

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет  
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ  
КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

СОГЛАСОВАНО

Руководитель образовательной  
программы *С.И.* М.С. Нирова  
«*12*» *апреля* 2023 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
«ГРАФЫ И ИХ АВТОМОРФИЗМЫ»

(код и наименование дисциплины)

Программа специалитета

01.05.01 Фундаментальная математика и механика  
(код и наименование программы специалитета)

Направленность (профиль)

Фундаментальная математика  
(наименование направленности (профиля))

Квалификация (степень) выпускника

специалист

Форма обучения

(очная)

Нальчик 2023

Рабочая программа дисциплины (модуля) «Графы и их автоморфизмы»  
/сост. А.А. Токбаева – Нальчик: КБГУ, 2023г.

Рабочая программа дисциплины «Графы и их автоморфизмы» предназначена для студентов очной формы обучения по программе специалитета 01.05.01 Фундаментальная математика и механика, профиль «Фундаментальная математика» 9 семестра, 5 курса.

Рабочая программа составлена с учетом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по специальности 01.05.01 Фундаментальная математика и механика (уровень специалитета), утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 10.01.2018г. №16 (зарегистрировано в Минюсте РФ 6 февраля 2018г. № 49943).

## Содержание

1	Цели и задачи освоения дисциплины.....	4
2	Место дисциплины в структуре ОПОП ВО .....	4
3	Требования к результатам освоения дисциплины .....	5
4	Содержание и структура дисциплины.....	6
5	Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации.....	11
6	Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности.....	25
7	Учебно-методическое обеспечение дисциплины .....	26
7.1.	Нормативно-законодательные акты.....	26
7.2.	Основная литература.....	26
7.3.	Дополнительная литература.....	27
7.4.	Периодические издания.....	28
7.5.	Интернет-ресурсы.....	28
7.6.	Методические указания по проведению различных учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы.....	30
8	Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	34
	Лист изменений (дополнений) в рабочей программе дисциплины.....	36
	Приложения	

## 1. Цели и задачи освоения дисциплины.

Методы современной алгебры отличаются большей степенью абстрактности. Графы дадут возможность создать наглядный образ большого количества абстрактных понятий и методов, что позволит приблизиться к ее прикладной стороне.

### **Цели дисциплины:**

- получение базовых знаний по графам: виды графов их изображение, маршруты, цепи, циклы, ориентированные и эйлеровы графы, дерево и лес;
- формирование профессиональных качеств специалиста в области теории графов;
- овладение методами и приемами проведения самостоятельных научных исследований по автоморфизмам графов;
- формирование умений и навыков по использованию логического аппарата в процессе обучения;
- развитие логического мышления;
- формирование исследовательских умений общенаучного и специализированного математического характера;
- формирование навыков владения современными методами анализа научной и научно-методической литературы.

### **Задачи дисциплины:**

- формирование у студентов системы представлений о начальных понятиях и фактах теории графов;
- формирование способности действовать алгоритмически при решении некоторых основных оптимизационных задач;
- формирование способности применять методы теории графов при решении нестандартных задач, задач занимательных и олимпиадного характера
- воспитание самостоятельности и настойчивости студентов в достижении поставленной цели;
- способствовать формированию навыков работы с учебной, научной и научно-методической литературой;
- дать представление о современном состоянии научных исследований в области теории графов и сопряженных с ней областях знаний.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Графы и их автоморфизмы» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 основной образовательной программы по программе специалитета 01.05.01 Фундаментальная математика и механика (Профиль: «Фундаментальная математика»). Слушатели должны владеть математическими знаниями в рамках школьной программы. Знать дискретную математику, теорию множеств и отношений, теорию булевых алгебр.

Полученные знания могут быть использованы во всех общепрофессиональных дисциплинах, а также дисциплинах естественнонаучного цикла.

### 3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины.

В совокупности с другими дисциплинами профиля «Фундаментальная математика» дисциплина «Графы и их автоморфизмы» направлена на формирование следующих компетенций в соответствии ФГОС ВО 3++ и ОПОП ВО по программе специалитета 01.05.01 Фундаментальная математика и механика:

**Профессиональные компетенции специальности (ПКС-3):** Способен публично представлять собственные и известные научные результаты.

*Индикаторы достижения компетенции ПКС-3:*

**ПКС-3.1.** Способен публично представлять результаты собственных исследований;

**ПКС-3.2.** Способен изучить новейшие результаты исследований и применить их в профессиональной деятельности.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**Знать:**

- определения основных понятий теории графов и логических связей между ними;
- знать все известные типы графов: Петерсона, Шрикханде, Клебша, Шлефли и три графа Чанга.
- алгоритмы обходов на графах: построение эйлера цикла, кратчайшего пути в графе и др.;
- основные теоремы теории графов;
- связные компоненты графов;
- теорию ориентированных графов.

**Уметь:**

- применять теоретические знания при решении задач с графами;
- логично и последовательно демонстрировать освоенное знание;
- приводить примеры и контрпримеры в процессе изложения теоретического материала;
- проводить операции с частями графа;
- применять простейшие алгоритмы для решения конкретных задач;
- строить матрицы смежности и инцидентности графов;
- применять на практике методы и алгоритмы теории графов.

**Владеть:**

- основными приемами решения задач по теории графов;
- терминологией предметной области «Теории графов» и ее различными алгоритмами;
- методами теории конечных групп, теории характеров;
- способами организации исследования при решении задач по дисциплине.

#### 4. Содержание и структура дисциплины

**Таблица 1.** Содержание дисциплины «Графы и их автоморфизмы», перечень оценочных средств и контролируемых компетенций

№	Наименование раздела	Содержание раздела	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	2	3	4	5
<b>9 семестр</b>				
1	Графы. Типы графов.	Исторический обзор возникновения и развития теории графов. Графы, их вершины, ребра и дуги. Изображение графов. Типы графов. Матрица смежности и инцидентности графов. Графы без кратных ребер. Степени вершин графа. Изоморфизм графов. Эйлеровы графы. Гамильтоновы графы. Ориентированные графы. Плоские и планарные графы. Двудольные графы и многодольные графы.	ПКС-3	К, РК, Т, КР, УО
2	Регулярные графы.	Частичная геометрия. О хороших парах в реберно регулярных графах. Реберно регулярные и сильно регулярные графы. Сильно регулярные графы без треугольников. Графы Петерсена, Шрикханде, Клебша, Шлефли и три графа Чанга.	ПКС-3	К, РК, Т, КР, УО
3	Автоморфизмы графов.	Об автоморфизмах сильно регулярного графа с параметрами (76, 35, 18, 14). Об автоморфизмах сильно регулярного графа с параметрами (64,35,18,20). Об автоморфизмах сильно регулярного графа с параметрами (95, 40, 12, 20).	ПКС-3	К, РК, Т, КР, УО

В графе 5 приводятся планируемые формы текущего контроля: защита контрольной работы (КР), коллоквиум (К), рубежный контроль (РК), тестирование (Т), устный опрос (УО).

На изучение курса отводится 144 часа (4 з.е.), из них: контактная работа 72 ч., в том числе лекционных – 36 часов; практических (семинарских) – 36 часов; самостоятельная работа студента 72 часа; завершается экзаменом (27 часов).

## Структура дисциплины

**Таблица 2.** Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 з.ед. (144ч.)

Вид работы	Трудоемкость, часов / зачетных единиц	
	9 семестр	всего
<b>Общая трудоемкость (в часах)</b>	<b>144</b>	<b>144</b>
<b>Контактная работа (в часах):</b>	<b>72</b>	<b>72</b>
<i>Лекционные занятия (Л)</i>	36	36
<i>Практические занятия (ПЗ)</i>	36	36
<i>Семинарские занятия (СЗ)</i>	<i>Не предусмотрены</i>	<i>Не предусмотрены</i>
<i>Лабораторные работы (ЛР)</i>	<i>Не предусмотрены</i>	<i>Не предусмотрены</i>
<b>Самостоятельная работа (в часах), в том числе контактная работа:</b>	<b>72</b>	<b>72</b>
Расчетно-графическое задание	<i>Не предусмотрены</i>	<i>Не предусмотрены</i>
Реферат (Р)	<i>Не предусмотрены</i>	<i>Не предусмотрены</i>
Эссе (Э)	<i>Не предусмотрены</i>	<i>Не предусмотрены</i>
Контрольная работа (КР)	12	12
Самостоятельное изучение разделов	33	33
Курсовой проект (КП), курсовая работа (КР)	<i>Не предусмотрена</i>	<i>Не предусмотрена</i>
Подготовка и прохождение промежуточной аттестации	27	27
<b>Вид промежуточной аттестации</b>	<b>Экзамен</b>	<b>Экзамен</b>

**Таблица 3.** Лекционные занятия

№ п/п	Тема
<b>9 семестр</b>	
1	Исторический обзор возникновения и развития теории графов. Основные понятия теории графов. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – раскрыть историю возникновения теории графов, а также этапы ее развития. Изучить основные понятия теории графов, а также методы задания графов. Научить использовать основными определениями теории графов.
2	Изображение графов. Типы графов. Примеры. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить способы задания и изображения графов. Раскрыть понятия неориентированного и орграфа, а также простого, полного, нулевого графов, псевдографа и мультиграфа. Научить различать типы графов по их основным характеристикам, а также уметь строить эти графы.
3	Теоремы о степенях вершин неориентированного и орграфа. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – сформулировать и доказать теорему о степенях вершин ориентированного и неориентированного графа. Научить использовать данную теорему при решении задач.
4	Теорема о числе ребер полного графа. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – сформулировать и доказать теорему о числе ребер полного графа. Научить использовать данную теорему при решении задач.
5	Матрица смежности графа. Пример. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить и разобрать на примерах матрицу смежности ориентированного и неориентированного графов. Научить строить матрицу смежности по заданному графу, и наоборот.

