые ошибки: неправильный ответ или пояснения к ответу на поставленный вопрос; неправильное определение базовых терминов по дисциплине.

Негрубые ошибки: неточный или неполный ответ на поставленный вопрос; при правильном ответе неумение самостоятельно или полно обосновать и проиллюстрировать его.

Недочеты: непоследовательность, неточность в языковом оформлении излагаемого.

3.1.2. Оценочные материалы для самостоятельной работы обучающегося (типовые задачи) (контролируемые компетенции ОПК-1.3)

Перечень типовых задач для самостоятельной работы сформирован в соответствии с тематикой практических занятий по дисциплине «Математика».

Тема 1. Элементы линейной алгебры и векторной алгебры

1. Найти матрицу транспонированную данной.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 5 & 6 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad A^T = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 3 & 6 & 0 \end{pmatrix}.$$

2. Найти произведение матриц АВ и ВА (если это возможно)

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 3 & 4 & 5 \\ 6 & 0 & -2 \\ 7 & 1 & 8 \end{pmatrix}.$$

3. Вычислить $C = A^2 + 2B$, где $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ -3 & 2 \end{pmatrix}$.

4. Найти AE , если $A = \begin{pmatrix} 9 & 3 & -5 \\ 1 & -10 & 6 \end{pmatrix}, E = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$.

5. Вычислить определитель

$$\begin{vmatrix} 5 & -2 & 0 \\ 3 & 7 & 8 \\ -1 & 6 & -5 \end{vmatrix}$$

4. Найти матрицу, обратную данной $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$. Сделать проверку.
5. Решить систему уравнений $\begin{cases} x_1 - x_2 = -1, \\ 2x_1 + x_2 = 7. \end{cases}$
- а) с помощью обратной матрицы;
 б) по формулам Крамера.
8. Даны точки $A(1;2;3)$ и $B(3;5;9)$. Найти координаты вектора и его длину.
9. Даны векторы $\vec{a}(2;5;7)$ и $\vec{b}(1;2;4)$. Найти координаты X, Y, Z векторного произведения $\vec{a} \times \vec{b}$.
10. Найти площадь треугольника с вершинами $A(1;2;0), B(3;2;1), C(-2;1;2)$.
11. Даны вершины пирамиды $A(5;1;-4), B(1;2;-1), C(3;3;-4), S(2;2;2)$. Найти длину высоты, опущенной из вершины S на грань ABC .

Методические рекомендации по решению примеров и задач.

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы основные понятия теории линейной и векторной алгебры. Основная цель научиться решать типовые задачи по темам матрицы и определители, уметь применять метод Крамера и метод обратной матрицы при решении систем линейных алгебраических уравнений. Находить скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.

Тема 2. Комплексные числа.

1. Найти сумму чисел $z_1=2+i$ и $z_2=3-2i$.
2. Представить в тригонометрической форме число $z=2+2i$.
3. Вычислить $(2+i3)(3-i2)$.
4. Вычислить $(a+ib)(a-ib)$.
5. Найти значение выражения $(3-i2)^2$.
6. Вычислить $(1+i)^3$.

Представить в тригонометрической форме комплексные числа:

7. $1+i\sqrt{3}$.
8. $\sqrt{3}-i$

9. 3+i3.

Методические рекомендации по решению примеров и задач.

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. Основная цель научиться выполнять арифметические действия над комплексными числами. Уметь представлять комплексное число в алгебраической, тригонометрической форме. Решать поставленные задачи.

Тема 3. Введение в анализ.

Вычислить пределы:

1. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^2 + 6x + 8}{x^3 + 8}$.

2. $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 + x^2 - 5}{x^3 + x - 2}$.

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{3x}$.

4. Задана функция $y=f(x)$. Найти точки разрыва функций, если они существуют.

