

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет  
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ  
КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

СОГЛАСОВАНО

Руководитель образовательной  
программы *ИФ* М.С. Нирова  
«12» *апреля* 2023 г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ  
«ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»

(код и наименование дисциплины)

Программа специалитета  
01.05.01 Фундаментальная математика и механика  
(код и наименование программы специалитета)

Направленность (профиль)  
Фундаментальная математика  
(наименование направленности (профиля))

Квалификация (степень) выпускника  
специалист

Форма обучения  
(очная)

Нальчик 2023

Рабочая программа дисциплины «Интегральные уравнения» /сост. О.И. Бжеумихова – Нальчик: КБГУ, 2023. – 35 с.

Рабочая программа предназначена для студентов очной формы обучения по программе специалитета 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, профиль «Фундаментальная математика» на 9 семестре, 5 курса.

Рабочая программа составлена с учетом Федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по специальности 01.05.01 Фундаментальные математика и механика (уровень специалитета), утвержденного приказом Министерства науки и высшего образования Российской Федерации от 10.01.2018г. №16 (зарегистрировано в Минюсте РФ 6 февраля 2018г. № 49943).

## Содержание

1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля).....	3
2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО .....	3
3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля).....	3
4. Содержание и структура дисциплины (модуля).....	4
4.1. Содержание дисциплины (модуля) .....	4
4.2. Структура дисциплины .....	6
4.3. Лекционные занятия .....	6
4.4. Практические занятия.....	6
4.5. Самостоятельное изучение разделов дисциплины .....	7
5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации.....	8
6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности.....	20
7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины .....	21
7.1. Нормативно-законодательные акты.....	21
7.2. Основная литература .....	22
7.3. Дополнительная литература .....	22
7.4. Периодические издания.....	22
7.5. Интернет-ресурсы .....	23
7.6. Методические указания по проведению различных учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы.....	24
8. Материально-техническое обеспечение дисциплины.....	29
Лист изменений (дополнений) в рабочей программе дисциплины .....	32
Приложение 1 .....	33
Приложение 2 .....	34

## 1. Цель и задачи освоения дисциплины (модуля)

Целью преподавания дисциплины «Интегральные уравнения» является приобретение знаний и умений по классификации интегральных уравнений; освоение методов их решения и развитие способностей к самостоятельному использованию приобретенных знаний в своей профессиональной деятельности и формированию соответствующих компетенций.

Задачи дисциплины:

- усвоение студентами основного теоретического материала курса;
- выработка прочного навыка по решению интегральных уравнений;
- приобретение студентами знаний, позволяющих применять их в различных научных отраслях.

## 2. Место дисциплины в структуре ОПОП ВО

Дисциплина «Интегральные уравнения» относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» и принадлежит к части, формируемой участниками образовательных отношений основной образовательной программы по направлению подготовки специалитета 01.05.01 Фундаментальная математика и механика, профиля «Фундаментальная математика».

Дисциплина «Интегральные уравнения» излагается на базе математического анализа, алгебры, теории функций комплексного переменного, функционального анализа, теории дифференциальных уравнений. Получаемые знания лежат в основе математического образования, необходимы для понимания и освоения ряда математических наук и их приложений.

## 3. Требования к результатам освоения дисциплины (модуля)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование элементов следующих профессиональных компетенций (ПКС) в соответствии с ФГОС ВО и ОПОП ВО по данному направлению подготовки:

**ПКС-4-** Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках.

*Индикаторы достижения компетенции ПКС-4:*

**ПКС-4.1.** Способен решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики.

**ПКС-4.2.** Способен применять методы математического моделирования в естественных науках.

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

**знать** основной теоретический материал курса, позволяющий исследовать интегральные уравнения.

**уметь** применять полученные теоретические знания на практике и ориентироваться в материале учебных дисциплин, содержащих интегральные уравнения.

**владеть** методами доказательства разрешимости соответствующих задач.

**приобрести опыт** по самостоятельной работе с математическим аппаратом, представленным в научной литературе.

#### 4. Содержание и структура дисциплины (модуля)

##### 4.1. Содержание дисциплины (модуля)

№ п/п	Наименование раздела/темы	Содержание раздела	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Наименование оценочного средства
1	2	3	4	5
1	<i>Основные понятия и определения теории интегральных уравнений</i>	Основные классы интегральных уравнений. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям .	ПКС-4	ДЗ, К, РК, Т
2	<i>Интегральные уравнения Вольтерра</i>	Основные понятия. Связь между линейными дифференциальными уравнениями и интегральными уравнениями Вольтерра. Резольвента интегрального уравнения Вольтерра. Решение интегрального уравнения с помощью резольвенты. Эйлеровы интегралы. Интегральное уравнение Абеля и его обобщения.	ПКС-4	ДЗ, К, РК, Т
3	<i>Интегральные уравнения Фредгольма</i>	Уравнения Фредгольма. Основные понятия. Метод определителей Фредгольма. Итерированные ядра. Построение резольвенты с помощью итерированных ядер. Интегральные уравнения с вырожденным ядром. Характеристические числа и собственные функции. Решение однородных интегральных уравнений с вырожденным ядром. Неоднородные симметричные уравнения. Альтернатива Фредгольма. Краевые задачи, содержащие параметр, и сведение их к интегральным уравнениям.	ПКС-4	ДЗ, К, РК, Т
4	<i>Применение Интегральных преобразований к решению интегральных уравнений</i>	Применение преобразования Фурье к решению некоторых интегральных уравнений. Применение преобразования Лапласа к решению некоторых интегральных уравнений. Применение преобразования Меллина к решению некоторых интегральных уравнений.	ПКС-4	ДЗ, К, РК, Т
5	<i>Интегральные уравнения 1-го рода</i>	Интегральные уравнения Вольтерра 1-го рода. Интегральные уравнения Вольтерра 1-го рода типа свертки. Интегральные уравнения Фредгольма 1-	ПКС-4	ДЗ, К, РК, Т

		го рода.		
6	<i>Приближенные методы решения интегральных уравнений</i>	Замена ядра интегрального уравнения вырожденным ядром. Замена интеграла конечной суммой. Метод последовательных приближений. Метод Бубнова-Галеркина. Приближенные методы отыскания характеристических чисел и собственных функций симметричных ядер.	ПКС-4	ДЗ, К, РК, Т

В графе 5 приводятся планируемые формы текущего контроля: защита лабораторной работы (ЛР), выполнение курсового проекта (КП), контрольной работы (КР), расчетно-графического задания (РГЗ), домашнего задания (ДЗ) написание реферата (Р), эссе (Э), коллоквиум (К), рубежный контроль (РК), тестирование (Т) и т.д.

#### 4.2. Структура дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы (108 часов).

Вид работы	Трудоемкость, часы	
	9 семестр	Всего
<b>Общая трудоемкость (в часах)</b>	<b>108</b>	<b>108</b>
<b>Контактная работа (в часах):</b>	<b>72</b>	<b>72</b>
<i>Лекции (Л)</i>	36	36
<i>Практические занятия (ПЗ)</i>	36	36
<b>Самостоятельная работа (в часах), в том числе контактная работа:</b>	<b>36</b>	<b>36</b>
<i>Самостоятельное изучение разделов</i>	21	21
<i>Контрольная работа (КР)</i>	6	6
Подготовка и прохождение промежуточной аттестации	9	9
<b>Вид промежуточной аттестации</b>	<b>зачет</b>	<b>зачет</b>

#### 4.3. Лекционные занятия

№ п/п	Тема
1	<i>Основные понятия и определения теории интегральных уравнений. Цель и задачи изучения темы – ознакомить студентов с основными понятиями, связанными основными классами интегральных уравнений и задачам, приводящим к интегральным уравнениям.</i>
2	<i>Интегральные уравнения Вольтерра. Цель и задачи изучения темы – Изучить уравнения Фредгольма. Основные понятия. Метод определителей Фредгольма. Итерированные ядра. Построение резольвенты с помощью итерированных ядер. Интегральные уравнения с вырожденным ядром. Характеристические числа и собственные функции. Решение однородных интегральных уравнений с вырожденным ядром. Неоднородные симметричные уравнения. Альтернатива Фредгольма. Краевые задачи, содержащие параметр, и сведение их к интегральным уравнениям.</i>