6	Матрица инцидентности графа. Пример. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить и разобрать на примерах матрицу инцидентности ориентированного и неориентированного графов. Научить строить матрицу инцидентности по заданному графу, и наоборот.
7	Матрицы достижимости и Кирхгофа. Пример. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить и разобрать на примерах матрицу достижимости ориентированного графов и матрицу Кирхгофа. Научить строить матрицу достижимости по заданному графу.
8	Графы без кратных ребер. Степени вершин графа. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить графы без кратных ребер. Научить определять степени вершин заданного графа, а также различать кратные ребра на графах.
9	Подграфы. Операции над графами. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – дать определение понятия подграфа, а также изучить операции над графами. Научить выделять подграфы из заданного графа и выполнять операции над графами.
10	Изоморфизм графов. Свойства. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – дать определение изоморфных графов и сформулировать их свойства. Сформулировать и доказать теорему о числе неизоморфных графов. Научить выделять изоморфные графы из совокупности графов, пользуясь определением и свойствами изоморфных графов.
11	Маршруты, цепи и циклы. Пример. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить понятия маршруты, цепи и циклы в ориентированных и неориентированных графах. Научить на примерах выделять в графах маршруты, цепи и циклы.
12	Связность, компоненты связности графа. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить связанные и несвязные графы, компоненты и область связности графа. Научить выделять в графе компоненты связности и мост.
13	Эйлеровы графы. Теорема Эйлера. <i>Цель и задачи изучения темы</i> –изучить эйлеровы графы. Сформулировать и доказать теорему Эйлера. Научить строить эйлеровый граф, а также определять является ли заданный граф эйлеровым.
14	Гамильтоновы графы. Теоремы. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить гамильтонов графы. Научить строить гамильтонов граф, а также определять является ли заданный граф гамильтоновым.
15	Ориентированные графы. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить ориентированные графы, а также специфику их изображения и обозначения. Научить определять по определению, является ли заданный граф ориентированным.
16	Плоские и планарные графы. <i>Цель и задачи изучения темы</i> –изучить понятия плоского и планарного графов. Научить их изображать и определять является ли заданный граф плоским или планарным.
17	Связность и реберная связность. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить понятия связности и реберной связности. Научить определять на примере реберную связность.
18	Двудольный и полный двудольный графы. Многодольные графы. Примеры. <i>Цель и задачи изучения темы</i> –изучить понятия двудольного, полного двудольного и многодольного графов, а также их свойства. Научить строить графы с заданными долями.
19	Деревья. Теоремы о числе вершин дерева и о висячих вершинах дерева. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить понятие дерево и связанные с ним теоремы. Сформулировать и доказать теорему о числе ребер дерева и теорему Кэли. Научить



	изображать дерево и лес с заданными условиями.
20	Регулярные, реберно регулярные и сильно регулярные графы. Сильно регулярные графы без треугольников. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить понятия регулярного, реберно регулярного и сильного регулярного графов, а также их свойства. Научить строить эти графы.
21	Графы Петерсена, Шрикханде, Клебша, Шлефли, три графа Чанга и их основные характеристики. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить графы Петерсена, Шрикханде, Клебша, Шлефли и три графа Чанга. Знать их параметры и геометрическое изображение.
22	Метрические характеристики графа. Ранг и спектр графа. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить метрические характеристики графа, а именно эксцентриситет, радиус, спектр, ранг графа. Научить определять метрические характеристики графа на примере.
23	Частичная геометрия. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить понятия псевдогеометрического графа, частичной геометрии и сети. Научить различать и записывать псевдогеометрический граф и частичную геометрию.
24	Хорошие и почти хорошие пары и тройки вершин в реберно регулярных графах. <i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить понятия хорошей и почти хорошей пары, а также хорошей и почти хорошей тройки вершин. Научить показывать на графе эти вершины.
25	Автоморфизмы сильно регулярного графа с параметрами (76, 35, 18, 14). <i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить алгоритм построения автоморфизма графа с заданными параметрами и метод Хигмена.
26	Автоморфизмы сильно регулярного графа с параметрами (64, 35, 18, 20). <i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить алгоритм построения автоморфизма графа с заданными параметрами
27	Автоморфизмы сильно регулярного графа с параметрами (95, 40, 12, 20). <i>Цель и задачи изучения темы</i> – изучить алгоритм построения автоморфизма графа с заданными параметрами

**Таблица 4. Практические занятия**

№ п/п	Тема
<b>9 семестр</b>	
1	Основные понятия теории графов. Изображение графов. Типы графов. Примеры.
2	Матрица смежности графа.
3	Матрица инцидентности графа.
4	Матрицы достижимости и Кирхгофа.
5	Ориентированные графы.
6	Подграфы. Операции над графами.
7	Изоморфизм графов. Свойства.
8	Графы без кратных ребер. Степени вершин графа.
9	Маршруты, цепи и циклы. Пример.

10	Связность, компоненты связности графа.
11	Эйлеровы и гамильтоновы графы.
12	Двудольный и полный двудольный графы. Многодольные графы.
13	Дерево. Лес.
14	Плоские и планарные графы.
15	Метрические характеристики графа. Расстояние, цикломатическое и ацикломатическое число графа.
16	Ранг и спектр графа.
17	Регулярные, реберно регулярные и сильно регулярные графы.
18	Сильно регулярные графы без треугольников.
19	Графы Петерсена, Шрикханде, Клебша и их основные характеристики.
20	Граф Шлефли, три графа Чанга и их основные характеристики
21	Частичная геометрия.
22	Хорошие и почти хорошие пары вершин в реберно регулярных графах
23	Хорошие и почти хорошие тройки вершин в реберно регулярных графах
24	Автоморфизмы сильно регулярного графа с параметрами (76, 35, 18, 14)
25	Автоморфизмы сильно регулярного графа с параметрами (64,35,18,20)
26	Автоморфизмы сильно регулярного графа с параметрами (95, 40, 12, 20)

*Таблица 5. Лабораторные работы по дисциплине (модулю) – не предусмотрены*

*Таблица 6. Самостоятельное изучение разделов дисциплины (модуля)*

<b>№ п/п</b>	<b>Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение</b>
1.	Решение задачи Эйлера о шахматном коне.
2.	Теорема об укладке графа в трехмерном пространстве.
3.	Теоремы о шести и о пяти красках, гипотеза о четырех красках. Точный и приближенные алгоритмы раскрашивания графа.
4.	Графы с весами. Задача о кратчайшем соединении.
5.	Алгоритмы Краскала и Дейкстры.
6.	Решение задачи построения максимального паросочетания методом чередующихся цепей.
7.	Задача коммивояжера
8.	Хроматическое число планарных графов.
9.	Автоморфизмы сильно регулярного графа с параметрами (96, 45, 24, 18)
10.	Раскраска графа.

## 5. **Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование этих дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках различного вида занятий и самостоятельной работы.

В ходе изучения дисциплины предусматриваются **текущий, рубежный контроль и промежуточная аттестация.**

### **5.1. Оценочные материалы для текущего контроля.**

*Цель текущего контроля* – оценка результатов работы в семестре и обеспечение своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающегося. Объектом текущего контроля являются конкретизированные результаты обучения (учебные достижения) по дисциплине.

*Текущий контроль успеваемости* – контроль, определяющий качество, глубину, объем усвоения знаний каждого раздела. Осуществляется преподавателем в ходе повседневной учебной работы и обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины. Формы проведения текущего контроля: проверка выполнения домашних заданий; проведение контрольных и тестовых работ с целью проверки практических умений по отдельным темам; ответы на теоретические вопросы на практическом занятии, решение практических задач и выполнение заданий на практическом занятии. Оценка качества подготовки на основании выполненных заданий ведется преподавателем (с обсуждением результатов), баллы начисляются в зависимости от сложности задания

### **5.1.1. Вопросы по темам дисциплины «Графы и их автоморфизмы» (контролируемая компетенция ПКС-3)**

#### **Тема 1. Графы. Типы графов.**

1. Исторический обзор возникновения и развития теории графов. Определение графа. Основные понятия теории графов.
2. Типы графов.
3. Операции над графами. Подграф и дополнение графа.
4. Матрица смежности и инцидентности графов. Графы без кратных ребер.
5. Ориентированные графы. Степени вершин графа.
6. Изоморфизм графов. Свойства.
7. Эйлеровы и гамильтоновы графы.
8. Плоские и планарные графы. Двудольные графы и многодольные графы.
9. Маршруты, цепи, циклы в графе.
10. Дерево и лес.
11. Эйлеровы и гамильтоновы графы. Теорема Эйлера.
12. Понятие связности орграфа. Компоненты связности графа.
13. Двудольные и многодольные графы. Примеры.

#### **Тема 2. Регулярные графы.**

14. Частичная геометрия.
15. Хорошие пары и тройки вершин в реберно регулярных графах.

16. Реберно регулярные и сильно регулярные графы.
17. Сильно регулярные графы без треугольников.
18. Графы Петерсена, Шрикханде, Клебша, Шлефли и три графа Чанга.
19. Метрические характеристики графа.
20. Ранг, спектр, диаметр, радиус и цент графа.
21. Цикломатическое и хроматическое число графа.

### **Тема 3. Автоморфизмы графов.**

22. Об автоморфизмах сильно регулярного графа с параметрами (76, 35, 18, 14).
23. Об автоморфизмах сильно регулярного графа с параметрами (64, 35, 18, 20).
24. Об автоморфизмах сильно регулярного графа с параметрами (95, 40, 12, 20).

#### Критерии формирования оценок (оценивания) устного опроса

Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося. Развёрнутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять определения.

**В результате устного опроса знания, обучающегося оцениваются по следующей шкале (за 1 занятие):**

**2 балла** ставится, если обучающийся:

- 1) полно излагает изученный материал, даёт правильные определения понятий;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике;
- 3) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

**1 балл** ставится, если обучающийся:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий;
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения;
- 3) излагает материал непоследовательно.

**0 баллов** ставится, если обучающийся обнаруживает незнание большей части соответствующего раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке.

Баллы могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за сумму ответов, данных студентом на протяжении занятия

#### **5.1.2. Оценочные материалы для самостоятельной работы обучающегося (типовые задачи) (контролируемая компетенция ПКС-3)**

Перечень типовых задач для самостоятельной работы сформирован в соответствии с тематикой практических занятий по дисциплине «Графы и их автоморфизмы».

