Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ОПОП
__________ М.С. Нирова
«12» апреля 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ

«ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»
(код и наименование дисциплины)

Программа специалитета
01.05.01 Фундаментальные математика и механика
(код и наименование программы специалитета)

Направленность (профиль)
Фундаментальная математика
(наименование направленности (профиля))

Квалификация (степень) выпускника
специалист

Форма обучения
очная

Нальчик 2023

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы, описание показателей, критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования3

2. Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы5

3. Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности5

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы, описание показателей, критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Карта компетенции

Шифр и название компетенций: *способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках (ПКС-4).*

Индикаторы достижения компетенции ПКС-4:

ПКС-4.1. Способен решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики.

ПКС-4.2. Способен применять методы математического моделирования в естественных науках.

Общая характеристика компетенции

Тип компетенции: профессиональная компетенция выпускника образовательной программы по направлению специалитета 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, уровень ВО специалитет.

1.1. Этапы формирования компетенций и средства оценивания

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины	**Индикаторы достижения компетенции**	**Основные показатели оценки результатов обучения**	**Вид оценочного средства**
ПКС-4- Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках.	**ПКС-4.1.** Способен решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики. **ПКС-4.2.** Способен применять методы математического моделирования в естественных науках.	**Знать:** Основные методы решения актуальных и значимых задач фундаментальной и прикладной математики. **Уметь:** применять методы математического моделирования в естественных науках **Владеть:** способами исследовании математических моделей в естественных науках.	Оценочные материалы для практических занятий. Оценочные материалы для коллоквиума. Оценочные материалы для проведения тестирования. Оценочные материалы для промежуточной аттестации

1.2. Критерии формирования оценок на различных этапах их формирования

Текущий и рубежный контроль

Этап (уровень)	**Первый этап (уровень)**	**Второй этап (уровень)**	**Третий этап (уровень)**
Баллы	**36-50 баллов**	**51-60 баллов**	**61-70 баллов**
Характеристика	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение практических работ. Выполнение	Полное или частичное посещение аудиторных занятий.	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение

	контрольных работ, тестовых заданий на оценку «удовлетворительно».	Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценки «хорошо».	практических занятий. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценки «отлично».

На первом (начальном) этапе формирования компетенции формируются знания, умения и навыки, составляющие базовую основу компетенции, без которой невозможно ее дальнейшее развитие. Обучающийся воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу.

На втором (основном) этапе формирования компетенции приобретается опыт деятельности, когда отдельные компоненты компетенции начинают «работать» в комплексе и происходит выработка индивидуального алгоритма продуктивных действий, направленных на достижение поставленной цели.

На этом этапе обучающийся осваивает аналитические действия с предметными знаниями по конкретной дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя координирование хода работы, переносит знания и умения на новые условия.

Третий (завершающий) этап – это овладение компетенцией. Обучающийся способен использовать знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях. По результатам этого этапа обучающийся демонстрирует итоговый уровень сформированности компетенции.

Промежуточная аттестация (зачет)

Оценка	**Незачтено**	**Зачтено**
Баллы	**36-60**	**61-70**
Характеристика	Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачёте не ответил ни на один вопрос.	Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете представил полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на оба вопроса. Студенту, имеющему 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, выставляется отметка «зачтено» без сдачи зачёта.

2. Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Перечень оценочных средств

№	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1.	Коллоквиум	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2.	Задача (практическое задание)	Средство оценки умения применять полученные теоретические знания в практической ситуации. Задача (задание) должна быть направлена на оценивание тех компетенций, которые подлежат освоению в данной дисциплине, должна содержать четкую инструкцию по выполнению или алгоритм действий.	Комплект задач и заданий
3.	Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
4.	Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий

3. Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности

3.1. Вопросы по темам дисциплины «Интегральные уравнения» (контролируемые компетенции ПКС-4)

Тема 1. Основные понятия и определения теории интегральных уравнений
1. Основные классы интегральных уравнений.
2. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям.

Тема 2. Интегральные уравнения Вольтерра
1. Основные понятия.
2. Связь между линейными дифференциальными уравнениями и интегральными уравнениями Вольтерра.
3. Резольвента интегрального уравнения Вольтерра. Решение интегрального уравнения с помощью резольвенты.
4. Эйлеровы интегралы.

5. Интегральное уравнение Абеля и его обобщения.

Тема 3. Интегральные уравнения Фредгольма
1. Уравнения Фредгольма. Основные понятия.
2. Метод определителей Фредгольма.
3. Итерированные ядра. Построение резольвенты с помощью итерированных ядер.
4. Интегральные уравнения с вырожденным ядром.
5. Характеристические числа и собственные функции.
6. Решение однородных интегральных уравнений с вырожденным ядром.
7. Неоднородные симметричные уравнения.
8. Альтернатива Фредгольма.
9. Краевые задачи, содержащие параметр, и сведение их к интегральным уравнениям.

Тема 4. Применение интегральных преобразований к решению интегральных уравнений
1. Применение преобразования Фурье к решению некоторых интегральных уравнений.
2. Применение преобразования Лапласа к решению некоторых интегральных уравнений.
3. Применение преобразования Меллина к решению некоторых интегральных уравнений.

Тема 5. Интегральные уравнения 1-го рода
1. Интегральные уравнения Вольтерра 1-го рода.
2. Интегральные уравнения Вольтерра 1-го рода типа свертки.
3. Интегральные уравнения Фредгольма 1-го рода.

Тема 6. Приближенные методы решения интегральных уравнений
1. Замена ядра интегрального уравнения вырожденным ядром.
2. Замена интеграла конечной суммой.
3. Метод последовательных приближений.
4. Метод Бубнова-Галеркина.
5. Приближенные методы отыскания характеристических чисел и собственных функций симметричных ядер.

Критерии формирования оценок (оценивания) устного опроса.

В результате устного опроса знания, обучающегося оцениваются по следующей шкале:

4 балла, ставится, если обучающийся:

1) полно излагает изученный материал, даёт правильное определенное экономических понятий;

2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные;

3) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

3 балла, ставится, если обучающийся даёт ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для балла «1», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1-2 недочёта в последовательности и языковом оформлении излагаемого.

2-1 балл, ставится, если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но:

1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий;

2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;

3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

0 баллов, ставится, если обучающийся обнаруживает незнание большей части соответствующего раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке.

Баллы могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за рассредоточенный во времени, т.е. за сумму ответов, данных студентом на протяжении занятия.