3	<i>Интегральные уравнения Фредгольма. Цель и задачи изучения темы – изучить уравнения Фредгольма. Основные понятия. Метод определителей Фредгольма. Итерированные ядра. Построение резольвенты с помощью итерированных ядер. Интегральные уравнения с вырожденным ядром. Характеристические числа и собственные функции. Решение однородных интегральных уравнений с вырожденным ядром. Неоднородные симметричные уравнения. Альтернатива Фредгольма. Краевые задачи, содержащие параметр, и сведение их к интегральным уравнениям.</i>
4	<i>Применение Интегральных преобразований к решению интегральных уравнений. Цель и задачи изучения темы - применение преобразования Фурье к решению некоторых интегральных уравнений. Применение преобразования Лапласа к решению некоторых интегральных уравнений. Применение преобразования Меллина к решению некоторых интегральных уравнений.</i>
5	<i>Интегральные уравнения 1-го рода – изучить методы решения систем ДУ с ОА. Ознакомить студентов с теоремой существования и единственности решений начальной задачи для нелинейных систем, прямым методом Ляпунова для исследования устойчивости систем.</i>
6	<i>Приближенные методы решения интегральных уравнений. Цель и задачи изучения темы – замена ядра интегрального уравнения вырожденным ядром. Замена интеграла конечной суммой. Метод последовательных приближений. Метод Бубнова-Галеркина. Приближенные методы отыскания характеристических чисел и собственных функций симметричных ядер.</i>

#### 4.4. Практические занятия

№ п/п	Тема
1	Связь между линейными дифференциальными уравнениями и интегральными уравнениями Вольтерра.
2	Резольвента интегрального уравнения Вольтерра. Решение интегрального уравнения с помощью резольвенты.
3	Эйлеровы интегралы. Интегральное уравнение Абеля и его обобщения.
4	Уравнения Фредгольма. Основные понятия. Метод определителей Фредгольма.
5	Итерированные ядра. Построение резольвенты с помощью итерированных ядер. Интегральные уравнения с вырожденным ядром. Характеристические числа и собственные функции. Решение однородных интегральных уравнений с вырожденным ядром.
6	Неоднородные симметричные уравнения. Альтернатива Фредгольма. Краевые задачи, содержащие параметр, и сведение их к интегральным уравнениям
7	Применение преобразования Фурье к решению некоторых интегральных уравнений.
8	Применение преобразования Лапласа к решению некоторых интегральных уравнений.
9	Применение преобразования Меллина к решению некоторых интегральных уравнений.
10	Интегральные уравнения Вольтерра 1-го рода. Интегральные уравнения Вольтерра 1-го рода типа свертки.
11	Интегральные уравнения Фредгольма 1-го рода.
12	Замена ядра интегрального уравнения вырожденным ядром.
13	Замена интеграла конечной суммой. Метод последовательных приближений.
14	Метод Бубнова-Галеркина.

15	Приближенные методы отыскания характеристических чисел и собственных функций симметричных ядер.
----	---

#### **4.5. Самостоятельное изучение разделов дисциплины**

№ п/п	Вопросы, выносимые на самостоятельное изучение
1	Эйлеровы интегралы.
2	Построение функции Грина для обыкновенных дифференциальных уравнений
3	Применение функции Грина для решения краевых задач
4	Преобразования Лапласа.
5	Преобразование Меллина.
6	Приближенные методы отыскания характеристических чисел и собственных функций симметричных ядер

#### **5. Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации**

Конечными результатами освоения программы дисциплины являются сформированные когнитивные дескрипторы «знать», «уметь», «владеть», расписанные по отдельным компетенциям. Формирование этих дескрипторов происходит в течение всего семестра по этапам в рамках различного вида занятий и самостоятельной работы.

В ходе изучения дисциплины предусматриваются текущий, рубежный контроль и промежуточная аттестация.

**5.1. Оценочные материалы для текущего контроля.** Цель текущего контроля – оценка результатов работы в семестре и обеспечение своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы обучающегося. Объектом текущего контроля являются конкретизированные результаты обучения (учебные достижения) по дисциплине.

*Текущий контроль* успеваемости обеспечивает оценивание хода освоения дисциплины «Интегральные уравнения» и включает: ответы на теоретические вопросы на практическом занятии, решение практических задач и выполнение заданий на практическом занятии. Оценка качества подготовки на основании выполненных заданий ведется преподавателем (с обсуждением результатов), баллы начисляются в зависимости от сложности задания.

##### **5.1.1. Вопросы по темам дисциплины «Интегральные уравнения» (контролируемые компетенции ПКС-4)**

Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Интегральные уравнения». Развёрнутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять определения.

Устные опросы проводятся во время практических занятий, а также в качестве дополнительного испытания при недостаточности результатов тестирования и решения задач. Вопросы опроса не должны выходить за рамки, объявленной для данного занятия темы. Устные опросы необходимо строить так, чтобы вовлечь в тему обсуждения максимальное количество обучающихся в группе, проводить параллели с уже пройденным учебным материалом данной



дисциплины, находить удачные примеры из современной действительности, что увеличивает эффективность усвоения материала.

Основные вопросы для устного опроса доводятся до сведения студентов на предыдущем практическом занятии. При оценке опросов анализу подлежит точность формулировок, связность изложения материала, обоснованность суждений.

***Вопросы по темам дисциплины «Интегральные уравнения» (контролируемые компетенции ПКС-4):***

*Тема 1. Основные понятия и определения теории интегральных уравнений*

1. Основные классы интегральных уравнений.
2. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям.

*Тема 2. Интегральные уравнения Вольтерра*

1. Основные понятия.
2. Связь между линейными дифференциальными уравнениями и интегральными уравнениями Вольтерра.
3. Резольвента интегрального уравнения Вольтерра. Решение интегрального уравнения с помощью резольвенты.
4. Эйлеровы интегралы.
5. Интегральное уравнение Абеля и его обобщения.

*Тема 3. Интегральные уравнения Фредгольма*

1. Уравнения Фредгольма. Основные понятия.
2. Метод определителей Фредгольма.
3. Итерированные ядра. Построение резольвенты с помощью итерированных ядер.
4. Интегральные уравнения с вырожденным ядром.
5. Характеристические числа и собственные функции.
6. Решение однородных интегральных уравнений с вырожденным ядром.
7. Неоднородные симметричные уравнения.
8. Альтернатива Фредгольма.
9. Краевые задачи, содержащие параметр, и сведение их к интегральным уравнениям.

*Тема 4. Применение интегральных преобразований к решению интегральных уравнений*

1. Применение преобразования Фурье к решению некоторых интегральных уравнений.
2. Применение преобразования Лапласа к решению некоторых интегральных уравнений.
3. Применение преобразования Меллина к решению некоторых интегральных уравнений.

*Тема 5. Интегральные уравнения 1-го рода*

1. Интегральные уравнения Вольтерра 1-го рода.
2. Интегральные уравнения Вольтерра 1-го рода типа свертки.
3. Интегральные уравнения Фредгольма 1-го рода.

*Тема 6. Приближенные методы решения интегральных уравнений*

1. Замена ядра интегрального уравнения вырожденным ядром.
2. Замена интеграла конечной суммой.
3. Метод последовательных приближений.

4. Метод Бубнова-Галеркина.

5. Приближенные методы отыскания характеристических чисел и собственных функций симметричных ядер.

***Критерии формирования оценок (оценивания) устного опроса.***

В результате устного опроса знания, обучающегося оцениваются по следующей шкале:

**4 балла**, ставится, если обучающийся:

1) полно излагает изученный материал, даёт правильное определенное экономических понятий;

2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные;

3) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

**3 балла**, ставится, если обучающийся даёт ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для балла «1», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1-2 недочёта в последовательности и языковом оформлении излагаемого.

**2-1 балл**, ставится, если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но:

1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий;

2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;

3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

**0 баллов**, ставится, если обучающийся обнаруживает незнание большей части соответствующего раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке.

Баллы могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за рассредоточенный во времени, т.е. за сумму ответов, данных студентом на протяжении занятия.

**5.1.2. Оценочные материалы для самостоятельной работы обучающегося ( типовые задачи)  
(контролируемые компетенции ПКС-4)**

Перечень типовых задач для самостоятельной работы сформирован в соответствии с тематикой практических занятий по дисциплине «Интегральные уравнения».

*Тема 1. Основные понятия и определения теории интегральных уравнений*

1. Основные классы интегральных уравнений.

2. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям.

*Методические рекомендации по решению задач*

При решении задач необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Основные понятия и определения теории интегральных уравнений». Основная цель сформировать навыки решения задач по теории интегральных уравнений.