#### **Задачи**

##### **Тема 1. Графы. Типы графов.**

1. Граф задан множеством вершин  $V = \{a, b, c, d, e, f\}$  и множеством ребер  $E = \{(a, c), (a, f), (b, c), (c, d), (d, f)\}$ . Нарисуйте этот граф, постройте для него матрицы смежности и инцидентности, списки смежности.
2. В графе 30 вершин и 80 ребер, каждая вершина имеет степень 5 или 6. Сколько в нем вершин степени 5?
3. В графе каждая вершина имеет степень 3, а число ребер заключено между 16 и 20. Сколько вершин в этом графе?

4. Граф  $G$  имеет множество вершин  $\{1, 2, \dots, n\}$ . Число ребер в подграфе, полученном удалением вершины  $i$ , равно  $m_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, n$ . Сколько ребер в графе  $G$ ?
5. Граф имеет  $n$  вершин и  $m$  ребер. Сколько у него различных а) остовных; б) порожденных подграфов?
6. Найдите граф  $G$  с минимальным числом вершин  $n > 1$  такой, что оба графа  $G$  и  $\bar{G}$  связны.
7. Найдите все (с точностью до изоморфизма) графы с 5 вершинами диаметра 3.
8. Найдите все (с точностью до изоморфизма) графы с 4 вершинами, имеющие точно одну центральную вершину.
9. Сколько имеется неориентированных графов с  $n$  вершинами, в которых допускаются петли?
10. Найдите число неориентированных мультиграфов без петель, в которых для каждой пары вершин имеется не более четырех соединяющих эти вершины ребер.

*Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Важнейшие понятия этой темы: полный граф, мультиграф, петля, орграф, подграф, матричное представление графа, изоморфизм графа и др. Эти понятия следует выучить и разобраться в их соотношениях. При решении задач используются формулы, объяснение которых представлено в теме 1.

## **Тема 2. Регулярные графы.**

1. С помощью теоремы Кирхгофа найдите число каркасов у графа  $K_{2,3}$ .
2. Какое наименьшее число ребер нужно удалить из графа  $K_8$ , чтобы получился двудольный граф?
3. Двудольный граф имеет  $k$  компонент связности. Каким числом способов его можно разбить на две доли?
4. Разработайте алгоритм, проверяющий, является ли данный граф двудольным.
5. Что нужно изменить в алгоритме построения эйлера цикла, чтобы получился алгоритм построения эйлера пути в графе с двумя вершинами нечетной степени?
6. Найти сумму степеней всех вершин графа Петерсена.
7. Найти метрические характеристики графа кенигсбергских мостов.
8. Найти ранг и спектр графа, заданного матрицей  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .
9. Найдите хроматическое число графов  $P_n$ .
10. Сколько имеется абстрактных графов с  $\alpha(G) = 3$  имеющих гамильтонов цикл а) с 5 вершинами; б) с 6 вершинами?

*Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Важнейшие понятия этой темы: орграф, подграф, петля, двудольный граф, эйлеров цикл, ранг графа, спектр, диаметр и радиус графа, цикломатическое и хроматическое числа графа и др. Эти понятия следует выучить и разобраться в их соотношениях. При решении задач используются формулы, объяснение которых представлено в теме 2.

### Тема 3. Автоморфизмы графов.

1. По матрице длин ребер графа с помощью алгоритма Дейкстры найдите

- 1) кратчайшие пути от вершины 7 до всех остальных вершин
- 2) кратчайший путь между вершинами 1 и 4;

$$\begin{pmatrix} 0 & 3 & - & - & - & - & 2 \\ 3 & 0 & 2 & - & 6 & - & - \\ - & 2 & 0 & 2 & - & 1 & - \\ - & - & 2 & 0 & 5 & 5 & - \\ - & 6 & - & 5 & 0 & 1 & - \\ - & - & 1 & 5 & 1 & 0 & 1 \\ 2 & - & - & - & - & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

2. Каркасы, построенные для некоторого графа с помощью алгоритмов Прима, Краскала и Дейкстры, имеют соответственно веса  $a, b$  и  $c$ . Какое из следующих соотношений обязательно выполняются для этих чисел? 1)  $a \geq c$ ; 2)  $a = b$ ; 4)  $b = c$ .

3. Изобразите с помощью леса всевозможные размещения четырех элементов множества  $\{a; b; c; d\}$  по трем ячейкам и подсчитайте их число.

4. Сколько существует различных деревьев с пятью пронумерованными вершинами? Изобразите три из них.

5. Нарисуйте дерево:

а) с одной корневой вершиной и радиусом 3;

б) с одной корневой вершиной и радиусом 4;

в) с двумя корневыми вершинами и радиусом 4;

г) с двумя корневыми вершинами и радиусом 5.

6. Найти кратчайшие пути в орграфе от первой вершины ко всем остальным, используя алгоритм Дейкстры. Постройте дерево кратчайших путей.

7. Дан исходный граф  $G = (X, V)$  (рис. 1). Построить порождённый подграф  $G' = (X', V')$ , который получается из исходного после удаления указанных вершин и инцидентных им ребер. Найти в  $G'$  кратчайший остов. Вершина, которую необходимо удалить -  $X_8, X_9$ .

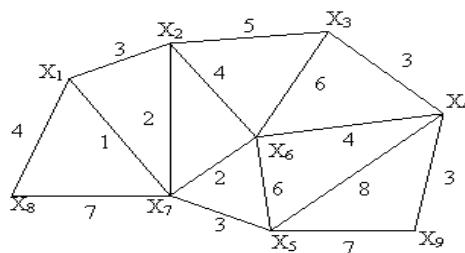
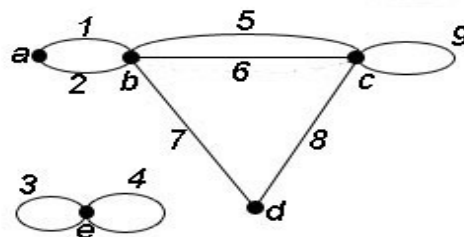


Рис. 1

8. В графе, представленном на рисунке ниже, найти примеры маршрута (указать длину), любой цепи, простой цепи, цепи, не являющейся простой, любого цикла (указать длину), простого цикла (указать длину).



9. Является ли полный граф с одинаковым числом  $n$  рёбер, которым инцидентна каждая вершина, эйлеровым графом? Объяснить ответ. Привести примеры.

10. Задан двудольный граф, в котором  $n$  - число вершин из множества  $A$ , а  $m$  - число вершин из множества  $B$ . В каком случае граф будет эйлеровым графом, а в каком случае - гамильтоновым графом?

*Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Важнейшие понятия этой темы: подграф, двудольный граф, клика, коклика, автоморфизм графа, сильно регулярный граф, дерево, лес и др. Эти понятия следует выучить и разобраться в их соотношениях. При решении задач используются формулы, объяснение которых представлено в теме 3.

**Критерии формирования оценок по заданиям для самостоятельной работы студента (типовые задачи):**

«отлично» (3 балла) - обучающийся показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно и логично его излагает. Свободно использует необходимые формулы при решении задач;

«хорошо» (2 балла) - обучающийся твердо знает материал, грамотно его излагает, но допускает неточности в процессе решения задач;

«удовлетворительно» (1 балл) - обучающийся имеет знания основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил его деталей, допускает отдельные неточности при решении задач;

«неудовлетворительно» (0 баллов) – обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

### **5.2. Оценочные материалы для рубежного контроля.**

Рубежный контроль осуществляется по более или менее самостоятельным разделам – учебным модулям курса и проводится по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра проводится три таких контрольных мероприятия по графику.

В качестве форм рубежного контроля можно использовать тестирование (письменное или компьютерное), проведение коллоквиума или контрольных работ. На рубежные контрольные мероприятия рекомендуется выносить весь программный материал (все разделы) по дисциплине.

**Контрольная работа.** Контрольная работа – письменная работа небольшого объема, предполагающая проверку знаний заданного к изучению материала и навыков его практического применения. Проводится три раза в течение изучения дисциплины

(семестр) в часы аудиторной работы. Не менее чем за 1 неделю до контрольной работы, преподаватель должен определить студентам исходные данные для подготовки: назвать разделы (темы, вопросы), по которым будут контрольные задания, теоретические источники для подготовки.

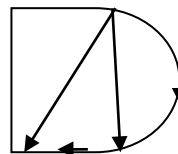
Контрольные работы могут состоять из одного или нескольких заданий практического и теоретического содержания. При выполнении контрольной работы пользоваться конспектами лекций, учебниками, задачками не разрешено. Длительность решения контрольных заданий составляет не более 90 минут.

**5.2.1. Оценочные материалы для контрольной работы: контролируемая компетенция ПКС-3.**

**Типовые варианты контрольных работ:**

**Вариант 1**

1. Составить матрицу инцидентности



2. Построить простой граф с 6 вершинами, имеющий наибольшее число ребер.
3. Доказать, что в полном графе с  $n$ - вершинами  $n(n-1)/2$  ребер.

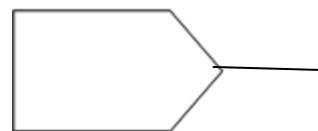
**Вариант 2**

1. Дана матрица смежности графа. Найти центр графа. Используя матрицу смежности, рассчитать общее число путей длиной 1, 2, 3, 4, 5, 6. Матрица смежности:

$$A(G) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

2. Изобразите полный граф с 4 вершинами.
3. Найдется ли граф с 5-вершинами, степени которого все различны между собой?

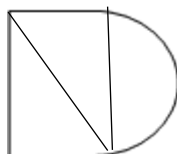
**Вариант 3**



1. Для заданного графа найти маршрут длины 4, цепь, простую цепь, цикл и простой цикл.
2. К простому графу с 6 ребрами добавлены 3 концевых ребра и 5 петель. Найти сумму степеней всех вершин полученного графа.
3. Найти спектр графа, заданного матрицей  $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 3 \\ 1 & 5 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$ .