3.2. Практические задания для самостоятельной работы обучающегося (контролируемая компетенция ПКС-4)

Тема 1. Основные понятия и определения теории интегральных уравнений

1. Основные классы интегральных уравнений.
2. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям.

Методические рекомендации по решению задач

При решении задач необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Основные понятия и определения теории интегральных уравнений». Основная цель сформировать навыки решения задач по теории интегральных уравнений.

Тема 2. Интегральные уравнения Вольтерра

1. Проверить, что данные функции являются решениями соответствующих интегральных уравнений:

1. $\phi(x) = \frac{x}{(1+x^2)^{5/2}}$; $\phi(x) = \frac{3x+2x^3}{3(1+x^2)^2} - \int_0^x \frac{3x+2x^3-t}{(1+x^2)^2}\phi(t)\mathrm{dt}$.

2. $\phi(x) = e^x(\cos e^x - e^x \sin e^x)$; $\phi(x) = (1 - \mathrm{x}e^{2x})\cos 1 - e^{2x}\sin 1 + \int_0^x [1-(x-t)e^{2x}]\phi(t)\mathrm{dt}$.

2. Составить интегральные уравнения, соответствующие следующим дифференциальным уравнениям с заданными начальными условиями:

1. $y'' + y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1$.
2. $y' - y = 0, y(0) = 1$.
3. $y'' + y = \cos x, y(0) = y'(0) = 0$.
4. $y'' - 5y' + 6y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1$.

3. Методом дифференцирования решить следующие интегральные уравнения:

1. $\phi(x) = x - \int_0^x e^{x-t}\phi(t)\,\mathrm{dt}$.
2. $\int_0^x e^{x+t}\phi(t)\,\mathrm{dt} = x$.
3. $\int_0^x e^{x-t}\phi(t)\,\mathrm{dt} = x$.
4. $\phi(x) = 2\int_0^x \frac{2t+1}{(2x+1)^2}\phi(t)\,\mathrm{dt} + 1$.

5. Найти резольвенты для интегральных уравнений Вольтерра со следующими ядрами:

1. $K(x,t) = x - t$.
2. $K(x,t) = e^{x-t}$.
3. $K(x,t) = \frac{1+x^2}{1+t^2}$.
4. $K(x,t) = \frac{2+\cos x}{2+\cos t}$.

6. Найти с помощью резольвент решения следующих интегральных уравнений:

1. $\phi(x) = e^x + \int_0^x e^{x-t}\phi(t)\mathrm{dt}$.
2. $\phi(x) = x3^x + \int_0^x 3^{x-t}\phi(t)\mathrm{dt}$.
3. $\phi(x) = \sin x + 2\int_0^x e^{x-t}\phi(t)\mathrm{dt}$.

4. $\phi(x) = 1 - 2x - \int_0^x e^{x^2-t^2}\phi(t)\mathrm{dt}$.

7. Решить следующие интегральные уравнения:

1. $\int_0^x (x-t)^{1/3}\phi(t)\mathrm{dt} = x^{4/3} - x^2/$
2. $\int_0^x (x-t)^{1/2}\phi(t)\mathrm{dt} = \pi x$
3. $\int_0^x (x-t)^{1/4}\phi(t)\mathrm{dt} = x + x^2$
4. $\int_0^x (x-t)^2\phi(t)\mathrm{dt} = x^3$

Методические рекомендации по решению задач

При решении задач необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Интегральные уравнения Вольтерра». Основная цель сформировать навыки решения интегральных уравнений Вольтерра.

Тема 3. Интегральные уравнения Фредгольма

1. Проверить, какие из данных функций являются решениями указанных интегральных уравнений:

1. $\phi(x) = 1, \phi(x) + \int_0^1 x(e^{\mathrm{xt}} - 1)\phi(t)\mathrm{dt} = e^x - x$.
2. $\phi(x) = 2e^x\left(x - \frac{1}{3}\right), \phi(x) + 2\int_0^1 e^{x-t}\phi(t)\mathrm{dt} = 2\mathrm{xe}^x$.
3. $\phi(x) = 1 - \frac{2\mathrm{sin}x}{1-\frac{\pi}{2}}, \phi(x) - \int_0^\pi \cos(x+t)\phi(t)\mathrm{dt} = 1$.
4. $\phi(x) = \mathrm{cos}x, \phi(x) - \int_0^\pi (x^2+t)\mathrm{cos}t\phi(t)\mathrm{dt} = \mathrm{sin}x$.

2. Пользуясь определителями Фредгольма, найти резольвенты следующих ядер;

1. $K(x,t) = 2x - t;\ 0 \le x \le 1, 0 \le t \le 1$.
2. $K(x,t) = x^2t - \mathrm{xt}^2;\ 0 \le x \le 1, 0 \le t \le 1$.
3. $K(x,t) = \mathrm{sin}x\mathrm{cos}t;\ 0 \le x \le 2\pi, 0 \le t \le 2\pi$.
4. $K(x,t) = \mathrm{sin}x - \mathrm{sin}t;\ 0 \le x \le 2\pi, 0 \le t \le 2\pi$.

3. С помощью резольвенты решить следующие интегральные уравнения:

1. $\phi(x) - \lambda\int_0^{2\pi} \sin(x+t)\phi(t)\mathrm{dt} = 1$.
2. $\phi(x) - \lambda\int_0^{2\pi} (2x-t)\phi(t)\mathrm{dt} = \frac{x}{6}$.
3. $\phi(x) + \int_0^1 e^{x-t}\phi(t)\mathrm{dt} = e^x$.
4. $\phi(x) - \int_0^{2\pi} \mathrm{sin}x\mathrm{cos}t\phi(t)\mathrm{dt} = \mathrm{cos}2x$.

4. Найти итерированные ядра указанных ниже ядер при заданных a и b.

1. $K(x,t) = x - t;\ a = -1, b = 1$.
2. $K(x,t) = \sin(x-t);\ a = 0, b = \frac{\pi}{2}\ (n = 2,3)$.

5. Построить резольвенты для следующих ядер:

1. $K(x,t) = e^{x+t};\ a = 0, b = 1$.
2. $K(x,t) = \mathrm{sin}x\mathrm{cos}t;\ a = 0, b = \frac{\pi}{2}$.
3. $K(x,t) = \mathrm{xe}^t;\ a = -1, b = 1$.