Сделать чертеж.

$$f(x) = \begin{cases} 2, & x < -2; \\ \sqrt{4-x^2}, & -2 \leq x < 2; \\ x-2, & x > 2. \end{cases}$$

Пользуясь основными правилами дифференцирования, найти $f'(x)$, если

5. $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x}$;

6. $f(x) = x \arctg x - 3 \ln(1+x^2)$;

7. Найти $\frac{dy}{dx}$ и $\frac{d^2y}{dx^2}$ для заданных функций:

$y = \ln \sin(2x+5)$;

8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $f(x) = x^3 - 12x + 7$; $[0; 3]$.

Методические рекомендации по решению примеров и задач.

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. Основная цель научиться вычислять пределы функции. Уметь находить точки разрыва. Научиться вычислять производные первого и высших порядков. Уметь находить

наибольшее и наименьшее значение функции. С помощью производных исследовать график функции.

Тема 4. Интегральное исчисление.

Вычислить интегралы от заданных функций:

1. $\int \frac{dx}{\sqrt{16-x^2}}$.

2. $\int (3x+1)^{15} dx$.

3. $\int_{-1}^3 (1-2x+3x^2) dx$

4. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cdot \cos^2 x dx$

5. Вычислить площадь фигуры ограниченной линиями $y=x^2-2x+4$, $y=3$, $x=-1$.

6. Вычислить площадь фигуры ограниченной линиями: одной аркой циклоиды $x=a(t-\sin t)$, $y=a(1-\cos t)$ и осью Ox .

7. Вычислить площадь фигуры ограниченной линиями: астроидой

$$x = a \cos^3 t, \quad y = a \sin^3 t.$$

8. Определить объем тела, образованного вращением фигуры, ограниченной линиями: $x^2 - y^2 = 4$, $y = \pm 2$ вокруг оси Oy .

9. Определить длину дуги кривой: $y^2 = x^3$, $x = 0$, $y = 8$, отсеченной прямой $x = 4/3$.

10. Определить длину дуги кривой: $x = \frac{t^6}{6}$, $y = 2 - \frac{t^4}{4}$ между точками пересечения осями координат.

Методические рекомендации по решению примеров и задач.

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве. Основная цель научиться вычислять определенный и неопределенный интегралы и уметь использовать приложения определенного интеграла.

Тема 5. Функции нескольких переменных.

1. Найти частные производные первого и второго порядка

функции $z = 2x^2y^3 + 3x^4 + 5y - 7$.

2. Вычислить частные производные первого порядка функции $z = x^2y - 4x\sqrt{y} - 6y^2 + 5$ в точке $M_0(2; 1)$. Найти производные второго порядка.

3. Найти частные производные первого порядка функции $z = \frac{y \sin 2y}{\sqrt[3]{x^2}}$. Проверить, что $z''_{xy} = z''_{yx}$. Записать полный дифференциал первого порядка dz .

4. Найти частные производные первого порядка функции $z = e^x(\cos y + x \sin y)$. Проверить, что $z''_{xy} = z''_{yx}$. Записать полный дифференциал первого порядка dz .

5. Найти частные производные первого порядка функции $z = \sin \sqrt{\frac{y}{x^3}}$.

6. Найти частные производные первого порядка функции $z = \arctg(x\sqrt{y})$. Записать полный дифференциал dz .

7. Найти частные производные первого порядка функции $z = \frac{2^y}{y} + x^2 \lg x + \ln(x^2 + y^3)$.

8. Исследовать на экстремум функцию $z = 3x^2 + xy + 2y^2 - x - 4y$

9. Исследовать на экстремум функцию двух переменных $z = y^2 + 2xy - 4x - 2y - 3$.

Методические рекомендации по решению примеров и задач.

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы функции нескольких переменных. Основная цель нахождения частных производных первого и второго порядка, а также полного дифференциала функции, исследование на экстремум функцию двух переменных.

Тема 6. Дифференциальные уравнения.

Найти общие решения уравнений и систем:

1. $xy' + y = 0$.