**Вариант 4**

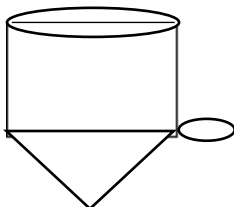




1. Составить матрицу смежности графа
2. Построить все мультиграфы с четырьмя вершинами и четырьмя ребрами.
3. Найти сумму степеней всех вершин графа Петерсена.

### **Вариант 5**

1. Найти ранг графа



2. Привести пример эйлера и гамильтонова графа.
3. Найти метрические характеристики графа кенигсбергских мостов.

#### ***Критерии формирования оценок по контрольным точкам (контрольные работы)***

**5-4 балла** - правильно выполнены все задания, продемонстрирован высокий уровень владения материалом, проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**3 балла** - правильно выполнена большая часть заданий, присутствуют незначительные ошибки, продемонстрирован хороший уровень владения материалом, проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**2 балла** - задания выполнены более чем наполовину, присутствуют серьезные ошибки, продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом, проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**1 балл** - дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса существенными ошибками в определениях.

**0 баллов** - при полном несоответствии всем критериям и отсутствии ответа.

#### **5.2.2. Оценочные материалы: Типовые тестовые задания по дисциплине «Графы и их автоморфизмы» (контролируемая компетенция ПКС-3):**

***Полный перечень тестовых заданий представлен в ЭОИС -***

<http://open.kbsu.ru/moodle/course/view.php?id=1214>

*Тест* – система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений студента. Тестирование проводится три раза в течение изучения дисциплины (семестр). Не менее, чем за 1 неделю до тестирования, преподаватель должен определить студентам исходные данные для подготовки к тестированию: назвать разделы (темы, вопросы), по которым будут задания в тестовой форме, теоретические источники (с точным указанием разделов, тем, статей) для подготовки. Оценка результатов тестирования производится компьютерной

программой, результат выдается немедленно по окончании теста.

1. Граф называется неориентированным, если ... не ориентировано

-: ни одно из ребер -: хотя бы 1 ребро

+: каждое его ребро -: хотя бы 2 ребра

2. Граф называется ###, если он содержит как ориентированные, так и неориентированные ребра

+: смешанным

3. Вершина, не инцидентная никакому ребру, называется ###

+: изолированной

4. Ориентированное ребро называют ###

+: дугой

5.  Данный граф является ....

-: циклом

-: цепью

+: пустым

-: орграфом



6. Данный граф является ....

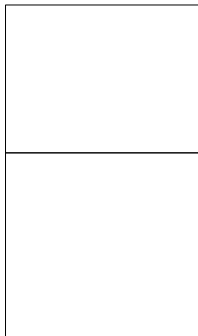
+: циклом

-: цепью

-: пустым

-: орграфом

7. Сколько ребер нужно провести, чтобы достроить граф до полного?



+: 4

-: 2

-: 3

-: 1

8. Полный граф с 5 вершинами содержит ... ребер

-: 25

-: 12

-: 8

+: 107

9. Число остовных подграфов полного графа с 5 вершинами равно:

-: 2048

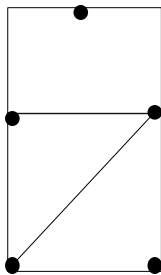
-: 512

+: 1024

-: 1023

10. Если число ребер полного графа равно 15, то число его вершин равно:

-: 5                   +: 6                    -: 7                    -: 9



11. Сумма степеней вершин графа                    равна

-: 12                    -: 8                    +: 14                    -: 12

12. В графе кенигсбергских мостов наименьшая из степеней его вершин равна:

-: 2                    +: 3                    -: 5                    -: 6

13. Если вершина  $v$  графа не является ни изолированной и ни висячей, то ее степень  $deg v$  удовлетворяет условию

-:  $deg v \leq 1$  -:  $deg v = 2$   
+:  $deg v \geq 2$  -:  $deg v \geq 3$

14. В ориентированном псевдографе с  $n$  висячими вершинами сумма отрицательных степеней вершин удовлетворяет условию:

-:  $\sum_v deg^-v \leq n + 3$  -:  $\sum_v deg^-v \geq 4$   
+:  $\sum_v deg^-v \geq n + 3$  -:  $\sum_v deg^-v \geq n + 4$

15. Матрица смежности неориентированного  $(p, q)$  - графа является:

+: симметрической                    -: прямоугольной размера  $(p \times q)$   
-: квадратной порядка  $q$                     -: диагональной

16. В матрице смежности ориентированного  $(p, q)$ - графа строка, соответствующая изолированной вершине состоит из:

-:  $q$  единиц                    +:  $p$  нулей                    -:  $q$  нулей                    -:  $p$  единиц

17. Если графы  $G(V, E)$  и  $G'(V', E')$  изоморфны, то:

+:  $|V| = |V'|$  -: не обязательно, чтобы  $|E| = |E'|$  -: не обязательно  $|V| = |V'|$

18. Цикл, содержащий все вершины и все ребра называется

-: гамильтоновым                    -: ориентированным  
-: неориентированным                    +: эйлеровым

19. Блок, содержащий только вершины степени 2 и две несмежные вершины степени 3 называется

-: плоским графом                    +: тэта-графом  
-: мостом                    -: подграфом

20. В каждом кубическом гамильтоновом графе существует, по крайней мере, ...остовных простых цикла

+: 3                    -: 4                    -: 2                    -: 5

21. Наименьшее число вершин графа  $G$ , удаление которых приводит к несвязному или тривиальному графу называется

-: окружениям                    -: радиусом                    +: связностью

22. Связность  $\chi(G)$ , реберная связность  $\lambda(G)$  и наименьшая степень графа  $\delta(G)$  связаны неравенством

-:  $\chi(G) \geq \delta(G)$                     +:  $\chi(G) \leq \lambda(G) \leq \delta(G)$

-:  $\chi(G) \geq \delta(G) \leq \lambda(G)$                     -:  $\lambda(G) > \chi(G)$

23. Число компонент связности связного графа с  $n$  вершинами равно:

-:  $n - 1$  +: 1 -: 0

24. Маршрут называется цепью, если ....

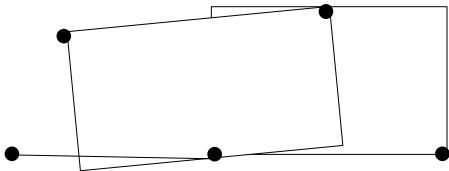
-: он состоит из  $n$  вершин                    -: он состоит из  $n$  ребер

+: все его ребра различны                    -: он содержит кратные ребра

25. Длина кратчайшей простой цепи, соединяющей две вершины графа называется ###

+: расстоянием

26. Цепью, но не простой цепью в графе



будет

+:  $v_1 v_2 v_5 v_4 v_2 v_3$

-:  $v_1 v_2 v_5 v_4$

-:  $v_1 v_2 v_5 v_2 v_3$

-:  $v_2 v_4 v_5 v_2$

27. Число ребер, инцидентных вершине  $v$  называется

-: расстоянием                    -: окружением

+: ее степенью                    -: обхватом

28. Цикломатическое число связного графа  $G = (7,13)$  равно

-: 8                    +: 7                    -: 5                    -: 4

29. Деревом называется связный граф, не содержащий ...

-: дуг                    -: петель                    -: ребер                    +: циклов

30. Наибольший из эксцентриситетов вершин связного графа  $G$  называется...

+: диаметром                    -: радиусом

-: эксцентриситетом                    -: окружением

31. Дерево с 3 вершинами имеет .... ребер

+: 2                    -: 3                    -:4                    -:5

32. Граф  $\Gamma$  называется ... степени  $k$ , если  $[a]$  содержит точно  $k$  вершин для любой вершины  $a$  из  $\Gamma$ , т.е.  $k_a = k$ .

-: полным                    -: простым                    -: сильно регулярным                    +: регулярным

33. Граф  $\Gamma$  называется сильно регулярным с параметрами  $(v, k, \lambda, \mu)$ , если  $\Gamma$  –регулярный граф степени  $k$  на  $v$  вершинах, в котором каждое ребро лежит точно в  $\lambda$  треугольниках и для любых двух несмежных вершин  $a, b$  верно равенство ...

+:  $|[a] \cap [b]| = \mu$                     -:  $|[a] \cap [b]| = \lambda$

-:  $|[a] \cap [b]| = v$                     -:  $|[a] \cap [b]| = k$

34. Граф, все вершины которого имеют одинаковую степень, называется

-: орграфом                    -: связным

+: регулярным                    -: несвязным

35. Граф Петерсена имеет параметры

-: (10,2,1,1)                    -: (12,5,1,2)                    +: (10,3,0,1)

36. Граф Шлефли имеет параметры

+: (27, 16, 10, 8)                    -: (16, 10, 5, 3)                    -: (25, 12, 4, 3)                    -: (27, 15, 9, 4)

37. Сильно регулярный граф с параметрами (243, 66, 9, 21) не является

+: реберно симметричным                    -: реберным

-: регулярным                    -: полным

38. Пусть  $\Gamma$  – реберно регулярный граф с параметрами  $(v, k, \lambda)$  и  $b_1 = k - \lambda - 1$ . Пара вершин  $u, w$  называется ..., если  $d(u, w) = 2$  и  $\mu(u, w) = k - 2b_1 + 1$ .

-: почти хорошей                    +: хорошей

-: изолированной                    -: висячей

39. Система инцидентности, состоящая из точек и прямой, в которой каждая прямая содержит  $s + 1$  точку, каждая точка лежит на  $t + 1$  прямой и для любой точки  $s$ , не лежащей на прямой  $L$ , найдется точно  $\alpha$  прямых, проходящих через  $a$  и не пересекающих  $L$ , называется

-: геометрией точек                    +: частичной геометрией

-: полной геометрией                    -: решеткой

40. Для автоморфизма  $g$  графа  $\Gamma$  через  $\alpha_i(g)$  есть число пар вершин  $(u, u^g)$  таких, что  $d(u, u^g) = \dots$

+:  $i$                     -:3                    -: 0                    -: 1

**Критерии формирования оценок по тестовым заданиям:**

По итогам выполнения тестовых заданий оценка производится по пятибалльной шкале.