6. Решить следующие интегральные уравнения с вырожденными ядрами:

1. $\phi(x) - 4\int_0^{\pi/2} \sin^2 x\phi(t)\mathrm{dt} = 2x - \pi$.
2. $\phi(x) - \lambda\int_{-\pi/4}^{\pi/4} \mathrm{tg}t\phi(t)\mathrm{dt} = \mathrm{ctg}x$.
3. $\phi(x) - \int_{-1}^1 e^{\mathrm{arcsin}x}\phi(t)\mathrm{dt} = \mathrm{tg}x$.

7. Найти характеристические числа н собственные функции для следующих однородных интегральных уравнений с вырожденным ядром:

1. $\phi(x) - \int_0^{\pi/4} \sin^2 x\phi(t)\mathrm{dt} = 0.$
2. $\phi(x) - \lambda\int_0^{2\pi} \sin x\cos t\phi(t)\mathrm{dt} = 0.$
3. $\phi(x) - \lambda\int_0^{2\pi} \sin x\sin t\phi(t)\mathrm{dt} = 0.$
4. $\phi(x) - \lambda\int_0^{\pi/2} \cos(x+t)\phi(t)\mathrm{dt} = 0.$

8. Найти характеристические числа и собственные функции однородных интегральных уравнений с симметричными ядрами, если эти ядра имеют следующий вид:

1. $K(x,t) = 1 + \mathrm{xt} + x^2t^2, -1 \le x, t \le 1.$
2. $K(x,t) = \{x(t-1), 0 \le x \le t, |$
3. $K(x,t) = \{t(x+1), 0 \le x \le t, |$

9. Найти собственные функции интегральных уравнений, резольвенты которых определяются следующими формулами:

1. $R(x,t;\lambda) = \frac{3-\lambda+3(1-\lambda)(2x-1)(2t-1)}{\lambda^2-4\lambda+3}.$
2. $R(x,t;\lambda) = \frac{(15-6\lambda)\mathrm{xt}+(15-10\lambda)x^2t^2}{4\lambda^2-16\lambda+15}.$

10. Решить следующие однородные интегральные уравнения:

1. $\phi(x) - \lambda\int_0^{\pi} \cos(x+t)\phi(t)\mathrm{dt} = 0.$
2. $\phi(x) - \lambda\int_0^{1} \arccos x\phi(t)\mathrm{dt} = 0.$
3. $\phi(x) - \frac{1}{4}\int_{-2}^{2}|x|\phi(t)\mathrm{dt} = 0.$
4. $\phi(x) + 6\int_0^{1}(x^2 - 2\mathrm{xt})\phi(t)\mathrm{dt} = 0.$

11. Решить следующие неоднородные интегральные симметричные уравнения:

1. $\phi(x) - \frac{\pi^2}{4}\int_0^1 K(x,t)\phi(t)\mathrm{dt} = \frac{x}{2}, K(x,t) = \left\{\frac{x(2-t)}{2}, 0 \le x \le t, \right|$

2. $\phi(x) + \int_0^1 K(x,t)\phi(t)\mathrm{dt} = \mathrm{xe}^x, K(x,t) = \left\{\frac{\mathrm{sh}x\mathrm{sh}(t-1)}{\mathrm{sh}1}, 0 \le x \le t, \right|$

12. Исследовать на разрешимость при различных значениях параметра λ следующие интегральные уравнения:

1. $\phi(x) - \lambda\int_0^{\pi} \cos^2 x\phi(t)\mathrm{dt} = 1.$
2. $\phi(x) - \lambda\int_{-1}^{1} \mathrm{xe}^t\phi(t)\mathrm{dt} = x.$
3. $\phi(x) - \lambda\int_0^{2\pi}|x-\pi|\phi(t)\mathrm{dt} = x.$
4. $\phi(x) - \lambda\int_0^{1}(2\mathrm{xt} - 4x^2)\phi(t)\mathrm{dt} = 1 - 2x.$

13. Свести к интегральным уравнениям следующие краевые задачи:

1. $y'' = \lambda y + x^2;\ y(0) = y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$
2. $y'' = \lambda y + e^x;\ y(0) = y(1) = 0.$
3. $y'' + \lambda y = 2x + 1;\ y(0) = y'(1), y'(0) = y(1).$
4. $y^{(4)} = \lambda y + 1;\ y(0) = y'(0) = 0, y''(0) = y'''(1) = 0.$

Методические рекомендации по решению задач

При решении задач необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Интегральные уравнения Фредгольма». Основная цель сформировать навыки решения интегральных уравнений Фредгольма.

Тема 4. Применение интегральных преобразований к решению интегральных уравнений

1. Решить следующие интегральные уравнения:

$\phi(x) = f(x) + \lambda \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|x-t|}\phi(t)\mathrm{dt}$ $(\lambda < 1/2)$, где $f(x) = \{e^{-x}, x > 0, |$

2. Решить следующие интегральные уравнения:

1. $\int_0^{+\infty} \phi(t)\mathrm{cosxtdt} = \frac{1}{1+x^2}$ $(x > 0)$.
2. $\int_0^{+\infty} \phi(t)\mathrm{sinxtdt} = f(x)$, где $f(x) = \Big\{\frac{\pi}{2}\sin x, 0 \le x \le \pi, \Big|$
3. $\int_0^{+\infty} \phi(t)\mathrm{cosxtdt} = f(x)$, где $f(x) = \{\cos x, 0 \le x \le \pi, |$

3. Решить следующие интегральные уравнения:

1. $\phi(x) = e^x - \int_0^x e^{x-t}\phi(t)\mathrm{dt}$.
2. $\phi(x) = x - \int_0^x e^{x-t}\phi(t)\mathrm{dt}$.
3. $\phi(x) = e^{2x} - \int_0^x e^{t-x}\phi(t)\mathrm{dt}$.
4. $\phi(x) = x - \int_0^x (x-t)\phi(t)\mathrm{dt}$.

4. Решить следующие системы интегральных уравнений:

1. $\{\phi_1(x) = \sin x + \int_0^x \phi_2(t)\mathrm{dt}, |$
2. $\{\phi_1(x) = e^{2x} + \int_0^x \phi_2(t)\mathrm{dt}, |$
3. $\{\phi_1(x) = e^x + \int_0^x \phi_1(t)\mathrm{dt} - \int_0^x e^{x-t}\phi_2(t)\mathrm{dt}, |$

5. Решить следующие интегро-дифференциальные интегральных уравнений:

1. $\phi''(x) + \int_0^x e^{2(x-t)}\phi'(t)\mathrm{dt} = e^{2x}$; $\phi(0) = 0, \phi'(0) = 1$.
2. $\phi'(x) - \phi(x) + \int_0^x (x-t)\phi'(t)\mathrm{dt} - \int_0^x \phi(t)\mathrm{dt} = x$; $\phi(0) = -1$.
3. $\phi''(x) + 2\phi'(x) - 2\int_0^x \sin(x-t)\phi'(t)\mathrm{dt} = \cos x$; $\phi(0) = \phi'(0) = 0$.