2. $(1+y^2)dx = (1+x^2)dy$.

3. $xy' + y = 3$.

4. $y''' - 3y'' + 3y' - y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2, \quad y''(0) = 1$

$$5. \quad y'' - 2y' - 3y = e^{4x}$$

$$6. \quad y'' + 2y' - 3y = x^2 e^x$$

Критерии формирования оценок по заданиям для самостоятельной работы студента (типовые задачи):

«отлично» (4 балла) - обучающийся показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно и логично его излагает. Свободно использует необходимые формулы при решении задач;

«хорошо» (3 балла) - обучающийся твердо знает материал, грамотно его излагает, но допускает неточности в процессе решения задач;

«удовлетворительно» (1-2 балла) - обучающийся имеет знания основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил его деталей, допускает отдельные неточности при решении задач;

«неудовлетворительно» (0 баллов) – обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

3.1.3. Оценочные материалы для контрольной работы

(контролируемые компетенции ОПК-1.3)

Типовые варианты контрольных работ:

Вариант №1

1) Решить систему уравнений методом Крамера; средствами матричного исчисления.

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ x - y + z = 5 \\ x + y - z = 7 \end{cases}$$

2) Найти произведение матриц $A \cdot B$, и $B \cdot A$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ -1 & 4 \\ 0 & 2 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 5 \\ 9 & 1 \end{pmatrix}$.

3) Решить уравнение: $\begin{vmatrix} 1 & x & 3 \\ 5 & 0 & 7 \\ 6 & 7 & -1 \end{vmatrix} = 4$.

Вариант №2

1. Вычислить пределы:

$$1) \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{(3x-2)(4x+4)}{x^2 - 4x + 3}$$

$$2) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x+4} - 2}$$

$$3) \lim_{x \rightarrow 0} \left(1 + 2x\right)^{\frac{1}{x}}$$

2. Задана функция $y=f(x)$. Найти точки разрыва функции, если они существуют, построить график.

$$f(x) = \begin{cases} -x - 3, & x < -2; \\ x^2 - 4, & x \geq -2 \end{cases}$$

3. Найти производную $y = x^3 \sin\left(\frac{1}{3x-5}\right)$

Вариант №3

1) Вычислить неопределенный интеграл $\int \cos bx dx$.

2) Найти значение определенного интеграла $\int_0^4 \frac{dx}{1+4x}$.

3) Найти площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$, $y = 2 - x^2$.

Вариант №4

1) Найти общее решение уравнения $(x - xy^2)dx + (y - yx^2)dy = 0$.

2) Найти общее решение уравнения $y' + \frac{y}{x} = \frac{y^2}{x^2}$.

3) Найти общее решения линейного неоднородного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами $y'' + 9y = 6e^{3x}$.

Контрольная работа. Контрольная работа – письменная работа небольшого объема, предполагающая проверку знаний заданного к изучению материала и навыков его практического применения. Проводится три раза в течение изучения дисциплины (семестр) в часы аудиторной работы. Не менее чем за 1 неделю до контрольной работы, преподаватель должен определить студентам исходные данные для подготовки: назвать

разделы (темы, вопросы), по которым будут контрольные задания, теоретические источники (с точным указанием разделов, тем, статей) для подготовки.

Контрольные работы могут состоять из одного или нескольких заданий практического содержания. При выполнении контрольной работы пользоваться конспектами лекций, учебниками, задачками не разрешено. Длительность решения контрольных заданий составляет не более 90 минут.

Критерии оценки. Уровень знаний определяется баллами:

6 баллов - правильно выполнены все задания, продемонстрирован высокий уровень владения материалом, проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

5-4 балла - правильно выполнена большая часть заданий, присутствуют незначительные ошибки, продемонстрирован хороший уровень владения материалом, проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

3-2 балла - задания выполнены более чем наполовину, присутствуют серьезные ошибки, продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом, проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

1 балл - дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса существенными ошибками в определениях.