5 баллов – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы. Выполнено 89-100 % предложенных тестовых вопросов;

4 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 70 –88 % от общего объема заданных тестовых вопросов;

3 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 50 –69% от общего объема заданных тестовых вопросов;

2 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 30-49 % от общего объема заданных тестовых вопросов.

1 балл – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 10 –29% от общего объема заданных тестовых вопросов;

0 баллов – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – менее 10 % от общего объема заданных тестовых вопросов.

### **5.2.3 Оценочные материалы для проведения коллоквиума (контролируемая компетенция ПКС-3)**

Коллоквиум – собеседование преподавателя с обучающимся с целью контроля глубины усвоения теоретического материала, изучения рекомендованной литературы. Коллоквиум – это форма контроля, вид помощи обучающимся и метод стимулирования их самостоятельной работы. Коллоквиум охватывает только раздел или тему изучаемой дисциплины.

#### **Темы коллоквиума:**

1. Определение графа. Основные понятия теории графов.
2. Операции над графами.
3. Подграф и дополнение графа.
4. Матричное представление графа.
5. Маршруты, цепи, циклы в графе.
6. Дерево и лес.
7. Изоморфные графы. Свойства.
8. Плоские и планарные графы. Примеры.
9. Эйлеровы графы.
10. Неориентированные и оргграфы.
11. Понятие связности оргграфа.
12. Двудольные графы. Примеры.
13. Двудольные и многодольные графы. Примеры.
14. Метрические характеристики графа.
15. Ранг, спектр, диаметр, радиус и цент графа.
16. Цикломатическое и хроматическое число графа.
27. Графы Петерсена, Шрикханде и Клебша,
28. Реберно регулярный и сильно регулярный граф.
29. Сильно регулярные графы без треугольников.
30. Хорошие пары и тройки вершин в реберно регулярных графах.
31. Автоморфизмы графов.
32. Теорема Эйлера.
33. Компоненты связности графа.
34. Гамильтоновы графы.
35. Графы Шлефли и три графа Чанга.

### ***Критерии формирования оценок по контрольным точкам (коллоквиум)***

«отличный (высокий) уровень компетенции» (5 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 100%;

«хороший (нормальный) уровень компетенции» (4 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 70%;

«удовлетворительный (минимальный, пороговый) уровень компетенции» (3 балла) – ставится в случае, когда обучающийся затрудняется с правильной формулировкой теоретического материала, дает неполный ответ, демонстрирует знание теоретического материала на 50%;

«неудовлетворительный (ниже порогового) уровень компетенции» (2 и менее баллов) – ставится в случае, когда обучающийся дает неверную формулировку теоретического материала, дает неверный ответ, демонстрирует незнание теоретического материала или знание материала менее чем на 40% задач.

### **5.3. *Оценочные материалы для промежуточной аттестации.***

*Целью промежуточной аттестации по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися. Она предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины. Осуществляется в конце семестра и представляет собой итоговую оценку знаний в виде проведения экзамена.*

Промежуточная аттестация может проводиться в устной или письменной форме. На промежуточную аттестацию отводится до 30 баллов.

### ***ВОПРОСЫ, ВЫНОСИМЫЕ НА ЭКЗАМЕН (контролируемая компетенция ПКС-3):***

1. Основные понятия теории графов.
2. Типы графов. Примеры.
3. Теоремы о степенях вершин неориентированного графа.
4. Теоремы о степенях вершин орграфа.
5. Теорема о числе ребер полного графа.
6. Подграфы. Примеры.
7. Операции над графами.
8. Матрица смежности и инцидентности графа. Пример.
9. Матрица достижимости и Кирхгофа. Пример.
10. Изоморфизм графов. Свойства.
11. Ранг и спектр графа. Самодополнительный и коспектральный графы. Теорема о числе неизоморфных графов (без доказательства).
12. Маршруты, цепи и циклы. Пример.
13. Связность. Компоненты связности.
14. Метрические характеристики графа. Пример.
15. Эйлеровы графы. Теорема Эйлера.
16. Гамильтоновы графы. Теоремы (без доказательства).
17. Деревья. Теорема о висячих вершинах дерева.
18. Деревья. Теорема о числе ребер дерева. Следствия.
19. Остов. Дерево, покрывающее граф. Теорема.
20. Теорема Кэли о числе помеченных деревьев.
21. Плоские и планарные графы.

22. Регулярные, реберно регулярные и сильно регулярные графы.
23. Сильно регулярные графы без треугольников.
24. Графы Петерсена, Шрикханде, Клебша, Шлефли, три графа Чанга и их основные характеристики
25. Частичная геометрия.
26. Хорошие и почти хорошие пары и тройки вершин в реберно регулярных графах
27. Автоморфизмы сильно регулярного графа с параметрами (76, 35, 18, 14)
28. Автоморфизмы сильно регулярного графа с параметрами (64,35,18,20)
29. Автоморфизмы сильно регулярного графа с параметрами (95, 40, 12, 20)
30. Автоморфизмы сильно регулярного графа с параметрами (96, 45, 24, 18)

***Критерии формирования оценок по промежуточной аттестации:***

26-30 баллов – получают обучающиеся, которые свободно ориентируются в материале и отвечают без затруднений. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий, постановке целей и выборе путей их реализации. Работа выполнена полностью без ошибок, решено 100% заданий;

21-25 баллов – получают обучающиеся, которые относительно полно ориентируются в материале, отвечают без затруднений, допускают незначительное количество ошибок. Обучающийся способен к выполнению сложных заданий. Работа выполнена полностью, но имеются не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Допускаются незначительные неточности при решении задач, решено 70% заданий;

16-20 баллов – получают обучающиеся, у которых недостаточно высок уровень владения материалом. В процессе ответа на экзамене допускаются ошибки и затруднения при изложении материала. Обучающийся правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% заданий;

0-15 баллов – получают обучающиеся, которые допускают значительные ошибки. Обучающийся имеет лишь начальную степень ориентации в материале. В работе число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50% заданий.



## **6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Максимальная сумма (100 баллов), набираемая студентом по дисциплине включает две составляющие:

- *первая составляющая* – оценка регулярности, своевременности и качества выполнения студентом учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (семестра, или нескольких семестров) (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость студента по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения.
- *вторая составляющая* – оценка знаний студента по результатам промежуточной аттестации (не более 30 –баллов).

Критерием оценки уровня сформированности компетенций в рамках учебной дисциплины «Графы и их автоморфизмы» в 9 семестре является экзамен.

Общий балл текущего и рубежного контроля складывается из следующих составляющих приложения 2.

***Целью промежуточных аттестаций*** по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

### ***Критерии оценки качества освоения дисциплины***

***Оценка «отлично»– от 91 до 100 баллов*** – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены. На экзамене студент демонстрирует глубокие знания предусмотренного программой материала, умеет четко и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

***Оценка «хорошо» – от 81 до 90 баллов*** – теоретическое содержание курса освоено, необходимые практические навыки работы сформированы, выполненные учебные задания содержат незначительные ошибки. На экзамене студент демонстрирует твердое знания основного (программного) материала, есть несущественные неточности при ответе на поставленные вопросы.

***Оценка «удовлетворительно» – от 61 до 80 баллов*** – теоретическое содержание курса освоено не полностью, необходимые практические навыки работы сформированы частично, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки. На экзамене студент демонстрирует знание только основного материала, ответы содержат неточности, слабо аргументированы, нарушена последовательность изложения материала

***Оценка «неудовлетворительно» – от 36 до 60 баллов*** – теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к существенному повышению качества выполнения учебных заданий. На экзамене студент демонстрирует незнание значительной части программного материала, существенные ошибки в ответах на вопросы, неумение ориентироваться в материале, незнание основных понятий дисциплины.

Типовые задания, обеспечивающие формирование компетенций ПКС-3 представлены в таблице 7.

**Таблица 7. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке**

Результаты обучения (компетенции)	Основные показатели оценки результатов обучения	Индикаторы достижения компетенции (для планирования результатов обучения по элементам образовательной программы и соответствующих оценочных средств)	Вид оценочного материала, обеспечивающие формирование компетенций
<p><b>ПКС-3</b> Способен публично представлять собственные и известные научные результаты</p>	<p><b>Знать</b> особенности представления собственно новых результатов научной деятельности</p> <p><b>Уметь</b> обрабатывать полученные результаты, анализировать и осмысливать их с учетом имеющихся литературных данных</p> <p><b>Владеть</b> навыками представления собственных и известных результатов научной деятельности.</p>	<p><b>ИД-1_ПКС-3.1.</b> Способен публично представлять результаты собственных исследований</p> <p><b>ИД-2_ПКС-3.2.</b> Способен изучить новейшие результаты исследований и применить их в профессиональной деятельности</p>	<p>Типовые оценочные материалы для устного опроса (раздел 5.1.1)</p> <p>Оценочные материалы для самостоятельной работы (<i> типовые задачи </i>раздел 5.1.2)</p> <p>Оценочные материалы для контрольной работы (раздел 5.2.1)</p> <p>Типовые тестовые задания (раздел 5.2.2)</p> <p>Оценочные материалы для проведения коллоквиума (раздел 5.2.3)</p> <p>Типовые оценочные материалы к экзамену (раздел 5.3)</p>

## 7. Учебно – методическое обеспечение дисциплины

### 7.1. Нормативно-законодательные акты

1. Гражданский кодекс РФ: [электронный ресурс]// Доступ из справочной системы "Гарант". <http://www.garantexpress.ru>.
2. Приказ Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. № 16 «Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта высшего образования - специалитет по специальности 01.05.01 Фундаментальные математика и механика» – Режим доступа: URL: <https://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/71773266/>
3. Федеральный закон "Об образовании в Российской Федерации" от 29.12.2012 № 273-ФЗ [http://www.consultant.ru/document/cons\\_doc\\_LAW\\_140174/](http://www.consultant.ru/document/cons_doc_LAW_140174/)