6. Решить интегральные уравнения:

1. $\phi(x) = e^{-x} + \int_0^{\infty} \phi(t)\mathrm{dt}$.
2. $\phi(x) = e^{-x} + \int_x^{\infty} e^{x-t}\phi(t)\mathrm{dt}$.
3. $\phi(x) = \cos x + \int_x^{\infty} e^{x-t}\phi(t)\mathrm{dt}$.
4. $\frac{1}{\sqrt{\pi x}}\int_0^{\infty} e^{-t^2/(4x)}\phi(t)\mathrm{dt} = e^{-x}$.
6. $\phi(x) = e^x + \lambda \int_0^{\infty} \sqrt{\frac{x}{t}} J_1\left(2\sqrt{\mathrm{xt}}\right)\phi(t)\mathrm{dt}$.
7. $\phi(x) = \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}}\int_0^{\infty} \phi(t)\mathrm{cosxtdt}$.

Методические рекомендации по решению задач

При решении задач необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Применение Интегральных преобразований к решению интегральных уравнений». Основная цель сформировать навыки решения интегральных уравнений при помощи интегральных преобразований.

Тема 5. Интегральные уравнения 1-го рода

1. Решить следующие интегральные уравнения 1-го рода, предварительно сведя их к интегральным уравнениям 2-го рода:

1. $\int_0^x e^{x-t}\phi(t)\mathrm{dt} = \sin x$.
2. $\int_0^x 3^{x-t}\phi(t)\mathrm{dt} = x$.

3. $\int_0^x (1 - x^2 + t^2)\phi(t)\mathrm{dt} = \frac{x^2}{2}$.
4. $\int_0^x (2 + x^2 - t^2)\phi(t)\mathrm{dt} = x^2$.

2. Решить интегральные уравнения:
1. $\int_0^x \cos(x - t)\phi(t)\mathrm{dt} = \sin x$.
2. $\int_0^x e^{x-t}\phi(t)\mathrm{dt} = \mathrm{sh}x$.
3. $\int_0^x (x - t)^{1/2}\phi(t)\mathrm{dt} = x^{5/2}$.
4. $\int_0^x e^{2(x-t)}\phi(t)\mathrm{dt} = \sin x$.
5. $\int_0^x (x - t)\phi(t)\mathrm{dt} = x^2 + x - 1$.
6. $\int_0^x (x - t)\phi(t)\mathrm{dt} = \sin x$.
3. Выяснить, какие из данных интегральных уравнений разрешимы:
1. $\int_0^1 (3x - 2)t\phi(t)\mathrm{dt} = x^3 + 3x - 1$.
2. $\int_0^{2\pi} \cos(x + t)\phi(t)\mathrm{dt} = \pi\cos x$.

4. Методом производящих функций решить уравнения:
1. $\int_{-1}^1 \frac{\phi(t)\mathrm{dt}}{\sqrt{1+x^2-2\mathrm{xt}}} = 2x^3 - 2x$.
2. $\int_{-1}^1 \frac{\phi(t)\mathrm{dt}}{\sqrt{1+x^2-2\mathrm{xt}}} = \frac{1}{1-x}$.

5. Решить следующие интегральные уравнения:
1. $1 + x = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/2} \phi(x\sin\theta)d\theta$.
2. $3x^2 + 2x^3 = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/2} \phi(x\cos\theta)d\theta$.
3. $1 + x^2 = \frac{2}{\pi}\int_0^{\pi/6} \phi(x\sin 3\theta)d\theta$.

Методические рекомендации по решению задач

При решении задач необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Интегральные уравнения 1-го рода». Основная цель сформировать навыки решения интегральных уравнений Вольтерра и Фредгольма 1-го рода.

Тема 6. Приближенные методы решения интегральных уравнений

1. Найти решения интегральных уравнений с помощью замены ядра вырожденным и дать оценку погрешности решения:
1. $\phi(x) = e^x - x - \int_0^1 x(e^{\mathrm{xt}} - 1)\phi(t)\mathrm{dt}$.
2. $\phi(x) = x + \cos x + \int_0^1 x(\mathrm{sinxt} - 1)\phi(t)\mathrm{dt}$.
3. $\phi(x) = \frac{1}{2}(e^{-x} + 3x - 1) + \int_0^1 \left(e^{-\mathrm{xt}^2} - 1\right)x\phi(t)\mathrm{dt}$.
4. $\phi(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{2} + \int_0^1 (1 - \mathrm{cosxt}^2)x\phi(t)\mathrm{dt}$.

2. Решить следующие·интегральные уравнения с помощью замены интеграла конечной суммой:
1. $\phi(x) + \int_0^1 \mathrm{xe}^{\mathrm{xt}}\phi(t)\mathrm{dt} = e^x$.
2. $\phi(x) - \int_0^1 \frac{x+t}{1+x+t}\phi(t)\mathrm{dt} = \ln\frac{2+x}{1+x}$.

3. Методом последовательных приближений решить следующие интегральные уравнения:

1. $\phi(x) = x - \int_0^x (x-t)\phi(t)\mathrm{dt}, \phi_0(x) \equiv 0$.
2. $\phi(x) = 1 - \int_0^x (x-t)\phi(t)\mathrm{dt}, \phi_0(x) \equiv 0$.
3. $\phi(x) = 1 + \int_0^x (x-t)\phi(t)\mathrm{dt}, \phi_0(x) \equiv 1$.
4. $\phi(x) = x + 4\int_0^1 x^2t^2\phi(t)\mathrm{dt}$.
5. $\phi(x) = \frac{5}{6}x + \frac{1}{2}\int_0^1 \mathrm{xt}\phi(t)\mathrm{dt}$.
6. $\int_0^\pi K(x,t)\phi(t)\mathrm{dt} = \frac{1}{2}\sin 2x$

4. Методом Бубнова-Галёркина решить следующие интегральные уравнения:
1. $\phi(x) = 1 + \int_{-1}^1 (\mathrm{xt} - x^2)\phi(t)\mathrm{dt}$.
2. $\phi(x) = 1 + \frac{4}{3}x + \int_{-1}^1 (\mathrm{xt}^2 - x)\phi(t)\mathrm{dt}$.