*Тема 2. Интегральные уравнения Вольтерра*

1. Проверить, что данные функции являются решениями соответствующих интегральных уравнений:

$$1. \varphi(x) = \frac{x}{(1+x^2)^{5/2}}; \varphi(x) = \frac{3x+2x^3}{3(1+x^2)^2} - \int_0^x \frac{3x+2x^3-t}{(1+x^2)^2} \varphi(t) dt.$$

$$2. \varphi(x) = e^x (\cos e^x - e^x \sin e^x); \varphi(x) = (1 - xe^{2x}) \cos 1 - e^{2x} \sin 1 + \int_0^x [1 - (x-t)e^{2x}] \varphi(t) dt.$$

2. Составить интегральные уравнения, соответствующие следующим дифференциальным уравнениям с заданными начальными условиями:

$$1. y'' + y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

$$2. y' - y = 0, \quad y(0) = 1.$$

$$3. y'' + y = \cos x, \quad y(0) = y'(0) = 0.$$

$$4. y'' - 5y' + 6y = 0, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 1.$$

3. Методом дифференцирования решить следующие интегральные уравнения:

$$1. \varphi(x) = x - \int_0^x e^{x-t} \varphi(t) dt.$$

$$2. \int_0^x e^{x+t} \varphi(t) dt = x.$$

$$3. \int_0^x e^{x-t} \varphi(t) dt = x.$$

$$4. \varphi(x) = 2 \int_0^x \frac{2t+1}{(2x+1)^2} \varphi(t) dt + 1.$$

5. Найти резольвенты для интегральных уравнений Вольтерра со следующими ядрами:

$$1. K(x, t) = x - t.$$

$$2. K(x, t) = e^{x-t}.$$

$$3. K(x, t) = \frac{1+x^2}{1+t^2}.$$

$$4. K(x, t) = \frac{2 + \cos x}{2 + \cos t}.$$

6. Найти с помощью резольвент решения следующих интегральных уравнений:

$$1. \varphi(x) = e^x + \int_0^x e^{x-t} \varphi(t) dt.$$

$$2. \varphi(x) = x3^x + \int_0^x 3^{x-t} \varphi(t) dt.$$

$$3. \varphi(x) = \sin x + 2 \int_0^x e^{x-t} \varphi(t) dt.$$

$$4. \varphi(x) = 1 - 2x - \int_0^x e^{x^2-t^2} \varphi(t) dt.$$

7. Решить следующие интегральные уравнения:

$$1. \int_0^x (x-t)^{1/3} \varphi(t) dt = x^{4/3} - x^2 /$$

$$2. \int_0^x (x-t)^{1/2} \varphi(t) dt = \pi x$$

$$3. \int_0^x (x-t)^{1/4} \varphi(t) dt = x + x^2$$

$$4. \int_0^x (x-t)^2 \varphi(t) dt = x^3$$

### Методические рекомендации по решению задач

При решении задач необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Интегральные уравнения Вольтерра». Основная цель сформировать навыки решения интегральных уравнений Вольтерра.

### Тема 3. Интегральные уравнения Фредгольма

1. Проверить, какие из данных функций являются решениями указанных интегральных уравнений:

$$1. \varphi(x) = 1, \quad \varphi(x) + \int_0^1 x(e^{xt} - 1)\varphi(t) dt = e^x - x.$$

$$2. \varphi(x) = 2e^x \left( x - \frac{1}{3} \right), \quad \varphi(x) + 2 \int_0^1 e^{x-t} \varphi(t) dt = 2xe^x.$$

$$3. \varphi(x) = 1 - \frac{2 \sin x}{1 - \frac{\pi}{2}}, \quad \varphi(x) - \int_0^{\pi} \cos(x+t) \varphi(t) dt = 1.$$

$$4. \varphi(x) = \cos x, \quad \varphi(x) - \int_0^{\pi} (x^2 + t) \cos t \varphi(t) dt = \sin x.$$

2. Пользуясь определителями Фредгольма, найти резольвенты следующих ядер;

$$1. K(x, t) = 2x - t; \quad 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq 1.$$

$$2. K(x, t) = x^2 t - xt^2; \quad 0 \leq x \leq 1, 0 \leq t \leq 1.$$

$$3. K(x, t) = \sin x \cos t; \quad 0 \leq x \leq 2\pi, 0 \leq t \leq 2\pi.$$

$$4. K(x, t) = \sin x - \sin t; \quad 0 \leq x \leq 2\pi, 0 \leq t \leq 2\pi.$$

3. С помощью резольвенты решить следующие интегральные уравнения:

$$1. \varphi(x) - \lambda \int_0^{2\pi} \sin(x+t) \varphi(t) dt = 1.$$

$$2. \varphi(x) - \lambda \int_0^{2\pi} (2x-t) \varphi(t) dt = \frac{x}{6}.$$

$$3. \varphi(x) + \int_0^1 e^{x-t} \varphi(t) dt = e^x.$$

$$4. \varphi(x) - \int_0^{2\pi} \sin x \cos t \varphi(t) dt = \cos 2x.$$

4. Найти итерированные ядра указанных ниже ядер при заданных  $a$  и  $b$ .

$$1. K(x, t) = x - t; \quad a = -1, b = 1.$$

2.  $K(x, t) = \sin(x - t); \quad a = 0, b = \frac{\pi}{2} \quad (n = 2, 3).$

5. Построить резольвенты для следующих ядер:

1.  $K(x, t) = e^{x+t}; \quad a = 0, b = 1.$

2.  $K(x, t) = \sin x \cos t; \quad a = 0, b = \frac{\pi}{2}.$

3.  $K(x, t) = xe^t; \quad a = -1, b = 1.$

6. Решить следующие интегральные уравнения с вырожденными ядрами:

1.  $\varphi(x) - 4 \int_0^{\pi/2} \sin^2 x \varphi(t) dt = 2x - \pi.$

2.  $\varphi(x) - \lambda \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \operatorname{tg} t \varphi(t) dt = \operatorname{ctg} x.$

3.  $\varphi(x) - \int_{-1}^1 e^{\arcsin x} \varphi(t) dt = \operatorname{tg} x.$

7. Найти характеристические числа и собственные функции для следующих однородных интегральных уравнений с вырожденным ядром:

1.  $\varphi(x) - \int_0^{\pi/4} \sin^2 x \varphi(t) dt = 0.$

2.  $\varphi(x) - \lambda \int_0^{2\pi} \sin x \cos t \varphi(t) dt = 0.$

3.  $\varphi(x) - \lambda \int_0^{2\pi} \sin x \sin t \varphi(t) dt = 0.$

4.  $\varphi(x) - \lambda \int_0^{\pi/2} \cos(x + t) \varphi(t) dt = 0.$

8. Найти характеристические числа и собственные функции однородных интегральных уравнений с симметричными ядрами, если эти ядра имеют следующий вид:

1.  $K(x, t) = 1 + xt + x^2 t^2, \quad -1 \leq x, \quad t \leq 1.$

2.  $K(x, t) = \begin{cases} x(t-1), & 0 \leq x \leq t, \\ t(x-1), & t \leq x \leq 1. \end{cases}$

3.  $K(x, t) = \begin{cases} t(x+1), & 0 \leq x \leq t, \\ x(t+1), & t \leq x \leq 1. \end{cases}$

9. Найти собственные функции интегральных уравнений, резольвенты которых определяются следующими формулами:

1.  $R(x, t; \lambda) = \frac{3 - \lambda + 3(1 - \lambda)(2x - 1)(2t - 1)}{\lambda^2 - 4\lambda + 3}.$

2.  $R(x, t; \lambda) = \frac{(15 - 6\lambda)xt + (15 - 10\lambda)x^2 t^2}{4\lambda^2 - 16\lambda + 15}.$

10. Решить следующие однородные интегральные уравнения:

1.  $\varphi(x) - \lambda \int_0^{\pi} \cos(x + t) \varphi(t) dt = 0.$

$$2. \varphi(x) - \lambda \int_0^1 \arccos x \varphi(t) dt = 0.$$

$$3. \varphi(x) - \frac{1}{4} \int_{-2}^2 |x| \varphi(t) dt = 0.$$

$$4. \varphi(x) + 6 \int_0^1 (x^2 - 2xt) \varphi(t) dt = 0.$$

11. Решить следующие неоднородные интегральные симметричные уравнения:

$$1. \varphi(x) - \frac{\pi^2}{4} \int_0^1 K(x, t) \varphi(t) dt = \frac{x}{2}, \quad K(x, t) = \begin{cases} \frac{x(2-t)}{2}, & 0 \leq x \leq t, \\ \frac{t(2-x)}{2}, & t \leq x \leq 1. \end{cases}$$

$$2. \varphi(x) + \int_0^1 K(x, t) \varphi(t) dt = xe^x, \quad K(x, t) = \begin{cases} \frac{\operatorname{sh} x \operatorname{sh}(t-1)}{\operatorname{sh} 1}, & 0 \leq x \leq t, \\ \frac{\operatorname{sh} t \operatorname{sh}(x-1)}{\operatorname{sh} 1}, & t \leq x \leq 1. \end{cases}$$