0 баллов - при полном несоответствии всем критериям и отсутствии ответа.

3.1.4. Оценочные материалы: Типовые тестовые задания по дисциплине

«Математика» (контролируемые компетенции ОПК-1.3)

Полный перечень тестовых заданий представлен в ЭОИС –

<http://open.kbsu.ru/moodle/course/view.php?id=4014>

*Форма работы – самостоятельная, индивидуальная.

I:

$$S: \text{Определитель} \begin{vmatrix} 3 & -2 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \\ 2 & 0 & -2 \end{vmatrix} \text{ равен } \dots$$

+: -12

-.: -10

-.: 15

∴ 17

Произведением матрицы $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ -1 & 5 \end{pmatrix}$ и вектора $x = \begin{pmatrix} 4 \\ -3 \end{pmatrix}$ является

$$+: \begin{pmatrix} 6 \\ -19 \end{pmatrix}$$

$$∴ \begin{pmatrix} 20 \\ -12 \end{pmatrix}$$

$$∴ \begin{pmatrix} 19 \\ 6 \end{pmatrix}$$

$$∴ \begin{pmatrix} 15 \\ 7 \end{pmatrix}$$

I:

S: Если $f(x) = 2x + 6$, $A = \begin{pmatrix} 9 & 10 & 11 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$ то $f(A)$ равно...

$$+: \begin{pmatrix} 24 & 20 & 22 \\ 2 & 8 & 2 \\ 4 & 6 & 14 \end{pmatrix}$$

$$∴ \begin{pmatrix} 9 & 10 & 11 \\ 1 & 1 & 1 \\ 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

$$∴ \begin{pmatrix} 20 & 22 & 24 \\ 6 & 6 & 6 \\ 8 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

$$∴ \begin{pmatrix} 20 & 22 & 24 \\ 8 & 8 & 8 \\ 8 & 10 & 12 \end{pmatrix}$$

I:

S: Обратной для матрицы $\begin{pmatrix} 11 & 8 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ является матрица ...

$$+: \begin{pmatrix} 3 & -8 \\ -4 & 11 \end{pmatrix}$$

$$-: \begin{pmatrix} 11 & 4 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$$

$$-: \begin{pmatrix} -11 & 4 \\ 8 & -3 \end{pmatrix}$$

$$-: \begin{pmatrix} -3 & 8 \\ 4 & -11 \end{pmatrix}$$

I:

S: Решение матричного уравнения $\begin{pmatrix} 38 & -27 \\ 17 & -19 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} -5 \\ -23 \end{pmatrix}$, имеет вид ...

$$+: X = \begin{pmatrix} 2 \\ 3 \end{pmatrix}$$

$$-: X = \begin{pmatrix} 3 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$-: X = \begin{pmatrix} 2 \\ 4 \end{pmatrix}$$

$$-: X = \begin{pmatrix} 4 \\ 2 \end{pmatrix}$$

I:

S: Если вектора $\vec{a}(4;2k;-1)$ и $\vec{b} = (-1;1;4)$ перпендикулярны, то k равно...

$$+: 4$$

$$-: -4$$

$$-: 2$$

$$-: -2$$

I:

S: Если даны вектора $\vec{a}(6;0;12)$ и $\vec{b}(-8;13; z)$, то эти векторы перпендикулярны при z равном...

-: 1

-: 2

-: 3

+: 4

I:

S: Угол между векторами $\vec{a}(-1;2;-2)$ и $\vec{b}(6;3;-6)$ равен....

-: $\arcsin \frac{4}{9}$

+: $\arccos \frac{4}{9}$

-: $\arctg \frac{4}{9}$

-: $\text{arcctg} \frac{4}{9}$

I:

S: Скалярное произведение векторов $\vec{a} = (-5; -2; 3)$ и $\vec{b} = (1; -3; 1)$ равно ...