### 7.2. Основная литература.

4. Полякова О.Р. Элементы теории графов и комбинаторики [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Полякова О.Р.— Электрон. текстовые данные.— СПб.: Санкт-Петербургский государственный архитектурно-строительный университет, ЭБС АСВ, 2017.— 84 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/74358.html>.— ЭБС «IPRbooks»
5. Калитин Д.В. Основы дискретной математики. Теория графов [Электронный ресурс]: практикум/ Калитин Д.В., Калитина О.С.— Электрон. текстовые данные.— М.: Издательский Дом МИСиС, 2017г., 67 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/78551.html>.— ЭБС «IPRbooks»

6. Богаченко, Н.Ф. Дискретная математика: комбинаторика, теория графов и шифры : учебное пособие / Н.Ф. Богаченко, С.В. Усов. — Омск : ОмГУ, 2019. — 56 с. — ISBN 978-5-7779-2377-6. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/119803>
7. Мальцев, И. А. Дискретная математика : учебное пособие для вузов / И. А. Мальцев. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 292 с. — ISBN 978-5-8114-8615-1. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/179040>
8. Шевелев, Ю. П. Дискретная математика : учебное пособие / Ю. П. Шевелев. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2019. — 592 с. — ISBN 978-5-8114-4284-3. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/118616>
9. Сагадеева М.А. Теория графов : учебное пособие / Сагадеева М.А.. — Челябинск, Саратов : Южно-Уральский институт управления и экономики, Ай Пи Эр Медиа, 2019. — 143 с. — ISBN 978-5-4486-0679-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/81497.html>
10. Специальные разделы теории графов : учебное пособие / Л.А. Гладков [и др.].. — Ростов-на-Дону, Таганрог : Издательство Южного федерального университета, 2018. — 111 с. — ISBN 978-5-9275-2779-3. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/87761.html>

### **7.3. Дополнительная литература**

11. Мутанов Г.М. Теория графов [Электронный ресурс]: учебное пособие для студентов математических специальностей вузов/ Мутанов Г.М., Акбердин Р.А.— Электрон. текстовые данные.— Алматы: Казахский национальный университет им. аль-Фараби, 2012г., 255 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/59888.html>.
12. Годунова Е.К. Введение в теорию графов. Индивидуальные задания [Электронный ресурс]/ Годунова Е.К.— Электрон. текстовые данные.— М.: Прометей, 2012.— 44 с.— Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/23979.html>.— ЭБС «IPRbooks»
13. Бояринцева, Т.И. Теория графов: метод. указания : учебно-методическое пособие / Т.И. Бояринцева, А.А. Мاستихина. — Москва : МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. — 37 с. — ISBN 978-5-7038-3994-2. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/58426>
14. Дубравина, Т.В. Дискретная математика: Теория графов : учебно-методическое пособие / Т.В. Дубравина, Ю.Ю. Прокопчук, А.И. Широков. — Москва : МИСИС, [б. г.]. — Выпуск 5 : Маршруты в графе. Виды маршрутов — 2003. — 31 с. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/116501>
15. Ерусалимский, Я.М. Дискретная математика. Теория, задачи, приложения. М.: Вузовская книга, 1998. — 280 с.
16. Оре О. Теория графов. М.: Физико-математическая литература, 1980г.-336с.
17. Тюрин С.Ф. Теория графов и её приложения : практикум / Тюрин С.Ф.. — Пермь : Пермский национальный исследовательский политехнический университет, 2017.

- 207 с. — ISBN 978-5-398-01745-8. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/110402.html>
18. Седова Н.А. Теория ориентированных графов : учебное пособие / Седова Н.А., Седов В.А.. — Саратов : Ай Пи Эр Медиа, 2019. — 77 с. — ISBN 978-5-4486-0592-5. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система IPR BOOKS : [сайт]. — URL: <https://www.iprbookshop.ru/83279.html>
19. Храмова Т.В. Дискретная математика. Элементы теории графов [Электронный ресурс]: учебное пособие/ Храмова Т.В.— Электрон. текстовые данные.— Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2014г., 43 с.Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/45466.html>.
20. Просолупов, Е.В. Курс лекций по дискретной математике : учебное пособие / Е.В. Просолупов. — Санкт-Петербург : СПбГУ, [б. г.]. — Часть 3 : Теория алгоритмов и теория графов — 2014. — 84 с. — ISBN 978-5-288-05524-9. — Текст : электронный // Электронно-библиотечная система «Лань» : [сайт]. — URL: <https://e.lanbook.com/book/94680>

#### 7.4. Периодические издания

21. Вестник МГУ Серия 1. Математика. Механика.
22. Известия РАН. Серия математическая.
23. Успехи математических наук.

#### 7.5. Интернет – ресурсы.

При изучении дисциплины «Графы и их автоморфизмы» обучающиеся обеспечены доступом (удаленный доступ) к ресурсам:

– *общие информационные, справочные и поисковые:*

24. Справочная правовая система «Гарант». URL: <http://www.garant.ru>.
25. Справочная правовая система «КонсультантПлюс». URL: <http://www.consultant.ru>
26. Библиотека КБГУ <http://lib.kbsu.ru>

#### Перечень актуальных электронных информационных баз данных, к которым обеспечен доступ пользователям КБГУ

№ п/п	Наименование электронного ресурса	Краткая характеристика	Адрес сайта	Наименование организации-владельца	Условия доступа
1.	Научная электронная библиотека (НЭБ РФФИ)	Электр. библиотека научных публикаций - около 4000 иностранных и 3900 отечественных научных журналов, рефераты публикаций 20 тыс. журналов, а также описания 1,5 млн. зарубежных и российских	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	ООО «НЭБ» Лицензионное соглашение №14830 от 01.08.2014г. Бессрочное	Полный доступ

		диссертаций; 2800 росс. журналов на безвозмездной основе			
2.	<b>База данных Science Index (РИНЦ)</b>	Национальная информационно- аналитическая система, аккумулирующая более 6 миллионов публикаций российских авторов, а также информацию об их цитировании из более 4500 российских журналов.	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	ООО «НЭБ»  Лицензионный договор  Science Index №SIO-741/2022  от 19.07.2022 г.  Активен до 31.07.2023г.	Авторизованный доступ.  Позволяет дополнять и уточнять сведения о публикациях ученых КБГУ, имеющихся в РИНЦ
3.	<b>ЭБС «Консультант студента»</b>	13800 изданий по всем областям знаний, включает более чем 12000 учебников и учебных пособий для ВО и СПО, 864 наименований журналов и 917 монографий.	<a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a>  <a href="http://www.medcollegelib.ru">http://www.medcollegelib.ru</a> и	ООО «Консультант студента» (г. Москва) <b>Договор №750КС/07- 2022</b> От 26.09.2022 г. Активен до 30.09.2023г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
4.	<b>«Электронная библиотека технического вуза» (ЭБС «Консультант студента»)</b>	Коллекция «Медицина (ВО) ГЭОТАР-Медиа. Books in English (книги на английском языке)»	<a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a>	ООО «Политехресурс»  (г. Москва) <b>Договор №701КС/02- 2022</b>  от 13.04.2022 г. Активен до 19.04.2023г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
	<b>ЭБС «Лань»</b>	Электронные версии книг ведущих издательств учебной и научной литературы (в том числе университетских издательств), так и электронные	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>	ООО «ЭБС ЛАНЬ» (г. Санкт- Петербург)  <b>Договор №41ЕП/223</b> от 14.02.2023 г. Активен до 15.02.2024г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)

		версии периодических изданий по различным областям знаний.			
6.	<b>Национальная электронная библиотека РГБ</b>	Объединенный электронный каталог фондов российских библиотек, содержащий 4 331 542 электронных документов образовательного и научного характера по различным отраслям знаний	<a href="https://rusneb.ru/">https://rusneb.ru/</a>	ФГБУ «Российская государственная библиотека»  Договор №101/НЭБ/1666-п от 10.09.2020г.  Бессрочный	Доступ с электронного читального зала библиотеки КБГУ
7.	<b>ЭБС «IPSMART»</b>	107831 публикаций, в т.ч.: 19071 – учебных изданий, 6746 – научных изданий, 700 коллекций, 343 журнала ВАК, 2085 аудиоизданий.	<a href="http://iprbookshop.ru/">http://iprbookshop.ru/</a>	ООО «Ай Пи Эр Медиа»  (г. Саратов)  <b>Договор №75/ЕП-223</b> от 23.03.2023 г. Активен до 02.04.2024г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
8.	<b>ЭБС «Юрайт» для СПО</b>	Электронные версии учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для СПО и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	<a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>	ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» (г. Москва)  <b>Договор №305/ЕП-223</b> От 27.10.2022 г. Активен до 31.10.2023 г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
9.	<b>ЭБС «Юрайт» для ВО</b>	Электронные версии 8000 наименований учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для ВО и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	<a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>	ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» (г. Москва) <b>Договор №44/ЕП-223</b> От 16.02.2023 г. Активен с 01.03.2023 г. по 29.02.2024 г.	Полный доступ (регистрация по IP-адресам КБГУ)
10.	<b>Polpred.com.</b>	Обзор СМИ России	<a href="http://polpred.com">http://polpred.com</a>	ООО «Полпред	Доступ по IP-

	<b>Новости. Обзор СМИ. Россия и зарубежье</b>	и зарубежья. Полные тексты + аналитика из 600 изданий по 53 отраслям		справочники» Безвозмездно (без официального договора)	адресам КБГУ
11.	<b>Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина</b>	Более 500 000 электронных документов по истории Отечества, российской государственности, русскому языку и праву	<a href="http://www.prilib.ru">http://www.prilib.ru</a>	ФГБУ «Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина» (г. Санкт-Петербург)  Соглашение от 15.11.2016г.  бессрочный	Авторизованный доступ из библиотеки (ауд. №115,214)

Кроме того обучающиеся могут воспользоваться профессиональными поисковыми системами:

22. Полнотекстовая база данных ScienceDirect: URL:<http://www.sciencedirect.com>.  
23. Математическая интернет-библиотека URL: <https://math.ru/lib/cat/>

Для эффективного усвоения дисциплины, помимо учебного материала, студентам необходимо пользоваться данными всемирной сети Интернет, такими сайтами, как:

24. Математическая энциклопедия- PlanetMath.Org  
25. Глоссарий по математике [http://www.glossary.ru/cgi-in/gl\\_sch2.cgi?RMgylsgyoqg](http://www.glossary.ru/cgi-in/gl_sch2.cgi?RMgylsgyoqg)  
26. Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU <http://www.elibrary.ru>  
27. Образовательный математический сайт URL: <http://www.exponenta.ru>

#### ***7.6. Методические указания по проведению различных учебных занятий и видов самостоятельной работы.***

Учебная работа по дисциплине «Графы и их автоморфизмы» состоит из контактной работы (лекции, практические занятия) и самостоятельной работы. Соотношение лекционных и практических занятий к общему количеству часов соответствует учебному плану программы специалитета 01.05.01 Фундаментальные математика и механика (Профиль: «Фундаментальная математика»). Для подготовки к практическим занятиям необходимо рассмотреть контрольные вопросы, при необходимости обратиться к рекомендуемой литературе, записать непонятные моменты в вопросах для уяснения их на предстоящем занятии.