12. Исследовать на разрешимость при различных значениях параметра  $\lambda$  следующие интегральные уравнения:

$$1. \varphi(x) - \lambda \int_0^{\pi} \cos^2 x \varphi(t) dt = 1.$$

$$2. \varphi(x) - \lambda \int_{-1}^1 xe^t \varphi(t) dt = x.$$

$$3. \varphi(x) - \lambda \int_0^{2\pi} |x - \pi| \varphi(t) dt = x.$$

$$4. \varphi(x) - \lambda \int_0^1 (2xt - 4x^2) \varphi(t) dt = 1 - 2x.$$

13. Свести к интегральным уравнениям следующие краевые задачи:

$$1. y'' = \lambda y + x^2; \quad y(0) = y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

$$2. y'' = \lambda y + e^x; \quad y(0) = y(1) = 0.$$

$$3. y'' + \lambda y = 2x + 1; \quad y(0) = y'(1), \quad y'(0) = y(1).$$

$$4. y^{(4)} = \lambda y + 1; \quad y(0) = y'(0) = 0, \quad y''(0) = y'''(1) = 0.$$

*Методические рекомендации по решению задач*

При решении задач необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Интегральные уравнения Фредгольма». Основная цель сформировать навыки решения интегральных уравнений Фредгольма.

*Тема 4. Применение интегральных преобразований к решению интегральных уравнений*

1. Решить следующие интегральные уравнения:

$$\varphi(x) = f(x) + \lambda \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-|x-t|} \varphi(t) dt \quad (\lambda < 1/2), \quad \text{где } f(x) = \begin{cases} e^{-x}, & x > 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

2. Решить следующие интегральные уравнения:

$$1. \int_0^{+\infty} \varphi(t) \cos xt dt = \frac{1}{1+x^2} \quad (x > 0).$$

$$2. \int_0^{+\infty} \varphi(t) \sin xt dt = f(x), \text{ где } f(x) = \begin{cases} \frac{\pi}{2} \sin x, & 0 \leq x \leq \pi, \\ 0, & x > \pi. \end{cases}$$

$$3. \int_0^{+\infty} \varphi(t) \cos xt dt = f(x), \text{ где } f(x) = \begin{cases} \cos x, & 0 \leq x \leq \pi, \\ 0, & x > \pi. \end{cases}$$

3. Решить следующие интегральные уравнения:

$$1. \varphi(x) = e^x - \int_0^x e^{x-t} \varphi(t) dt.$$

$$2. \varphi(x) = x - \int_0^x e^{x-t} \varphi(t) dt.$$

$$3. \varphi(x) = e^{2x} - \int_0^x e^{t-x} \varphi(t) dt.$$

$$4. \varphi(x) = x - \int_0^x (x-t) \varphi(t) dt.$$

4. Решить следующие системы интегральных уравнений:

$$1. \begin{cases} \varphi_1(x) = \sin x + \int_0^x \varphi_2(t) dt, \\ \varphi_2(x) = 1 - \cos x - \int_0^x \varphi_1(t) dt. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \varphi_1(x) = e^{2x} + \int_0^x \varphi_2(t) dt, \\ \varphi_2(x) = 1 - \int_0^x e^{2(x-t)} \varphi_1(t) dt. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} \varphi_1(x) = e^x + \int_0^x \varphi_1(t) dt - \int_0^x e^{x-t} \varphi_2(t) dt, \\ \varphi_2(x) = -x - \int_0^x (x-t) \varphi_1(t) dt + \int_0^x \varphi_2(t) dt. \end{cases}$$

5. Решить следующие интегро-дифференциальные интегральных уравнений:

$$1. \varphi''(x) + \int_0^x e^{2(x-t)} \varphi'(t) dt = e^{2x}; \quad \varphi(0) = 0, \varphi'(0) = 1.$$

$$2. \varphi'(x) - \varphi(x) + \int_0^x (x-t) \varphi'(t) dt - \int_0^x \varphi(t) dt = x; \quad \varphi(0) = -1.$$

$$3. \varphi''(x) + 2\varphi'(x) - 2 \int_0^x \sin(x-t) \varphi'(t) dt = \cos x; \quad \varphi(0) = \varphi'(0) = 0.$$

6. Решить интегральные уравнения:

$$1. \varphi(x) = e^{-x} + \int_0^{\infty} \varphi(t) dt.$$

$$2. \varphi(x) = e^{-x} + \int_x^{\infty} e^{x-t} \varphi(t) dt.$$

$$3. \varphi(x) = \cos x + \int_x^{\infty} e^{x-t} \varphi(t) dt.$$

$$4. \frac{1}{\sqrt{\pi x}} \int_0^{\infty} e^{-t^2/(4x)} \varphi(t) dt = e^{-x}.$$

$$6. \varphi(x) = e^x + \lambda \int_0^{\infty} \sqrt{\frac{x}{t}} J_1(2\sqrt{xt}) \varphi(t) dt.$$

$$7. \varphi(x) = \frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\infty} \varphi(t) \cos xt dt.$$

*Методические рекомендации по решению задач*

При решении задач необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Применение Интегральных преобразований к решению интегральных уравнений». Основная цель сформировать навыки решения интегральных уравнений при помощи интегральных преобразований.

*Тема 5. Интегральные уравнения 1-го рода*

1. Решить следующие интегральные уравнения 1-го рода, предварительно сведя их к интегральным уравнениям 2-го рода:

$$1. \int_0^x e^{x-t} \varphi(t) dt = \sin x.$$

$$2. \int_0^x 3^{x-t} \varphi(t) dt = x.$$

$$3. \int_0^x (1-x^2+t^2) \varphi(t) dt = \frac{x^2}{2}.$$

$$4. \int_0^x (2+x^2-t^2) \varphi(t) dt = x^2.$$

2. Решить интегральные уравнения:

$$1. \int_0^x \cos(x-t) \varphi(t) dt = \sin x.$$

$$2. \int_0^x e^{x-t} \varphi(t) dt = \operatorname{sh} x.$$

$$3. \int_0^x (x-t)^{1/2} \varphi(t) dt = x^{5/2}.$$

$$4. \int_0^x e^{2(x-t)} \varphi(t) dt = \sin x.$$

$$5. \int_0^x (x-t) \varphi(t) dt = x^2 + x - 1.$$

$$6. \int_0^x (x-t) \varphi(t) dt = \sin x.$$

3. Выяснить, какие из данных интегральных уравнений разрешимы:

$$1. \int_0^1 (3x-2)t \varphi(t) dt = x^3 + 3x - 1.$$

$$2. \int_0^{2\pi} \cos(x+t) \varphi(t) dt = \pi \cos x.$$

4. Методом производящих функций решить уравнения:



$$1. \int_{-1}^1 \frac{\varphi(t) dt}{\sqrt{1+x^2-2xt}} = 2x^3 - 2x.$$

$$2. \int_{-1}^1 \frac{\varphi(t) dt}{\sqrt{1+x^2-2xt}} = \frac{1}{1-x}.$$

5. Решить следующие интегральные уравнения:

$$1. 1+x = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \varphi(x \sin \theta) d\theta.$$

$$2. 3x^2 + 2x^3 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/2} \varphi(x \cos \theta) d\theta.$$

$$3. 1+x^2 = \frac{2}{\pi} \int_0^{\pi/6} \varphi(x \sin 3\theta) d\theta.$$

*Методические рекомендации по решению задач*

При решении задач необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Интегральные уравнения 1-го рода». Основная цель сформировать навыки решения интегральных уравнений Вольтерра и Фредгольма 1-го рода.