+: 4

-: 5

-: 6

-: 3

I:

S: Даны векторы $\vec{a} = (1, 3, 6)$ и $\vec{b} = (-2, 3, 0)$ координатами векторного произведения являются...

-: (3; 14; 0)

-: (-2; 19; 0)

+: (-3; 0; -6);

-. (-18; -12; 9)

I:

S: Смешанное произведение векторов $\vec{a} = (6, 8, -5)$ и $\vec{b} = (3, -1, 1)$, $\vec{c} = (2; 1; -2)$ равно...

-. 14;

+: 45;

-. 36;

-. 0

I:

S: Два комплексных числа называются равными тогда и только тогда, когда

-. Равны их действительные части

+: Равны их мнимые и действительные части

-. Равны их мнимые части

-. Равны их модули

I:

S: Два комплексных числа, отличающиеся только знаком мнимой части называются

-. равными

+: сопряженными

-. простыми

-. противоположными

I:

S: Выражение $y = \text{Im } z$ называется

-. Мнимым числом z

-. Комплексным числом

-. Действительной частью числа $z = x + iy$

+: Мнимой частью комплексного числа $z = x + iy$

I:

S: Модуль комплексного числа $z = x + iy$ определяется по формуле

$$-: r = x^2 + y^2$$

$$-: r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$+: r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$-: r = x^2 - y^2$$

I:

S: Значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 7x)^{\frac{2}{x}}$ равно...

$$-: 1$$

$$+: e^{14}$$

$$-: e^2$$

$$-: e^{\frac{1}{4}}$$

I:

S: Значение предела $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \frac{x}{4})^{\frac{2}{x}}$ равно...

$$-: 1$$

$$-: e^2$$

$$+: e^{\frac{1}{2}}$$

$$-: e^8$$

I:

S: Производная функции $y = \ln(2x^2 + 3)$ имеет вид...

$$+: \frac{4x}{2x^2 + 3}$$

$$\therefore \frac{x}{2x^2 + 3}$$

$$\therefore -\frac{4x}{2x^2 + 3}$$

$$\therefore \frac{4}{2x^2 + 3}$$

I:

S: Метод интегрирования, при котором данный интеграл путем тождественных преобразований подынтегральной функции (выражения) и применения свойств неопределенного интеграла приводится к одному или нескольким табличным интегралам, называется методом ### интегрирования.

+: непосредственного

I:

S: Метод интегрирования, суть которого определяется формулой $\int U dV = UV - \int V dU$, называется методом интегрирования ###

+: по частям

I:

S: Метод интегрирования, заключающийся во введении новой переменной интегрирования, называется методом интегрирования ###

+: подстановкой

I:

S: Определенный интеграл от неотрицательной функции численно равен площади криволинейной ### .

+: трапеции

I:

S: Формула Ньютона-Лейбница имеет вид...

$$+: \int_a^b f(x) dx = F(b) - F(a)$$

$$\therefore \int_a^b f(x) dx = F(a) - F(b)$$

$$-\int_a^b f(x) dx = F(a) + F(b)$$

$$-\int f(x) dx = F(x) + c$$

I:

S: Если $u = \frac{(1-xy)}{(1+xy)}$, то в точке (0,1) u'_y равна...

+: 0

-: 1

-: 2

-: 3

Решение заданий в тестовой форме. Проводится три раза в течение изучения дисциплины (семестр) на платформе <http://open.kbsu.ru/moodle/>. Не менее чем за 1 неделю до тестирования, преподаватель должен определить студентам исходные данные для подготовки к тестированию: назвать разделы (темы, вопросы), по которым будут задания в тестовой форме, теоретические источники (с точным указанием разделов, тем, статей) для подготовки.

Критерии формирования оценок по тестовым заданиям:

5 баллов – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы. Выполнено 100 % предложенных тестовых вопросов;

4 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 80–99 % от общего объема заданных тестовых вопросов;

2-3 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 60–79% от общего объема заданных тестовых вопросов;

1 балл – получают обучающиеся правильным количеством ответов на тестовые вопросы – менее 40-59 % от общего объема заданных тестовых вопросов.