#### ***Методические рекомендации по изучению дисциплины «Графы и их автоморфизмы» для обучающихся***

Приступая к изучению дисциплины, обучающемуся необходимо ознакомиться с тематическим планом занятий, списком рекомендованной учебной литературы. Следует уяснить последовательность выполнения индивидуальных учебных заданий, занести в свою рабочую тетрадь темы и сроки проведения семинаров. При изучении дисциплины обучающиеся выполняют следующие задания: изучают рекомендованную учебную и научную литературу; пишут контрольные работы; выполняют самостоятельные работы, участвуют в выполнении практических заданий. Уровень и глубина усвоения дисциплины зависят от активной и систематической работы на лекциях, изучения рекомендованной литературы, выполнения контрольных письменных заданий

Курс изучается на лекциях, семинарах, при самостоятельной и индивидуальной работе обучающихся. Обучающийся для полного освоения материала должен не пропускать занятия и активно участвовать в учебном процессе. Лекции включают все темы и основные вопросы теории и практики. Для максимальной эффективности изучения необходимо постоянно вести конспект лекций, знать рекомендуемую преподавателем литературу, позволяющую дополнить знания и лучше подготовиться к семинарским занятиям.

В соответствии с учебным планом на каждую тему выделено необходимое количество часов практических занятий, которые проводятся в соответствии с вопросами, рекомендованными к изучению по определенным темам. Обучающиеся должны регулярно готовиться к семинарским занятиям и участвовать в обсуждении вопросов. При подготовке к занятиям следует руководствоваться конспектом лекций и рекомендованной литературой. Тематический план дисциплины, учебно-методические материалы, а также список рекомендованной литературы приведены в рабочей программе

### ***Методические рекомендации при работе над конспектом во время проведения лекции***

В процессе лекционных занятий целесообразно конспектировать учебный материал. Для этого используются общие и утвердившиеся в практике правила, и приемы конспектирования лекций.

Конспектирование лекций ведется в специально отведенной для этого тетради, каждый лист которой должен иметь поля, на которых делаются пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Целесообразно записывать тему и план лекций, рекомендуемую литературу к теме. Записи разделов лекции должны иметь заголовки, подзаголовки, красные строки. Для выделения разделов, выводов, определений, основных идей можно использовать цветные ручки и фломастеры.

Названные в лекции ссылки на первоисточники надо пометить на полях, чтобы при самостоятельной работе найти и вписать их. В конспекте дословно записываются определения понятий. Остальное должно быть записано своими словами. Каждому студенту необходимо выработать и использовать допустимые сокращения наиболее распространенных терминов и понятий.

### ***Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям***

Практические (семинарские) занятия – составная часть учебного процесса, групповая форма занятий при активном участии студентов. Практические занятия способствуют углубленному изучению наиболее сложных проблем науки и служат основной формой подведения итогов самостоятельной работы обучающихся.

Целью практических занятий является углубление и закрепление теоретических знаний, полученных обучающимися на лекциях и в процессе самостоятельного изучения учебного материала, а, следовательно, формирование у них определенных умений и навыков.

В ходе подготовки к семинарскому занятию необходимо прочитать конспект лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, выполнить практические задания. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы.

Желательно при подготовке к практическим занятиям по дисциплине одновременно использовать несколько источников, раскрывающих заданные вопросы.

### ***Методические рекомендации по организации самостоятельной работы***



Самостоятельная работа обучающихся - способ активного, целенаправленного приобретения студентом новых для него знаний и умений без непосредственного участия в этом процесса преподавателей.

Самостоятельная работа приводит студента к получению нового знания, упорядочению и углублению имеющихся знаний, формированию у него профессиональных навыков и умений. Самостоятельная работа выполняет ряд функций: развивающую, информационно-обучающую, ориентирующую и стимулирующую, воспитывающую, исследовательскую.

Студентам рекомендуется с самого начала освоения курса работать с литературой и предлагаемыми заданиями в форме подготовки к очередному аудиторному занятию. При этом актуализируются имеющиеся знания, а также создается база для усвоения нового материала.

При освоении курса студент может пользоваться библиотекой вуза, которая в полной мере обеспечена соответствующей литературой. Самостоятельная работа студентов предусмотрена учебным планом и выполняется в обязательном порядке. Для успешного самостоятельного изучения материала сегодня используются различные средства обучения, среди которых особое место занимают информационные технологии разного уровня и направленности: электронные учебники и курсы лекций, базы тестовых заданий и задач. Для успешной организации самостоятельной работы все активнее применяются разнообразные образовательные ресурсы в сети Интернет: системы тестирования, виртуальные лекции, при этом пользователю достаточно иметь компьютер и подключение к Интернет.

Большое воспитательное и образовательное значение в самостоятельном учебном труде студента имеет самоконтроль. Самоконтроль возбуждает и поддерживает внимание и интерес, повышает активность памяти и мышления, позволяет студенту своевременно обнаружить и устранить допущенные ошибки и недостатки, объективно определить уровень своих знаний, практических умений. Самое доступное и простое средство самоконтроля с применением информационно-коммуникационных технологий - это ряд тестов «on-line», которые позволяют определить свой уровень владения предметным материалом, выявить свои ошибки и получить рекомендации по самосовершенствованию.

### ***Методические рекомендации по работе с литературой***

Всю литературу можно разделить на учебники и учебные пособия, оригинальные научные монографические источники, научные публикации в периодической печати. Из них можно выделить литературу основную, дополнительную и литературу для углубленного изучения дисциплины.

Изучение дисциплины следует начинать с учебника, поскольку учебник – это книга, в которой изложены основы научных знаний по определенному предмету в соответствии с целями и задачами обучения, установленными программой.

При работе с литературой необходимо учитывать, что имеются различные виды чтения, и каждый из них используется на определенных этапах освоения материала.

*Предварительное* чтение направлено на выявление в тексте незнакомых терминов и поиск их значения в справочной литературе. В частности, при чтении указанной литературы необходимо подробнейшим образом анализировать понятия.

*Сквозное чтение* предполагает прочтение материала от начала до конца. Сквозное чтение литературы из приведенного списка дает возможность студенту сформировать свод основных понятий из изучаемой области и свободно владеть ими.

*Выборочное* – наоборот, имеет целью поиск и отбор материала. В рамках данного курса выборочное чтение, как способ освоения содержания курса, должно использоваться при подготовке к практическим занятиям по соответствующим разделам.

*Аналитическое чтение* – это критический разбор текста с последующим его конспектированием.

Целью *изучающего* чтения является глубокое и всестороннее понимание учебной информации.

Подготовка к экзамену должна проводиться на основе лекционного материала, материала практических занятий с обязательным обращением к основным учебникам по курсу. Это позволит исключить ошибки в понимании материала, облегчит его осмысление, прокомментирует материал многочисленными примерами.

### ***Методические рекомендации для подготовки к экзамену***

Экзамен в 9-м семестре является формой итогового контроля знаний и умений обучающихся по данной дисциплине, полученных на лекциях, практических занятиях и в процессе самостоятельной работы. Основой для определения оценки служит уровень усвоения обучающимися материала, предусмотренного данной рабочей программой. К экзамену допускаются студенты, набравшие 36 и более баллов по итогам текущего и промежуточного контроля. На экзамене студент может набрать от 15 до 30 баллов.

В период подготовки к экзамену обучающиеся вновь обращаются к учебно-методическому материалу и закрепляют промежуточные знания.

При подготовке к экзамену обучающимся целесообразно использовать материалы лекций, учебно-методические комплексы, основную и дополнительную литературу. На экзамен выносится материал в объеме, предусмотренном рабочей программой учебной дисциплины за семестр. Экзамен проводится в письменной / устной форме.

При проведении экзамена в письменной (устной) форме, ведущий преподаватель составляет экзаменационные билеты, которые включают в себя: теоретические вопросы и задачи. Формулировка теоретических заданий совпадает с формулировкой перечня экзаменационных вопросов, доведенных до сведения обучающихся накануне экзаменационной сессии. Содержание вопросов одного билета относится к различным разделам программы с тем, чтобы более полно охватить материал учебной дисциплины.

На подготовку ответа на билет на экзамене отводится 40 минут. При проведении письменного экзамена на работу отводится 60 минут.

Результат устного (письменного) экзамена выражается оценками:

***Оценка «отлично» – от 91 до 100 баллов*** – теоретическое содержание курса освоено полностью, без пробелов, необходимые практические навыки работы с освоенным материалом сформированы. Все предусмотренные программой обучения учебные задания выполнены. На экзамене студент демонстрирует глубокие знания предусмотренного программой материала, умеет четко и логически последовательно отвечать на поставленные вопросы.

***Оценка «хорошо» – от 81 до 90 баллов*** – теоретическое содержание курса освоено, необходимые практические навыки работы сформированы, выполненные учебные задания содержат незначительные ошибки. На экзамене студент демонстрирует знания основного (программного) материала, допускает неточности при ответе на поставленные вопросы.