*Тема 6. Приближенные методы решения интегральных уравнений*

1. Найти решения интегральных уравнений с помощью замены ядра вырожденным и дать оценку погрешности решения:

$$1. \varphi(x) = e^x - x - \int_0^1 x(e^{xt} - 1)\varphi(t) dt.$$

$$2. \varphi(x) = x + \cos x + \int_0^1 x(\sin xt - 1)\varphi(t) dt.$$

$$3. \varphi(x) = \frac{1}{2}(e^{-x} + 3x - 1) + \int_0^1 (e^{-xt^2} - 1)x\varphi(t) dt.$$

$$4. \varphi(x) = \frac{x}{2} + \frac{1}{2} + \int_0^1 (1 - \cos xt^2)x\varphi(t) dt.$$

2. Решить следующие интегральные уравнения с помощью замены интеграла конечной суммой:

$$1. \varphi(x) + \int_0^1 xe^{xt}\varphi(t) dt = e^x.$$

$$2. \varphi(x) - \int_0^1 \frac{x+t}{1+x+t}\varphi(t) dt = \ln \frac{2+x}{1+x}.$$

3. Методом последовательных приближений решить следующие интегральные уравнения:

$$1. \varphi(x) = x - \int_0^x (x-t)\varphi(t) dt, \quad \varphi_0(x) \equiv 0.$$

$$2. \varphi(x) = 1 - \int_0^x (x-t)\varphi(t)dt, \quad \varphi_0(x) \equiv 0.$$

$$3. \varphi(x) = 1 + \int_0^x (x-t)\varphi(t)dt, \quad \varphi_0(x) \equiv 1.$$

$$4. \varphi(x) = x + 4 \int_0^1 x^2 t^2 \varphi(t)dt.$$

$$5. \varphi(x) = \frac{5}{6}x + \frac{1}{2} \int_0^1 xt \varphi(t)dt.$$

$$6. \int_0^\pi K(x,t)\varphi(t)dt = \frac{1}{2} \sin 2x$$

4. Методом Бундова-Галёркина решить следующие интегральные уравнения:

$$1. \varphi(x) = 1 + \int_{-1}^1 (xt - x^2)\varphi(t)dt.$$

$$2. \varphi(x) = 1 + \frac{4}{3}x + \int_{-1}^1 (xt^2 - x)\varphi(t)dt.$$

5. По методу Ритца найти наименьшие характеристические числа ядер ( $a=0, b=1$ ):

$$1. K(x,t) = x^2 t^2.$$

$$2. K(x,t) = \begin{cases} t, & x \geq t, \\ x, & x \leq t. \end{cases}$$

6. По методу Келлога найти наименьшие характеристические числа следующих ядер:

$$1. K(x,t) = xt, \quad 0 \leq x, t \leq 1.$$

$$2. K(x,t) = \sin x \sin t, \quad -\pi \leq x, t \leq \pi.$$

*Методические рекомендации по решению задач*

При выполнении заданий необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Приближенные методы решения интегральных уравнений». Основная цель исследования приближенных методов решения интегральных уравнений.

**Критерии формирования оценок по заданиям для самостоятельной работы студента (типовые задачи):**

«отлично» (4 балла) - обучающийся показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно, логично его излагает, структурировал и детализировал информацию, избегая простого повторения информации из текста, информация представлена в переработанном виде. Свободно использует необходимые формулы при решении задач;

«хорошо» (3 балла) - обучающийся твердо знает материал, грамотно его излагает, не допускает существенных неточностей в процессе решения задач;

«удовлетворительно» (2 балла) - обучающийся имеет знания основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил его деталей, допускает отдельные неточности при решении задач;

«неудовлетворительно» (менее 1 балла) – обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

## 5.2. Оценочные материалы для рубежного контроля

*Рубежный контроль* осуществляется по более или менее самостоятельным разделам – учебным модулям курса и проводится по окончании изучения материала модуля в заранее установленное время. Рубежный контроль проводится с целью определения качества усвоения материала учебного модуля в целом. В течение семестра проводится **три таких контрольных мероприятия по графику**.

В качестве форм рубежного контроля можно использовать тестирование (письменное или компьютерное), проведение коллоквиума или контрольных работ. Выполняемые работы должны храниться на кафедре в течении учебного года и по требованию предоставляться в Управление контроля качества. На рубежные контрольные мероприятия рекомендуется выносить весь программный материал (все разделы) по дисциплине.

**5.2.1. Оценочные материалы для контрольной работы (контролируемые компетенции ПКС-4).** *Контрольная работа* – письменная работа небольшого объема, предполагающая проверку знаний заданного к изучению материала и навыков его практического применения. Проводится три раза в течение изучения дисциплины (семестр) в часы аудиторной работы. Не менее чем за 1 неделю до контрольной работы, преподаватель должен определить студентам исходные данные для подготовки: назвать разделы (темы, вопросы), по которым будут контрольные задания, теоретические источники (с точным указанием разделов, тем, статей) для подготовки.

Контрольные работы могут состоять из одного или нескольких заданий практического содержания. При выполнении контрольной работы пользоваться конспектами лекций, учебниками, задачками не разрешено. Длительность решения контрольных заданий составляет не более 90 минут.

### **Образцы контрольных заданий**

#### **Рейтинговая контрольная точка № 1**

1. Методом дифференцирования решить интегральное уравнение:  $\varphi(x) = x - \int_0^x e^{x-t} \varphi(t) dt$ .

2. Найти с помощью резольвенты решение интегрального уравнения:

$$\varphi(x) = e^x + \int_0^x e^{x-t} \varphi(t) dt.$$

3. Найти характеристические числа и собственные функции для однородного

интегрального уравнения с вырожденным ядром:  $\varphi(x) - \int_0^{\pi/4} \sin^2 x \varphi(t) dt = 0$ .

#### **Рейтинговая контрольная точка № 2**

1. Решить следующие интегральные уравнения:

$$1) \int_0^{+\infty} \varphi(t) \cos xt dt = \frac{1}{1+x^2} \quad (x > 0).$$

$$2) \varphi(x) = e^x - \int_0^x e^{x-t} \varphi(t) dt.$$

2. Решить следующую систему интегральных уравнений:

$$\begin{cases} \varphi_1(x) = \sin x + \int_0^x \varphi_2(t) dt, \\ \varphi_2(x) = 1 - \cos x - \int_0^x \varphi_1(t) dt. \end{cases}$$

#### **Рейтинговая контрольная точка № 3**

1. Решить интегральное уравнение:  $\int_0^x \cos(x-t)\varphi(t)dt = \sin x$ .

2. Решить интегральное уравнение с помощью замены интеграла конечной суммой:

$$\varphi(x) + \int_0^1 xe^{xt}\varphi(t)dt = e^x.$$

3. Методом последовательных приближений решить интегральное уравнение:

$$\varphi(x) = x - \int_0^x (x-t)\varphi(t)dt, \quad \varphi_0(x) \equiv 0.$$

### **Критерии формирования оценок по контрольным работам:**

*7 баллов* - ставится за работу, выполненную полностью без ошибок и недочетов; обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, решено 100% задач;

*6 баллов* – ставится за работу, выполненную полностью, но при наличии в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, допуская незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

*5 баллов* – ставится за работу, если студент правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач

*менее 4 баллов* – ставится за работу, если число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50 % задач.

**5.2.2. Оценочные материалы: типовые тестовые задания по дисциплине «Интегральные уравнения» (контролируемые компетенции ПКС-4).** Тест – система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений студента. Решение заданий в тестовой форме проводится три раза в течение семестра на платформе <http://open.kbsu.ru/moodle/>. Не менее чем за 1 неделю до тестирования, преподаватель должен определить студентам исходные данные для подготовки к тестированию: назвать разделы (темы, вопросы), по которым будут задания в тестовой форме, теоретические источники (с точным указанием разделов, тем, статей) для подготовки.

Оценка результатов тестирования производится компьютерной программой, результат выдается немедленно по окончании теста. Максимальный балл за решение заданий в тестовой форме – 5 баллов. До окончания теста студент может еще раз просмотреть все свои ответы на задания и при необходимости внести коррективы.

### **Образцы тестовых заданий:**

I: Интегральные уравнения Вольтерра

S: Уравнение

$$\varphi(x) = f(x) + \lambda \int_a^x K(x,t)\varphi(t)dt,$$

где  $f(x), K(x,t)$  - известные функции,  $\varphi(x)$  - искомая функция,  $\lambda$  - числовой параметр, называется ....

+: линейным интегральным уравнением Вольтерра 2-го рода

- : линейным интегральным уравнением Вольтерра 1-го рода
- : линейным интегральным уравнением Фредгольма 2-го рода
- : линейным интегральным уравнением Фредгольма 1-го рода

I: Интегральные уравнения Вольтерра

S: Уравнение

$$\varphi(x) = \frac{1}{1+x^2} + \int_0^x \frac{t}{1+x^2} \varphi(t) dt,$$

где  $\varphi(x)$  - искомая функция, является .....