5. По методу Ритца найти наименьшие характеристические числа ядер (a=0, b=1):
1. $K(x,t) = x^2t^2$.
2. $K(x,t) = \{t, x \geq t, |$

6. По методу Келлога найти наименьшие характеристические числа следующих ядер:
1. $K(x,t) = \mathrm{xt}, 0 \leq x, t \leq 1$.
2. $K(x,t) = \sin x \sin t, -\pi \leq x, t \leq \pi$.

Методические рекомендации по решению задач

При выполнений заданий необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Приближенные методы решения интегральных уравнений». Основная цель исследование приближенных методов решения интегральных уравнений.

Критерии формирования оценок по заданиям для самостоятельной работы студента (типовые задачи):

«отлично» (4 балла) - обучающийся показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно, логично его излагает, структурировал и детализировал информацию, избегая простого повторения информации из текста, информация представлена в переработанном виде. Свободно использует необходимые формулы при решении задач;

«хорошо» (3 балла) - обучающийся твердо знает материал, грамотно его излагает, не допускает существенных неточностей в процессе решения задач;

«удовлетворительно» (2 балла) - обучающийся имеет знания основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил его деталей, допускает отдельные неточности при решении задач;

«неудовлетворительно» (менее 1 балла) – обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

3.3. Оценочные материалы для контрольной работы (контролируемые компетенции ПКС-4)

Рейтинговая контрольная точка № 1

Вариант №1

1. Методом дифференцирования решить интегральное уравнение: $\phi(x) = x - \int_0^x e^{x-t}\phi(t)\,\mathrm{dt}$.

2. Найти с помощью резольвенты решение интегрального уравнения: $\phi(x) = e^x + \int_0^x e^{x-t}\phi(t)\mathrm{dt}$.

3. Найти характеристические числа и собственные функции для однородного интегрального уравнения с вырожденным ядром: $\phi(x) - \int_0^{\pi/4} \sin^2 x\phi(t)\mathrm{d}t = 0$.

Вариант №2

1. Методом дифференцирования решить интегральное уравнение: $\int_0^x e^{x-t}\phi(t)\,\mathrm{d}t = x$..

2. Найти с помощью резольвенты решение интегрального уравнения: $\phi(x) = x3^x + \int_0^x 3^{x-t}\phi(t)\mathrm{d}t$.

3. Найти характеристические числа и собственные функции для однородного интегрального уравнения с вырожденным ядром: $\phi(x) - \lambda\int_0^{2\pi} \sin x\sin t\phi(t)\mathrm{d}t = 0$.

Вариант №3

1. Методом дифференцирования решить интегральное уравнение: $\int_0^x (x-t)^{1/3}\phi(t)\mathrm{d}t = x^{4/3} - x^2$

2. Найти с помощью резольвенты решение интегрального уравнения: $\phi(x) - \int_0^{2\pi} \sin x\cos t\phi(t)\mathrm{d}t = \cos 2x$.

3. Найти характеристические числа и собственные функции для однородного интегрального уравнения с вырожденным ядром: $\phi(x) - \lambda\int_0^{2\pi} \sin x\sin t\phi(t)\mathrm{d}t = 0$.

Вариант №4

1. Методом дифференцирования решить интегральное уравнение: $\int_0^x (x-t)^2\phi(t)\mathrm{d}t = x^3$

2. Найти с помощью резольвенты решение интегрального уравнения: $\phi(x) - \lambda\int_0^{2\pi} (2x-t)\phi(t)\mathrm{d}t = \frac{x}{6}$.

3. Найти характеристические числа и собственные функции для однородного интегрального уравнения с вырожденным ядром: $\phi(x) - \lambda\int_0^{\pi/2} \cos(x+t)\phi(t)\mathrm{d}t = 0$.

Рейтинговая контрольная точка № 2

Вариант №1

1. Решить следующие интегральные уравнения:

1) $\int_0^{+\infty} \phi(t)\cos 2xt\mathrm{d}t = \frac{1}{1+x^2}$ $(x > 0)$.

2) $\phi(x) = e^{2x} - \int_0^x e^{x-t}\phi(t)\mathrm{d}t$.

2. Решить следующую систему интегральных уравнений:

$$\begin{cases}\phi_1(x) = \sin x + \int_0^x \phi_2(t)\mathrm{d}t,\end{cases}$$

Вариант №2

1. Решить следующие интегральные уравнения:

1) $\phi(x) = e^{-x} + \int_x^{\infty} e^{x-t}\phi(t)\mathrm{d}t$.

2) $\phi(x) = e^{-x} + \int_0^{\infty} \phi(t)\mathrm{d}t$.

2. Решить следующую систему интегральных уравнений:

$$\begin{cases}\phi_1(x) = e^{2x} + \int_0^x \phi_2(t)\mathrm{d}t,\end{cases}$$

Вариант №3

1. Решить следующие интегральные уравнения:

1) $\frac{1}{\sqrt{\pi x}}\int_0^{\infty} e^{-t^2/(4x)}\phi(t)\mathrm{d}t = e^{-x}$.

2) $\int_0^x e^{x-t}\phi(t)\mathrm{d}t = \sin x$.

2. Решить следующую систему интегральных уравнений:

$$\begin{cases}\phi_1(x) = e^{4x} + \int_0^x \phi_2(t)\mathrm{dt},\end{cases}$$

Вариант №4

1. Решить следующие интегральные уравнения:

1) $\phi(x) = e^{-x} + \int_0^\infty \phi(t)\mathrm{dt}$.

2) $\int_0^x (1 - x^2 + t^2)\phi(t)\mathrm{dt} = \frac{x^2}{2}$.

2. Решить следующую систему интегральных уравнений:

$$\begin{cases}\phi_1(x) = \sin x + \int_0^x \phi_2(t)\mathrm{dt},\end{cases}$$

Рейтинговая контрольная точка № 3

Вариант №1

1. Решить интегральное уравнение: $\int_0^x \cos(x-t)\phi(t)\mathrm{dt} = \sin x$.

2. Решить интегральное уравнение с помощью замены интеграла конечной суммой: $\phi(x) + \int_0^1 \mathrm{xe^{xt}}\phi(t)\mathrm{dt} = e^x$.

3.Методом последовательных приближений решить интегральное уравнение: $\phi(x) = x - \int_0^x (x-t)\phi(t)\mathrm{dt}, \phi_0(x) \equiv 0$.