***Оценка «удовлетворительно» – от 61 до 80 баллов*** – теоретическое содержание курса освоено не полностью, необходимые практические навыки работы сформированы частично, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки. На экзамене студент демонстрирует знание только основного материала, ответы содержат неточности, нарушена последовательность изложения материала

***Оценка «неудовлетворительно» – от 36 до 60 баллов*** – теоретическое содержание курса не освоено, необходимые практические навыки работы не сформированы, выполненные учебные задания содержат грубые ошибки, дополнительная самостоятельная работа над материалом курса не приведет к существенному повышению качества выполнения учебных заданий. На экзамене студент демонстрирует незнание значительной части программного материала, существенные ошибки в ответах на вопросы, неумение ориентироваться в материале, незнание основных понятий дисциплины

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

### 8.1. Требования к материально-техническому обеспечению

Для реализации рабочей программы дисциплины «Графы и их автоморфизмы» помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой специалитета, оснащены оборудованием и техническими средствами обучения: комплектом учебной мебели, наборами демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий по изучаемым разделам, обеспечивающие тематические иллюстрации.

Помещения для самостоятельной работы оснащены комплектами учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КБГУ.

Компьютерная техника обеспечена необходимым комплектом лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства.

Электронно-библиотечные системы и электронная информационно-образовательная среда КБГУ обеспечивают доступ (удаленный доступ) обучающимся, к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Используется следующее программное обеспечение:

*Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение*

№	Наименование программы, право использования которой предоставляется	Страна происхождения	Срок действия программного обеспечения
1.	Техническая поддержка для операционной системы Конфигурация: «Рабочая станция» <i>Сертификат на техническую поддержку операционной системы РЕД ОС. Конфигурация: «Рабочая станция»</i>	Российская Федерация	12 месяцев
2.	Лицензия на программное обеспечение для поиска заимствований в текстовых документах распространённых форматов <i>Программная система для обнаружения текстовых заимствований в учебных и научных работах «Антиплагиат. Вуз 4.0», Модуль поиска текстовых заимствований «Объединенная коллекция 2020»</i>	Российская Федерация	12 месяцев / по истечении 2000 проверок
3.	Система оптического распознавания текста  <i>SETERE OCR для РЭД ОС</i>	Российская Федерация	12 месяцев

4.	Редактор изображений <i>AliveColors Business (лицензия для образовательных учреждений)</i>	Российская Федерация	бессрочные
5.	Лицензия на программное обеспечение средств антивирусной защиты <i>Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – Стандартный Russian Edition</i>	Российская Федерация	12 месяцев
6.	Пакет офисного программного обеспечения <i>Р7-Офис.Профессиональный (Десктопная версия)</i>	Российская Федерация	12 месяцев
7.	Право использования программного обеспечения для планирования и проведения онлайн-мероприятий (трансляций, телемостов/ аудио-видеоконференций, вебинаров) <i>Webinar Enterprise TOTAL 150 участников</i>	Российская Федерация	12 месяцев
8.	Пакет программного обеспечения для обработки растровых изображений <i>Creative Cloud for enterprise All Apps ALL Multiple Platforms Multi European Languages Enterprise Licensing Subscription Renewal, право на использование-50 шт.</i> <i>Acrobat Pro DC for teams ALL Multiple Platforms Multi European Languages Team Licensing Subscription Renewal, право на использование – 5 шт.</i>	Соединенные Штаты Америки	12 месяцев
9.	Лицензия на программное обеспечение для векторного графического редактора для создания и редактирования графических схем, чертежей и блок-схем <i>Асмо-графический редактор</i>	Российская Федерация	бессрочные
10.	Предоставление неисключительных прав на использование программного обеспечения Системы <i>Spider Project Professional</i>	Российская Федерация	бессрочные

## 8.2 Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья созданы специальные условия для получения образования. В целях доступности получения высшего образования по образовательным программам инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья университетом обеспечивается:

1. Альтернативная версия официального сайта в сети «Интернет» для слабовидящих;

2. Для инвалидов с нарушениями зрения (слабовидящие, слепые) - присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь, дублирование вслух справочной информации о расписании учебных занятий; наличие средств для усиления остаточного зрения, брайлевской компьютерной техники, видеоувеличителей, программ не визуального доступа к информации, программ-синтезаторов речи и других технических средств приема-передачи учебной информации в доступных формах для студентов с нарушениями зрения;

3. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху (слабослышащие, глухие) – звукоусиливающая аппаратура, мультимедийные средства и другие технические средства приема-передачи учебной информации в доступных формах;

4. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, созданы материально-технические условия обеспечивающие возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, объекту питания, туалетные и другие помещения университета, а также пребывания в указанных помещениях (наличие расширенных дверных проемов, поручней и других приспособлений).

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

Обучающимся с ограниченными возможностями здоровья предоставляются специальные учебники и учебные пособия, иная учебная литература, специальные технические средства обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь, а также услуги сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков.

а) для слабовидящих:

- на экзамене присутствует ассистент, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);

- задания для выполнения, а также инструкция о порядке проведения зачете/экзамена оформляются увеличенным шрифтом;

- задания для выполнения на экзамене зачитываются ассистентом;

- письменные задания выполняются на бумаге, надиктовываются ассистенту;

- обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

- студенту для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

в) для глухих и слабослышащих:

- на зачете/экзамене присутствует ассистент, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);

- зачет/экзамен проводится в письменной форме;

- обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости поступающим предоставляется звукоусиливающая

аппаратура индивидуального пользования;

- по желанию студента экзамен может проводиться в письменной форме;

д) для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата (тяжелыми нарушениями двигательных функций верхних конечностей или отсутствием верхних конечностей):

- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или надиктовываются ассистенту;

- по желанию студента экзамен проводится в устной форме.

## ЛИСТ ИЗМЕНЕНИЙ (ДОПОЛНЕНИЙ)

в рабочую программу по дисциплине «Графы и их автоморфизмы»  
по программе специалитета 01.05.01 Фундаментальные математика и механика  
(Профиль: «Фундаментальная математика») на \_\_\_\_\_ учебный год

№п/п	Элемент (пункт) РПД	Перечень вносимых изменений (дополнений)	Примечание

Обсуждена и рекомендована на заседании кафедры алгебры и дифференциальных уравнений протокол № \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ / \_\_\_\_\_ /

Распределение баллов текущего и рубежного контроля

№ п/п	Вид контроля	Сумма баллов			
		Общая сумма	1-я точка	2-я точка	3-я точка
1.	<b>Посещение занятий</b>	<i>до 10 баллов</i>	<i>до 3 б.</i>	<i>до 3б.</i>	<i>до 4б.</i>
2.	<b>Текущий контроль:</b>	<i>до 30 баллов</i>	<i>до 10 б.</i>	<i>до 10 б.</i>	<i>до 10б.</i>
	<b>Ответ на 5 вопросов</b>	<i>от 0 до15 б.</i>	<i>от 0 до 5б.</i>	<i>от0 до 5 б.</i>	<i>от0 до 5б.</i>
	Полный правильный ответ	до 15 баллов	5 баллов	5 баллов	5 баллов
	Неполный правильный ответ	от 3 до15 б.	от1 до 5б.	от 1 до 5б.	от 1 до 5б.
	Ответ, содержащий неточности, ошибки	0б.	0б.	0б.	0б.
	<b>Выполнение самостоятельных заданий (решение задач)</b>	<i>от 0 до 10б.</i>	<i>от 0 до 3б.</i>	<i>от 0 до 3б.</i>	<i>от 0 до 4б.</i>
3.	<b>Рубежный контроль</b>	<i>до 30 баллов</i>	<i>до 10 б.</i>	<i>до 10 б.</i>	<i>до 10 б.</i>
	тестирование	от 0 до 15б.	от 0 до 5б.	от 0 до 5б.	от 0 до 5б.
	коллоквиум	от 0 до 15б.	от 0 до 5б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5б.
4.	<b>Итого сумма текущего и рубежного контроля</b>	<i>до 70 баллов</i>	<i>до 23 баллов</i>	<i>до 23 баллов</i>	<i>до 24 баллов</i>
5.	<b>Первый этап (базовый уровень) – оценка «удовлетворительно»</b>	не менее 36б.	не менее 12б.	не менее 12б.	не менее 12б.
6.	<b>Второй этап (продвинутый уровень) – оценка «хорошо»</b>	менее 70б. (51-69 б.)	менее 23б.	менее 23б.	менее 24б.
7.	<b>Третий этап (высокий уровень) - оценка «отлично»</b>	не менее 70б.	не менее 23б.	не менее 23б.	не менее 24б.



**Шкала оценивания планируемых результатов обучения**

**Текущий и рубежный контроль**

Семестр	Шкала оценивания			
	0-35 баллов	36-50 баллов	51-60 баллов	61-70 баллов
9	Частичное посещение аудиторных занятий. Неудовлетворительное выполнение практических работ. Плохая подготовка к балльно-рейтинговым мероприятиям. Студент не допускается к промежуточной аттестации	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценку «удовлетворительно».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценку «хорошо».	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценку «отлично».

**Промежуточная аттестация**

Семестр	Шкала оценивания			
	Неудовлетворительно (36-60 баллов)	Удовлетворительно (61-80 баллов)	Хорошо (81-90 баллов)	Отлично (91-100 баллов)
9	Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос, не сделал пример. Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на	Студент имеет 36-50 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй, а пример сделан не верно. Студент имеет 46-	Студент имеет 51-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопроси частично (полностью) ответил на второй. Пример сделан верно. Студент имеет	Студент имеет 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй, и пример сделан правильно. Или же студент на оба вопроса

	<p>экзамене дал полный ответ только на один вопрос, а пример сделан неправильно.</p>	<p>60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на оба вопроса, а пример не сделан.</p> <p>Студент имеет по итогам текущего и рубежного контроля 61-70 баллов на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос. В решении примера есть грубая ошибка, которая повлияла на ответ, вследствие чего пример сделан не верно</p>	<p>61 – 65 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопроси частично ответил на второй, и в примере есть недочеты, которые не повлияли на ответ.</p> <p>Студент имеет 66-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос. В примере есть неточности, которые не повлияли на ответ.</p>	<p>ответил верно, а в задаче, есть неточности, которые не повлияли на ответ.</p>
--	--	---	--	--