- +: линейным интегральным уравнением Вольтерра 2-го рода
- : линейным интегральным уравнением Вольтерра 1-го рода
- : линейным интегральным уравнением Фредгольма 2-го рода
- : линейным интегральным уравнением Фредгольма 1-го рода

I: Интегральные уравнения Вольтерра

S: Уравнение

$$\varphi(x) = \frac{3x+2x^3}{3(1+x^2)^2} - \int_0^x \frac{3x+2x^3-t}{(1+x^2)^2} \varphi(t) dt,$$

где  $\varphi(x)$  - искомая функция, является .....

- +: линейным интегральным уравнением Вольтерра 2-го рода
- : линейным интегральным уравнением Вольтерра 1-го рода
- : линейным интегральным уравнением Фредгольма 2-го рода
- : линейным интегральным уравнением Фредгольма 1-го рода

I: Интегральные уравнения Фредгольма

S: Уравнение

$$\varphi(x) - \lambda \int_a^b K(x,t) \varphi(t) dt = f(x),$$

где  $f(x), K(x,t)$  - известные функции,  $\varphi(x)$  - искомая функция,  $\lambda$  - числовой параметр,  $x$  и  $t$  - действительные переменные, изменяющиеся в интервале  $(a,b)$ , называется .....

- +: линейным интегральным уравнением Фредгольма 2-го рода
- : линейным интегральным уравнением Фредгольма 1-го рода
- : линейным интегральным уравнением Вольтерра 2-го рода
- : линейным интегральным уравнением Вольтерра 1-го рода

I: Интегральные уравнения Фредгольма

S: Уравнение

$$\int_a^b K(x,t) \varphi(t) dt = f(x)$$

где  $f(x), K(x,t)$  - известные функции,  $\varphi(x)$  - искомая функция,  $\lambda$  - числовой параметр,  $x$  и  $t$  - действительные переменные, изменяющиеся в интервале  $(a,b)$ , называется .....

- +: линейным интегральным уравнением Фредгольма 1-го рода
- : линейным интегральным уравнением Фредгольма 2-го рода
- : линейным интегральным уравнением Вольтерра 2-го рода
- : линейным интегральным уравнением Вольтерра 1-го рода

### 5.3. Оценочные материалы для промежуточной аттестации

Целью промежуточных аттестаций по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися.

Промежуточная аттестация предназначена для объективного подтверждения и оценивания достигнутых результатов обучения после завершения изучения дисциплины. Осуществляется в конце семестра и представляет собой итоговую оценку знаний по дисциплине «Интегральные уравнения» в виде проведения зачета. На промежуточную аттестацию отводится до 25 баллов.

***Полный перечень вопросов, выносимых на зачет  
(контролируемые компетенции ПКС-4):***

1. Основные классы интегральных уравнений.
2. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям.
3. Интегральные уравнения Вольтерра. Основные понятия.
4. Связь между линейными дифференциальными уравнениями и интегральными уравнениями Вольтерра.
5. Резольвента интегрального уравнения Вольтерра. Решение интегрального уравнения с помощью резольвенты.
6. Эйлеровы интегралы.
7. Интегральное уравнение Абеля и его обобщения.
8. Уравнения Фредгольма. Основные понятия.
9. Метод определителей Фредгольма.
10. Итерированные ядра. Построение резольвенты с помощью итерированных ядер.
11. Интегральные уравнения с вырожденным ядром.
12. Характеристические числа и собственные функции.
13. Решение однородных интегральных уравнений с вырожденным ядром.
14. Неоднородные симметричные уравнения.
15. Альтернатива Фредгольма.
16. Краевые задачи, содержащие параметр, и сведение их к интегральным уравнениям.
17. Применение преобразования Фурье к решению некоторых интегральных уравнений.
18. Применение преобразования Лапласа к решению некоторых интегральных уравнений.
19. Применение преобразования Меллина к решению некоторых интегральных уравнений.
20. Интегральные уравнения Вольтерра 1-го рода.
21. Интегральные уравнения Вольтерра 1-го рода типа свертки.
22. Интегральные уравнения Фредгольма 1-го рода.
23. Замена ядра интегрального уравнения вырожденным ядром.
24. Замена интеграла конечной суммой.
25. Метод последовательных приближений для интегральных уравнений Вольтерра 2-го рода.
26. Метод последовательных приближений для интегральных уравнений Фредгольма 2-го рода.
27. Метод последовательных приближений для интегральных уравнений Фредгольма 1-го рода.
28. Метод Бубнова-Галеркина.
29. Приближенный метод Ритца отыскания характеристических чисел и собственных функций симметричных ядер.
30. Приближенный метод следов отыскания характеристических чисел и собственных функций симметричных ядер.
31. Приближенный метод Келлога отыскания характеристических чисел и собственных функций симметричных ядер.

**Критерии формирования оценок по промежуточной аттестации.** Уровень знаний определяется оценками «зачтено», «не зачтено».

1. Студент показывает полные и глубокие знания программного материала, логично и аргументировано отвечает на поставленный вопрос, а также дополнительные вопросы, показывает высокий уровень теоретических знаний.

2. Студент показывает глубокие знания программного материала, грамотно его излагает, достаточно полно отвечает на поставленный вопрос и дополнительные вопросы, умело формулирует выводы. В тоже время при ответе допускает несущественные погрешности.

3. Студент показывает достаточные, но не глубокие знания программного материала; при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. Для получения правильного ответа требуется уточняющие вопросы.

4. Оценка «зачтено» (61-70 баллов) - уровень знаний студента соответствует требованиям, установленным в п. п. 1-3.

5. Оценка «не зачтено» (36-60 баллов) - студент показывает недостаточные знания программного материала, не способен аргументированно и последовательно его излагать, допускаются грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на поставленный вопрос или затрудняется с ответом.

#### **6. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Максимальная сумма (70 баллов), набираемая студентом по дисциплине включает две составляющие:

– первая составляющая – оценка регулярности, своевременности и качества выполнения студентом учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (семестра, или нескольких семестров) (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость студента по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение отдельных тем и выполнение отдельных видов работ.

– вторая составляющая – оценка знаний студента по результатам промежуточной аттестации (не более 25 –баллов).

Критерием оценки уровня сформированности компетенций в рамках учебной дисциплины «Интегральные уравнения» является зачет. Общий балл текущего и рубежного контроля складывается из составляющих, приведенных в Приложении 1.

Целью промежуточных аттестаций по дисциплине является оценка качества освоения дисциплины обучающимися. Критерии оценки качества освоения дисциплины прилагается (Приложение 2).

Типовые задания, обеспечивающие формирование компетенций ПКС-4 представлены в таблице 1.

Таблица 1. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке

Результаты обучения (компетенции)	Основные показатели оценки результатов обучения	Индикаторы достижения компетенции	Вид оценочного материала, обеспечивающие формирование компетенций
<b>ПКС-4-</b> Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках.	<b>Знать:</b> Основные методы решения актуальных и значимых задач фундаментальной и прикладной математики.	<b>ПКС-4.1.</b> Способен решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной	Типовые оценочные материалы для устного опроса ( <i>раздел 5.1.1, №№1-5 и т.д.</i> ), типовые тестовые задания ( <i>раздел 5.2.2, №№1-8</i> )

		математики.	<i>и т.д.), типовые оценочные материалы к зачету (раздел 5.3, №№1-6 и т.д.)</i>
	<b>Уметь:</b> применять методы математического моделирования в естественных науках	<b>ПКС-4.2.</b> Способен применять методы математического моделирования в естественных науках.	Типовые оценочные материалы для устного опроса ( <i>раздел 5.1.1, №№1-5 и т.д.</i> ), типовые тестовые задания ( <i>раздел 5.2.2, №№1-6 и т.д.</i> ), типовые оценочные материалы к зачету ( <i>раздел 5.3, №№1-4 и т.д.</i> )
	<b>Владеть:</b> способами исследования математических моделей в естественных науках.		Типовые оценочные материалы для устного опроса ( <i>раздел 5.1.1, №№1-3 и т.д.</i> ), типовые задания для самостоятельной работы ( <i>раздел 5.1.2, №№1-7 и т.д.</i> ), типовые контрольные работы ( <i>раздел 5.2.1, №№1-3 и т.д.</i> ), типовые тестовые задания ( <i>раздел 5.2.2, №№1-6 и т.д.</i> ), типовые оценочные материалы к зачету ( <i>раздел 5.3</i> )

Таким образом, выполнение типовых заданий, представленных в разделе 5 «Оценочные материалы для текущего и рубежного контроля успеваемости и промежуточной аттестации» позволит обеспечить:

- способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках (ПКС-4).