Вариант №2

1. Решить интегральное уравнение: $\int_0^x e^{2(x-t)}\phi(t)\mathrm{dt} = \sin x$.

2. Решить интегральное уравнение с помощью замены интеграла конечной суммой: $\phi(x) + \int_0^1 \mathrm{xe^{xt}}\phi(t)\mathrm{dt} = e^x$.

3.Методом последовательных приближений решить интегральное уравнение: $\phi(x) = \frac{5}{6}x + \frac{1}{2}\int_0^1 \mathrm{xt}\phi(t)\mathrm{dt}$.

Вариант №3

1. Решить интегральное уравнение: $\int_0^x (x-t)\phi(t)\mathrm{dt} = \sin x$.

2. Решить интегральное уравнение с помощью замены интеграла конечной суммой: $\phi(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{2} + \int_0^1 (1 - \mathrm{cosxt}^2)x\phi(t)\mathrm{dt}$.

3.Методом последовательных приближений решить интегральное уравнение: $\phi(x) = x - \int_0^x (x-t)\phi(t)\mathrm{dt}, \phi_0(x) \equiv 0$.

Вариант №3

1. Решить интегральное уравнение: $\int_0^x (x-t)\phi(t)\mathrm{dt} = x^2 + x - 1$.

2. Решить интегральное уравнение с помощью замены интеграла конечной суммой: $\phi(x) = x + \cos x + \int_0^1 x(\mathrm{sinxt} - 1)\phi(t)\mathrm{dt}$.

3.Методом последовательных приближений решить интегральное уравнение: $\phi(x) = 1 - \int_0^x (x-t)\phi(t)\mathrm{dt}, \phi_0(x) \equiv 0$.

Вариант №4

1. Решить интегральное уравнение: $\int_0^1 (3x-2)t\phi(t)\mathrm{dt} = x^3 + 3x - 1$.

2. Решить интегральное уравнение с помощью замены интеграла конечной суммой: $\phi(x) = e^x - x - \int_0^1 x(e^{\mathrm{xt}} - 1)\phi(t)\mathrm{dt}$.

3.Методом последовательных приближений решить интегральное уравнение: $\phi(x) = \frac{5}{6}x + \frac{1}{2}\int_0^1 \mathrm{xt}\phi(t)\mathrm{dt}$.

Критерии формирования оценок по контрольным работам:

7 баллов - ставится за работу, выполненную полностью без ошибок и недочетов; обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, решено 100% задач;

6 баллов – ставится за работу, выполненную полностью, но при наличии в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, допуская незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

5 баллов – ставится за работу, если студент правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач

менее *4 баллов* – ставится за работу, если число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50 % задач.

3.4. Оценочные материалы для компьютерного тестирования (контролируемые компетенции ПКС-4)

I: Интегральные уравнения Вольтерра

S: Уравнение

$\phi(x) = f(x) + \lambda \int_a^x K(x,t)\phi(t)\mathrm{dt}$,

где $f(x), K(x,t)$-известные функции, $\phi(x)$ - искомая функция, λ - числовой параметр, называется ....

+: линейным интегральным уравнением Вольтерра 2-го рода

-: линейным интегральным уравнением Вольтерра 1-го рода

-: линейным интегральным уравнением Фредгольма 2-го рода

-: линейным интегральным уравнением Фредгольма 1-го рода

I: Интегральные уравнения Вольтерра

S: Уравнение

$\phi(x) = \frac{1}{1+x^2} + \int_0^x \frac{t}{1+x^2}\phi(t)\mathrm{dt}$,

где $\phi(x)$- искомая функция, является .....

+: линейным интегральным уравнением Вольтерра 2-го рода

-: линейным интегральным уравнением Вольтерра 1-го рода

-: линейным интегральным уравнением Фредгольма 2-го рода

-: линейным интегральным уравнением Фредгольма 1-го рода

I: Интегральные уравнения Вольтерра

S: Уравнение

$\phi(x) = \frac{3x+2x^3}{3(1+x^2)^2} - \int_0^x \frac{3x+2x^3-t}{(1+x^2)^2}\phi(t)\mathrm{dt}$,

где $\phi(x)$ - искомая функция, является ....

+: линейным интегральным уравнением Вольтерра 2-го рода

-: линейным интегральным уравнением Вольтерра 1-го рода

-: линейным интегральным уравнением Фредгольма 2-го рода

-: линейным интегральным уравнением Фредгольма 1-го рода

I: Интегральные уравнения Фредгольма

S: Уравнение

$\phi(x) - \lambda \int_a^b K(x,t)\phi(t)\mathrm{dt} = f(x)$,

где $f(x), K(x,t)$ - известные функции, $\phi(x)$ - искомая функция, λ - числовой параметр, x и t - действительные переменные, изменяющиеся в интервале (a,b), называется ....

+: линейным интегральным уравнением Фредгольма 2-го рода

-: линейным интегральным уравнением Фредгольма 1-го рода
-: линейным интегральным уравнением Вольтерра 2-го рода
-: линейным интегральным уравнением Вольтерра 1-го рода

I: Интегральные уравнения Фредгольма
S: Уравнение
$$\int_a^b K(x,t)\phi(t)\mathrm{dt} = f(x)$$
где $f(x), K(x,t)$ - известные функции, $\phi(x)$ - искомая функция, λ - числовой параметр, x и t - действительные переменные, изменяющиеся в интервале (a,b), называется ....
+: линейным интегральным уравнением Фредгольма 1-го рода
-: линейным интегральным уравнением Фредгольма 2-го рода
-: линейным интегральным уравнением Вольтерра 2-го рода
-: линейным интегральным уравнением Вольтерра 1-го рода

I: -
S: Уравнение вида $\varphi(x) - \lambda\int_a^b k(x,t)\varphi(t)dt = f(x)$ называется
+: линейным интегральным уравнением Фредгольма второго рода.
-: однородным линейным интегральным уравнением
-: линейным интегральным уравнением Фредгольма первого рода.
-: уравнением Вольтера
I: -
S: Уравнение вида $\varphi(x) - \lambda\int_a^x k(x,t)\varphi(t)dt = f(x)$ называется
+: линейным интегральным уравнением Вольтера второго рода
-: однородным линейным интегральным уравнением
-: линейным интегральным уравнением Фредгольма первого рода.
-: линейным интегральным уравнением Фредгольма второго рода.
I: -
S: Ядро интегрального уравнения $\varphi(x) - \lambda\int_0^1 xt\varphi(t)dt = f(x)$ равно
+: $k(x,t) = xt$
-: $k(x,t) = 1$
-: $k(x,t) = \lambda$
-: не существует.
I: -
S: Резольвента интегрального уравнения $\varphi(x) - \lambda\int_0^1 xt\varphi(t)dt = f(x)$ имеет вид
+: $R(x,t;\lambda) = \frac{3xt}{3-\lambda}$
-: $R(x,t;\lambda) = xt$
-: $R(x,t;\lambda) = 1$
-: не существует