3.2. Промежуточная аттестация

Контролируемая компетенция ОПК-1, индикатор достижения компетенции ОПК-1.3

3.2.1. ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ, ВЫНОСИМЫХ НА ЗАЧЕТ 1 СЕМЕСТРА

1. Матрицы. Операции над матрицами: сложение, вычитание, умножение, на число.
2. Произведение матриц.
3. Определители 2-го и 3-го порядка, их свойства.
4. Алгебраические дополнения, миноры.

5. Исследование систем линейных уравнений. Метод Гаусса.
6. Решение систем линейных уравнений с помощью обратной матрицы.
7. Исследование систем линейных уравнений. Формулы Крамера.
8. Векторы. Линейные операции над ними. Разложение векторов.
9. Скалярное произведение векторов.
10. Векторное произведение векторов.
11. Смешанное произведение векторов.
12. Комплексные числа, основные понятия. Геометрическое изображение комплексных чисел.
13. Формы записи комплексных чисел. Действия над комплексными числами.
14. Функция, способы задания функций. Основные характеристики функций.
15. Обратная и сложная функции. Основные элементарные функции.
16. Числовые последовательности и их свойства.
17. Предел функции в точке и предел числовой последовательности.
18. Основные теоремы о пределах. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства. Сравнение бесконечно малых (бесконечно больших) функций.
19. Непрерывность функций в точке и на отрезке, точки разрыва функции. Свойства функций, непрерывных на отрезке.
20. Определение производной, ее механический и геометрический смысл.
21. Правила дифференцирования, таблица производных.
22. Производная сложной и обратной функции.
23. Дифференциал функции и его применение в приближенных вычислениях. Свойства дифференциальных функций.
24. Производные и дифференциалы высших порядков.
25. Исследование функций с помощью производных.
26. Монотонность функции. Наибольшее и наименьшее значения функции. Экстремум функции.

3.2.2. ПЕРЕЧЕНЬ ВОПРОСОВ, ВЫНОСИМЫХ НА ЭКЗАМЕН 2 СЕМЕСТРА

1. Первообразная функции. Неопределенный интеграл.
2. Основные свойства определенного интеграла.
3. Таблица простейших интегралов.
4. Основные методы интегрирования.
5. Интегрирование рациональных дробей.
6. Интегрирование иррациональных функций.

7. Интегрирование тригонометрических функций.
8. Определенный интеграл. Основные понятия и свойства.
9. Геометрический и механический смысл определенного интеграла.
10. Интегралы с бесконечными пределами (I рода).
11. Интегралы от неограниченных функций (II рода).
12. Вычисление площадей плоских фигур.
13. Вычисление длины дуги кривой.
14. Вычисление объемов тел.
15. Вычисление площади поверхности вращения.
16. Физические (механические) приложения определенного интеграла
17. Понятие функции нескольких переменных. График функции двух переменных. Линии уровня.
18. Предел функции в точке.
19. Непрерывность функции в точке.
20. Функции непрерывные на множестве.
21. Частные производные. Геометрический смысл частной производной.
22. Дифференциал функции. Линеаризация функций.
23. Дифференцирование сложных и неявных функций. Случай одной переменной.
24. Дифференцирование сложных и неявных функций. Случай нескольких независимых переменных.
25. Неявная функция одной переменной.
26. Неявная функция нескольких переменных.
27. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
28. Частные производные второго порядка. Дифференциал второго порядка.
29. Производные и дифференциалы высших порядков.
30. Уравнения с разделяющимися переменными.
31. Линейные уравнения первого порядка.
32. Линейные дифференциальные уравнения высших порядков.
33. Структура решения линейных дифференциальных уравнений.
34. Интегрирование линейных дифференциальных однородных уравнений с постоянными коэффициентами.
35. Интегрирование линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
36. Числовые ряды
37. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Свойства сходящихся рядов