## 7. Учебно-методическое обеспечение дисциплины

### 7.1. Нормативно-законодательные акты

1. Федеральный закон "Об образовании в Российской Федерации" от 29.12.2012 N 273-ФЗ (последняя редакция). - [Электронный ресурс]. – Режим доступа: Консультант Плюс: URL: <http://consultant.ru/>

2. Федеральный государственный образовательный стандарт высшего образования - специалитет по специальности 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, утвержденный приказом Министерства образования и науки РФ от 10 января 2018 г. №16 (зарегистрировано в Минюсте РФ 6 февраля 2018 г. №49943). [https://fgosvo.ru/uploadfiles/FGOS%20VO%203++/Spec/010501\\_C\\_3\\_18062021.pdf](https://fgosvo.ru/uploadfiles/FGOS%20VO%203++/Spec/010501_C_3_18062021.pdf)

### 7.2. Основная литература

1. Краснов М.Л. Интегральные уравнения: введение в теорию. М.: Изд. Стереотип, 2019. 304 с.
2. Краснов М.Л., Киселев А.И., Макаренко Г.И. Интегральные уравнения: Задачи и примеры с подробными решениями: Учебное пособие. М.: Едиториал УРСС, 2003. - 192 с. URL: [http://www.vixri.ru/d/Krasnov%20M.L.%20\\_Zadkachi%20i%20resheniya%20-%20Integralnye%20uravnenija,%202003,%20192s.pdf](http://www.vixri.ru/d/Krasnov%20M.L.%20_Zadkachi%20i%20resheniya%20-%20Integralnye%20uravnenija,%202003,%20192s.pdf)



3. Михлин С.Г. Приложения интегральных уравнений к некоторым проблемам механики, математической физики и техники. М.: Книга по Требованию, 2016. – 304 с. URL: <https://www.bookvoed.ru/files/3515/10/64/93.pdf>
4. Петровский И.Г. Лекции по теории интегральных уравнений. М.: Физматлит, 2009; 136 с.

### 7.3. Дополнительная литература

1. Бейтмен Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований. Том 1. Преобразования Фурье, Лапласа, Меллина. М.: Наука, 1969.
2. Бейтмен Г., Эрдейи А. Таблицы интегральных преобразований. Том 2. Преобразования Бесселя, интегралы от специальных функций. М.: Наука, 1970.
3. Манжиров А.В., Полянин А.Д. Методы решения интегральных уравнений: Справочник. М.: Факториал, 1999.
4. Манжиров А.В., Полянин А.Д. Справочник по интегральным уравнениям: Методы решения. М.: Факториал, 2000.
5. Мусхелишвили Н.И. Сингулярные интегральные уравнения. Граничные задачи теории функций и некоторые их приложения к математической физике (2-е изд.). М.: Физматлит, 1962.
6. Полянин А.Д., Манжиров А.В. Справочник по интегральным уравнениям: Точные решения. М.: Факториал, 1998.
7. Смолянский М.Л. Таблицы неопределенных интегралов (2-е изд.). М.: ГИФМЛ, 1963.
8. Трикоми Ф. Интегральные уравнения. М.: Изд-во иностранной литературы, 1960. 299 с.

### 7.4. Периодические издания

1. Вестник МГУ Серия 1. Математика. Механика.
2. Дифференциальные уравнения
3. Доклады РАН
4. Журнал вычислительной математики и математической физики
5. Известия вузов. Северо-Кавказский регион. Естественные науки
6. Успехи математических наук

### 7.5. Интернет-ресурсы

При изучении дисциплины «Интегральные уравнения» обучающиеся обеспечены доступом (удаленный доступ) к ресурсам:

– **общие информационные, справочные и поисковые:**

1. Справочная правовая система «Гарант». URL: <http://www.garant.ru>

2. Справочно-информационная система «Консультант Плюс». URL:

<http://www.consultant.ru/>

– **к современным профессиональным базам данных:**

№п/п	Наименование электронного ресурса	Краткая характеристика	Адрес сайта	Наименование организации-владельца
1.	Научная электронная библиотека (НЭБ)	Электр. библиотека научных публикаций - около 4000 иностранных и 3900	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	ООО «НЭБ» Лицензионное соглашение №14830

	<b>РФФИ)</b>	отечественных научных журналов, рефераты публикаций 20 тыс. журналов, а также описания 1,5 млн. зарубежных и российских диссертаций; 2800 росс. журналов на безвозмездной основе		от 01.08.2014г. Бессрочное
2.	<b>База данных Science Index (РИНЦ)</b>	Национальная информационно-аналитическая система, аккумулирующая более 6 миллионов публикаций российских авторов, а также информацию об их цитировании из более 4500 российских журналов.	<a href="http://elibrary.ru">http://elibrary.ru</a>	ООО «НЭБ» Лицензионный договор Science Index №SIO-741/2022 от 19.07.2022 г. Активен до 31.07.2023г.
3.	<b>ЭБС «Консультант студента»</b>	13800 изданий по всем областям знаний, включает более чем 12000 учебников и учебных пособий для ВО и СПО, 864 наименований журналов и 917 монографий.	<a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a> <a href="http://www.medcollegelib.ru">http://www.medcollegelib.ru</a>	ООО «Консультант студента» (г. Москва) <b>Договор №750КС/07-2022</b> От 26.09.2022 г. Активен до 30.09.2023г.
4.	<b>«Электронная библиотека технического вуза» (ЭБС «Консультант студента»)</b>	Коллекция «Медицина (ВО) ГЭОТАР-Медиа. Books in English (книги на английском языке)»	<a href="http://www.studmedlib.ru">http://www.studmedlib.ru</a>	ООО «Политехресурс» (г. Москва) <b>Договор №701КС/02-2022</b> от 13.04.2022 г. Активен до 19.04.2023г.
	<b>ЭБС «Лань»</b>	Электронные версии книг ведущих издательств учебной и научной литературы (в том числе университетских издательств), так и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	<a href="https://e.lanbook.com/">https://e.lanbook.com/</a>	ООО «ЭБС ЛАНЬ» (г. Санкт-Петербург) <b>Договор №41ЕП/223</b> от 14.02.2023 г. Активен до 15.02.2024г.
6.	<b>Национальная электронная библиотека РГБ</b>	Объединенный электронный каталог фондов российских библиотек, содержащий 4 331 542 электронных документов образовательного и научного характера по различным отраслям знаний	<a href="https://rusneb.ru/">https://rusneb.ru/</a>	ФГБУ «Российская государственная библиотека» Договор №101/НЭБ/1666-п от 10.09.2020г. Бессрочный
7.	<b>ЭБС «IPSMART»</b>	107831 публикаций, в т.ч.: 19071 – учебных изданий, 6746 – научных изданий, 700 коллекций, 343 журнала ВАК, 2085 аудиоизданий.	<a href="http://iprbookshop.ru/">http://iprbookshop.ru/</a>	ООО «Ай Пи Эр Медиа» (г. Саратов) <b>Договор №75/ЕП-223</b> от 23.03.2023 г. Активен до 02.04.2024г.

8.	<b>ЭБС «Юрайт» для СПО</b>	Электронные версии учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для СПО и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	<a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>	ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» (г. Москва) <b>Договор №305/ЕП-223</b> От 27.10.2022 г. Активен до 31.10.2023 г.
9.	<b>ЭБС «Юрайт» для ВО</b>	Электронные версии 8000 наименований учебной и научной литературы издательств «Юрайт» для ВО и электронные версии периодических изданий по различным областям знаний.	<a href="https://urait.ru/">https://urait.ru/</a>	ООО «Электронное издательство ЮРАЙТ» (г. Москва) <b>Договор №44/ЕП-223</b> От 16.02.2023 г. Активен с 01.03.2023 г. по 29.02.2024 г.
10.	<b>Polpred.com. Новости. Обзор СМИ. Россия и зарубежье</b>	Обзор СМИ России и зарубежья. Полные тексты + аналитика из 600 изданий по 53 отраслям	<a href="http://polpred.com">http://polpred.com</a>	ООО «Полпред справочники» Безвозмездно (без официального договора)
11.	<b>Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина</b>	Более 500 000 электронных документов по истории Отечества, российской государственности, русскому языку и праву	<a href="http://www.prlib.ru">http://www.prlib.ru</a>	ФГБУ «Президентская библиотека им. Б.Н. Ельцина» (г. Санкт-Петербург) Соглашение от 15.11.2016г. бессрочный

Для эффективного усвоения дисциплины, помимо учебного материала, студентам необходимо пользоваться данными всемирной сети Интернет, такими сайтами, как:

1. Библиотека КБГУ. URL: <http://lib.kbsu.ru>
2. Свободная энциклопедия «Википедия». URL: <https://ru.wikipedia.org/>
3. Служба тематических толковых словарей. URL: <http://glossary.ru/>
4. Электронно-библиотечная система «IPR BOOKS». URL: <http://www.iprbookshop.ru/>
5. Электронно-библиотечная система «Консультант студента». URL: <http://www.studentlibrary.ru/>

#### **7.6. Методические указания по проведению различных учебных занятий, к курсовому проектированию и другим видам самостоятельной работы**

##### ***Методические рекомендации по изучению дисциплины «Интегральные уравнения» для обучающихся***

Целью преподавания учебной дисциплины «Интегральные уравнения» являются приобретение знаний и умений по классификации интегральных уравнений; освоение методов решения интегральных уравнений; развитию способностей к самостоятельному использованию приобретенных знаний в своей профессиональной деятельности и формированию соответствующих компетенций.