I: -

S:

Решение интегрального уравнения $\varphi(x)-\lambda\int_0^1 xt\varphi(t)dt=f(x)$ запишется в виде

+:

$$\varphi(x)=f(x)+\lambda\int_0^1\frac{3xt}{3-\lambda}f(t)dt$$

-:

$$\varphi(x)=f(x)+\lambda\int_0^1\frac{f(t)}{3-\lambda}f(t)dt$$

-:

$$\varphi(x)=\int_0^1\frac{3xt}{3-\lambda}f(t)dt$$

-:

$$\varphi(x)=f(x)+\lambda\int_0^1\frac{3xt}{3-\lambda}dt$$

I: -

S: Уравнение вида $\omega(x)\varphi(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\varphi(t)dt+f(x)$, называется

+: неоднородным

-: однородным

-: сингулярным

-: первого рода.

I: -

S:

Уравнение $\omega(x)\varphi(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\varphi(t)dt+f(x)$, если $\omega(x)$ нигде на (a,b) не обращается в нуль называется интегральным уравнением Фредгольма

+: второго рода

-: первого рода

-: однородным

-: линейным

I: -

S:

Уравнение $\omega(x)\varphi(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\varphi(t)dt+f(x)$, если f(x)=0 называется

+: однородным линейным интегральным уравнением

-: неоднородным

-: уравнением Вольтера

-: Кнезера.

I: -

S:

Уравнение $\lambda\int_a^b K(x,t)\varphi(t)dt=f(x)$ называется

+: линейным интегральным уравнением первого рода
-: линейным интегральным уравнением второго рода
-: линейным интегральным уравнением третьего рода
-: нелинейным

I: -

S: Теория интегральных уравнений первого и второго рода достаточно полно исследована и изложена в известных учебниках
+: Михлина
+: Гурса
+: Привалова
-: Некрасова.

I: -

S: Интегральные уравнения, в которых ядром служит неограниченная функция, хотя и интегрируемая, как известно, можно свести к эквивалентным интегральным уравнениям
+: с итерированным ограниченным ядром
-: логарифмическим
-: ядром Коши
-: вырожденным ядром

I: -

Ядро вида $\frac{G(x,y)}{|x-y|^{\alpha}}$, где $G(x,y)$-ограниченная функция, а показатель $\alpha<1$

S: называется
+: со слабой особенностью
-: ограниченным
-: вырожденным
-: логарифмической

I: -

S: Уравнение $\varphi(x)+\lambda\int_a^b K(x,t)\varphi(t)dt=f(x)$, если f(x)=0 называется
+: однородным линейным интегральным уравнением
-: неоднородным
-: уравнением Вольтера
-: Кнезера

I: -

S: Индекс Фредгольмова оператора равен
+: 0
-: $2\pi n$
-: 1
-: целому числу.

I: -

Ядро вида $\frac{H(x,y)}{|x-y|^{\alpha}}$, где $H(x,y)$-ограниченная функция, а показатель $0<\alpha<1$

S: называется
+: со слабой особенностью
-: ограниченным
-: вырожденным
-: логарифмической

I: -

S: Уравнение вида $\omega(x)\varphi(x) = \lambda\int_a^b K(x,t)\varphi(t)dt + f(x)$, где $\varphi(x)$ - искомая функция, f(t), K(x,t) известные функции, называется

+: интегральным

-: дифференциальным

-: разностным

-: однородным

I: -

S: Уравнение вида $\varphi(x) - \lambda\int_a^b k(x,t)\varphi(t)dt = f(x)$ называется

+: линейным интегральным уравнением Фредгольма второго рода

-: однородным линейным интегральным уравнением

-: линейным интегральным уравнением Фредгольма первого рода

-: уравнением Вольтера

I: -

S:

Уравнение вида $\varphi(x) - \lambda\int_a^x k(x,t)\varphi(t)dt = f(x)$ называется

+: линейным интегральным уравнением Вольтера второго рода

-: однородным линейным интегральным уравнением

-: линейным интегральным уравнением Фредгольма первого рода

-: линейным интегральным уравнением Фредгольма второго рода

I: -

Ядро интегрального уравнения $\varphi(x) - \lambda\int_0^1 xt\varphi(t)dt = f(x)$ равно

S:

+:

$k(x,t) = xt$

-:

$k(x,t) = 1$

-:

$k(x,t) = \lambda$

-: не существует

I: -

Резольвента интегрального уравнения $\varphi(x) - \lambda\int_0^1 xt\varphi(t)dt = f(x)$ имеет вид

S:

+:

$R(x,t;\lambda) = \dfrac{3xt}{3-\lambda}$

-:

$R(x,t;\lambda) = xt$

-:

$R(x,t;\lambda) = 1$

-: не существует

I: -

Решение интегрального уравнения $\varphi(x)-\lambda\int_0^1 xt\varphi(t)dt=f(x)$ запишется в

S: виде

+:

$$\varphi(x)=f(x)+\lambda\int_0^1\frac{3xt}{3-\lambda}f(t)dt$$

-:

$$\varphi(x)=f(x)+\lambda\int_0^1\frac{f(t)}{3-\lambda}f(t)dt$$

-:

$$\varphi(x)=\int_0^1\frac{3xt}{3-\lambda}f(t)dt$$

-:

$$\varphi(x)=f(x)+\lambda\int_0^1\frac{3xt}{3-\lambda}dt$$

I: -

S:

Уравнение вида $\omega(x)\varphi(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\varphi(t)dt+f(x)$, называется

+: неоднородным

-: однородным

-: сингулярным

-: первого рода

I: -

S:

Уравнение $\omega(x)\varphi(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\varphi(t)dt+f(x)$, если $\omega(x)$ нигде на (a,b) не обращается в нуль называется интегральным уравнением Фредгольма

+: второго рода

-: первого рода

-: однородным

-: линейным

I: -

S:

Уравнение $\omega(x)\varphi(x)=\lambda\int_a^b K(x,t)\varphi(t)dt+f(x)$, если f(x)=0 называется