- 38. Необходимое условие сходимости рядов. Признаки сходимости рядов
- 39. Знакопеременные ряды
- 40. Знакочередующиеся ряды
- 41. Функциональные ряды
- 42. Степенные ряды

Критерии формирования оценок по промежуточной аттестации:

«отлично» (30 баллов) – получают обучающиеся, которые свободно ориентируются в материале и отвечают без затруднений. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий, постановке целей и выборе путей их реализации. Работа выполнена полностью без ошибок, решено 100% задач;

«хорошо» (24 балла) – получают обучающиеся, которые относительно полно ориентируются в материале, отвечают без затруднений, допускают незначительное количество ошибок. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий. Работа выполнена полностью, но имеются не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Допускаются незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

«удовлетворительно» (18 баллов) – получают обучающиеся, у которых недостаточно высок уровень владения материалом. В процессе ответа на экзамене допускаются ошибки и затруднения при изложении материала. Обучающийся правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач;

«неудовлетворительно» (14 баллов) – получают обучающиеся, которые допускают значительные ошибки. Обучающийся имеет лишь начальную степень ориентации в материале. В работе число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50% задач.

Критерии оценки.

Уровень знаний определяется оценками **«отлично»**, **«хорошо»**, **«удовлетворительно»**, **«зачтено»**, **«неудовлетворительно»**, **«не зачтено»**.

1. Оценка **«отлично»** - студент показывает полные и глубокие знания программного материала, логично и аргументировано отвечает на поставленный вопрос, а также дополнительные вопросы, показывает высокий уровень теоретических знаний.

2. Оценка *«хорошо»* - студент показывает глубокие знания программного материала, грамотно его излагает, достаточно полно отвечает на поставленный вопрос и дополнительные вопросы, умело формулирует выводы. В тоже время при ответе допускает несущественные погрешности.

3. Оценка *«удовлетворительно»* - студент показывает достаточные, но не глубокие знания программного материала; при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. Для получения правильного ответа требуется уточняющие вопросы.

4. Оценка *«неудовлетворительно»* - студент показывает недостаточные знания программного материала, не способен аргументированно и последовательно его излагать, допускаются грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на поставленный вопрос или затрудняется с ответом.

Для получения зачета, которым заканчивается изучение дисциплины в семестре, студенту необходимо иметь не менее 61 балла. Если по итогам текущего и рубежного контроля успеваемости студент набрал число баллов в пределах от 36 до 61, то он допускается к сдаче зачета. По итогам зачета он может повысить сумму баллов до 61 (не более), необходимых для получения зачета.

Оценка *«зачтено»* - уровень знаний студента соответствует требованиям:

– студент свободно ориентируется в материале и отвечает без затруднений. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий, постановке целей и выборе путей их реализации. Работа выполнена полностью без ошибок, решено 100% задач;

– относительно полно ориентируется в материале, отвечает без затруднений, допускает незначительное количество ошибок. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий. Работа выполнена полностью, но имеются не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Допускаются незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

– В процессе ответа допускаются ошибки и затруднения при изложении материала. Обучающийся правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач;

Оценки *«не зачтено»* - студент показывает недостаточные знания программного материала, не способен аргументированно и последовательно его излагать, допускаются

грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на поставленный вопрос или затрудняется с ответом.

**Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования «Кабардино-Балкарский государственный университет
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)**

Институт – Физики и математики

Кафедра – Алгебры и дифференциальных уравнений

Дисциплина – Математика

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Понятие функции нескольких переменных.
2. Геометрический и механический смысл определенного интеграла.
Свойства определенного интеграла.
3. Вычислить площадь фигуры ограниченной линиями: астроидой
 $x = a \cos^3 t, \quad y = a \sin^3 t.$

Руководитель ОПОП _____ Г.А. Эфендиева

Заведующий кафедрой _____ Нирова М.С.