+: однородным линейным интегральным уравнением

-: неоднородным

-: уравнением Вольтера

-: Кнезера

I: -

S:

Уравнение $\lambda\int_a^b K(x,t)\varphi(t)dt=f(x)$ называется

+: линейным интегральным уравнением первого рода

-: линейным интегральным уравнением третьего рода
-: нелинейным
-: линейным интегральным уравнением второго рода

I: -

S: Теория интегральных уравнений первого и второго рода достаточно полно исследована и изложена в известных учебниках
+: Михлина
+: Гурса
+: Привалова
-: Некрасова

I: -

S: Интегральные уравнения, в которых ядром служит неограниченная функция, хотя и интегрируемая, как известно, можно свести к эквивалентным интегральным уравнениям
+: с итерированным ограниченным ядром
-: логарифмическим
-: ядром Коши
-: вырожденным ядром

I: -

S:

Ядро вида $\frac{G(x,y)}{|x-y|^{\alpha}}$, где $G(x,y)$-ограниченная функция, а показатель $\alpha<1$ называется
+: со слабой особенностью
-: ограниченным
-: вырожденным
-: логарифмической

I: -

S:

Уравнение $\varphi(x)+\lambda\int_a^b K(x,t)\varphi(t)dt=f(x)$, если f(x)=0 называется
+: неоднородным
-: однородным линейным интегральным уравнением
-: уравнением Вольтера
-: Кнезера

I: -

S:

Ядро вида $\frac{H(x,y)}{|x-y|^{\alpha}}$, где $H(x,y)$-ограниченная функция, а показатель $0<\alpha<1$ называется
+: со слабой особенностью
-: ограниченным
-: вырожденным
-: логарифмической

I: -

S: Индекс Фредгольмова оператора равен
+: 0
-:

$2\pi n$

-: 1

-: целому числу

I: -

S:

Уравнение $K^0\varphi \equiv A(t_0)\varphi(t_0) + \frac{1}{\pi i}\int_L \frac{\varphi(t)dt}{t-t_0} = f(x)$ называется

+: характеристическим

-: сопряженным

-: фредгольмовым

-: Нетера

I: -

S:

Значение параметра λ, в интегральном уравнении Фредгольма, при котором однородное уравнение имеет нулевое решение, называется

+: характеристическим

-: регулярным

-: собственным

-: нулевым

I: -

S: Встречаются ли интегральные уравнения с неограниченными ядрами, из которых невозможно получить ограниченные с помощью конечного числа итераций

+: да

-: нет

-: не всегда

-: нет ответа

Критерии формирования оценок по тестовым заданиям:

По итогам выполнения тестовых заданий оценка производится по пятибалльной шкале. При правильных ответах на:

89-100% заданий – «5» (баллов);

70-88% заданий – «4» баллов);

50-69% заданий – «3» (балла);

30-49% заданий – «2» (балла);

10-29% заданий – «1» (балл);

менее 10% заданий – «0» (баллов).

3.5. Оценочные материалы для промежуточной аттестации

Полный перечень вопросов, выносимых на зачет (контролируемая компетенция ПКС-4):

1. Основные классы интегральных уравнений.
2. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям.
3. Интегральные уравнения Вольтерра. Основные понятия.
4. Связь между линейными дифференциальными уравнениями и интегральными уравнениями Вольтерра.
5. Резольвента интегрального уравнения Вольтерра. Решение интегрального уравнения с помощью резольвенты.
6. Эйлеровы интегралы.
7. Интегральное уравнение Абеля и его обобщения.
8. Уравнения Фредгольма. Основные понятия.
9. Метод определителей Фредгольма.

10. Итерированные ядра. Построение резольвенты с помощью итерированных ядер.
11. Интегральные уравнения с вырожденным ядром.
12. Характеристические числа и собственные функции.
13. Решение однородных интегральных уравнений с вырожденным ядром.
14. Неоднородные симметричные уравнения.
15. Альтернатива Фредгольма.
16. Краевые задачи, содержащие параметр, и сведение их к интегральным уравнениям.
17. Применение преобразования Фурье к решению некоторых интегральных уравнений.
18. Применение преобразования Лапласа к решению некоторых интегральных уравнений.
19. Применение преобразования Меллина к решению некоторых интегральных уравнений.
20. Интегральные уравнения Вольтерра 1-го рода.
21. Интегральные уравнения Вольтерра 1-го рода типа свертки.
22. Интегральные уравнения Фредгольма 1-го рода.
23. Замена ядра интегрального уравнения вырожденным ядром.
24. Замена интеграла конечной суммой.
25. Метод последовательных приближений для интегральных уравнений Вольтерра 2-го рода.
26. Метод последовательных приближений для интегральных уравнений Фредгольма 2-го рода.
27. Метод последовательных приближений для интегральных уравнений Фредгольма 1-го рода.
28. Метод Бубнова-Галеркина.
29. Приближенный метод Ритца отыскания характеристических чисел и собственных функций симметричных ядер.
30. Приближенный метод следов отыскания характеристических чисел и собственных функций симметричных ядер.
31. Приближенный метод Келлога отыскания характеристических чисел и собственных функций симметричных ядер.

Методические рекомендации по подготовке и процедуре осуществления контроля выполнения

Подготовка к промежуточной аттестации заключается в изучении и тщательной проработке обучающимся учебного материала дисциплины с учетом рекомендованного преподавателем учебно-методического обеспечения. Для обеспечения полноты ответа на вопросы и лучшего запоминания рекомендуется составлять план ответа на каждый вопрос.

Критерии формирования оценок по промежуточной аттестации. Уровень знаний определяется оценками *«зачтено»*, *«не зачтено»*.

1. Студент показывает полные и глубокие знания программного материала, логично и аргументировано отвечает на поставленный вопрос, а также дополнительные вопросы, показывает высокий уровень теоретических знаний.

2. Студент показывает глубокие знания программного материала, грамотно его излагает, достаточно полно отвечает на поставленный вопрос и дополнительные вопросы, умело формулирует выводы. В тоже время при ответе допускает несущественные погрешности.

3. Студент показывает достаточные, но не глубокие знания программного материала; при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. Для получения правильного ответа требуется уточняющие вопросы.

4. Оценка *«зачтено»* (61-70 баллов) - уровень знаний студента соответствует требованиям, установленным в п. п. 1-3.

5. Оценка *«не зачтено»* (36-60 баллов) - студент показывает недостаточные знания программного материала, не способен аргументированно и последовательно его излагать, допускается грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на поставленный вопрос или затрудняется с ответом.