Приступая к изучению дисциплины, обучающемуся необходимо ознакомиться с тематическим планом занятий, списком рекомендованной учебной литературы. Следует уяснить последовательность выполнения индивидуальных учебных заданий, занести в свою рабочую тетрадь темы и сроки проведения семинаров, написания учебных и творческих работ. При изучении дисциплины, обучающиеся выполняют следующие задания: изучают рекомендованную учебную и научную литературу; пишут контрольные работы, выполняют самостоятельные творческие работы, участвуют в выполнении практических заданий. Уровень и глубина усвоения дисциплины зависят от активной и систематической работы на лекциях, изучения рекомендованной литературы, выполнения контрольных письменных заданий.

Курс изучается на лекциях, семинарах, при самостоятельной и индивидуальной работе обучающихся. Обучающийся для полного освоения материала должен не пропускать занятия и активно участвовать в учебном процессе. Для максимальной эффективности изучения необходимо постоянно вести конспект лекций, знать рекомендуемую преподавателем литературу, позволяющую дополнить знания и лучше подготовиться к семинарским занятиям.

В соответствии с учебным планом на каждую тему выделено необходимое количество часов практических занятий, которые проводятся в соответствии с вопросами, рекомендованными к изучению по определенным темам. Обучающиеся должны регулярно готовиться к семинарским занятиям и участвовать в обсуждении вопросов. При подготовке к занятиям следует руководствоваться конспектом лекций и рекомендованной литературой. Тематический план дисциплины, учебно-методические материалы, а также список рекомендованной литературы приведены в рабочей программе.

#### ***Методические рекомендации при работе над конспектом во время проведения лекции***

В процессе лекционных занятий целесообразно конспектировать учебный материал. Для этого используются общие и утвердившиеся в практике правила, и приемы конспектирования лекций.

Конспектирование лекций ведется в специально отведенной для этого тетради, каждый лист которой должен иметь поля, на которых делаются пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал прослушанной лекции, а также подчеркивающие особую важность тех или иных теоретических положений.

Целесообразно записывать тему и план лекций, рекомендуемую литературу к теме. Записи разделов лекции должны иметь заголовки, подзаголовки, красные строки. Для выделения разделов, выводов, определений, основных идей можно использовать цветные карандаши и фломастеры.

Названные в лекции ссылки на первоисточники надо пометить на полях, чтобы при самостоятельной работе найти и вписать их. В конспекте дословно записываются определения понятий, категорий и законов. Остальное должно быть записано своими словами.

Каждому студенту необходимо выработать и использовать допустимые сокращения наиболее распространенных терминов и понятий.

#### ***Методические рекомендации по подготовке к практическим занятиям***

Практические (семинарские) занятия – составная часть учебного процесса, групповая форма занятий при активном участии студентов. Практические занятия способствуют углубленному изучению наиболее сложных проблем науки и служат основной формой подведения итогов самостоятельной работы обучающихся. Целью практических занятий является углубление

и закрепление теоретических знаний, полученных обучающимися на лекциях и в процессе самостоятельного изучения учебного материала, а, следовательно, формирование у них определенных умений и навыков.

В ходе подготовки к семинарскому занятию необходимо прочитать конспект лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой, выполнить выданные преподавателем практические задания. При этом учесть рекомендации преподавателя и требования программы. Дорабатывать свой конспект лекции, делая в нем соответствующие записи из литературы.

Желательно при подготовке к практическим занятиям по дисциплине одновременно использовать несколько источников, раскрывающих заданные вопросы.

На практических занятиях обучающиеся учатся грамотно излагать проблемы, свободно высказывать свои мысли и суждения, рассматривают ситуации, способствующие развитию профессиональной компетентности. Следует иметь в виду, что подготовка к практическому занятию зависит от формы, места проведения семинара, конкретных заданий и поручений. Это может быть написание доклада, эссе, реферата (с последующим их обсуждением), коллоквиум.

### ***Методические рекомендации по организации самостоятельной работы***

Самостоятельная работа (по В.И. Далю «самостоятельный – человек, имеющий свои твердые убеждения») осуществляется при всех формах обучения: очной и заочной.

Самостоятельная работа обучающихся - способ активного, целенаправленного приобретения студентом новых для него знаний и умений без непосредственного участия в этом процесса преподавателей. Повышение роли самостоятельной работы обучающихся при проведении различных видов учебных занятий предполагает:

- оптимизацию методов обучения, внедрение в учебный процесс новых технологий обучения, повышающих производительность труда преподавателя, активное использование информационных технологий, позволяющих обучающемуся в удобное для него время осваивать учебный материал;
- широкое внедрение компьютеризированного тестирования;
- совершенствование методики проведения практик и научно-исследовательской работы обучающихся, поскольку именно эти виды учебной работы в первую очередь готовят обучающихся к самостоятельному выполнению профессиональных задач;
- модернизацию системы курсового и дипломного проектирования, которая должна повышать роль студента в подборе материала, поиске путей решения задач.

Самостоятельная работа приводит студента к получению нового знания, упорядочению и углублению имеющихся знаний, формированию у него профессиональных навыков и умений. Самостоятельная работа выполняет ряд функций:

- развивающую;
- информационно-обучающую;
- ориентирующую и стимулирующую;
- воспитывающую;
- исследовательскую.

В рамках курса выполняются следующие виды самостоятельной работы:

1. Проработка учебного материала (по конспектам, учебной и научной литературе);
2. Выполнение разноуровневых задач и заданий;
3. Работа с тестами и вопросами для самопроверки;

#### 4. Выполнение итоговой контрольной работы.

Студентам рекомендуется с самого начала освоения курса работать с литературой и предлагаемыми заданиями в форме подготовки к очередному аудиторному занятию. При этом актуализируются имеющиеся знания, а также создается база для усвоения нового материала, возникают вопросы, ответы на которые студент получает в аудитории.

Необходимо отметить, что некоторые задания для самостоятельной работы по курсу имеют определенную специфику. При освоении курса студент может пользоваться библиотекой вуза, которая в полной мере обеспечена соответствующей литературой. Значительную помощь в подготовке к очередному занятию может оказать имеющийся в учебно-методическом комплексе краткий конспект лекций. Он же может использоваться и для закрепления полученного в аудитории материала. Самостоятельная работа студентов предусмотрена учебным планом и выполняется в обязательном порядке. Задания предложены по каждой изучаемой теме и могут готовиться индивидуально или в группе. По необходимости студент может обращаться за консультацией к преподавателю. Выполнение заданий контролируется и оценивается преподавателем.

Для успешного самостоятельного изучения материала сегодня используются различные средства обучения, среди которых особое место занимают информационные технологии разного уровня и направленности: электронные учебники и курсы лекций, базы тестовых заданий и задач. Электронный учебник представляет собой программное средство, позволяющее представить для изучения теоретический материал, организовать апробирование, тренаж и самостоятельную творческую работу, помогающее студентам и преподавателю оценить уровень знаний в определенной тематике, а также содержащее необходимую справочную информацию. Электронный учебник может интегрировать в себе возможности различных педагогических программных средств: обучающих программ, справочников, учебных баз данных, тренажеров, контролирующих программ.

Для успешной организации самостоятельной работы все активнее применяются разнообразные образовательные ресурсы в сети Интернет: системы тестирования по различным областям, виртуальные лекции, лаборатории, при этом пользователю достаточно иметь компьютер и подключение к Интернету для того, чтобы связаться с преподавателем, решать вычислительные задачи и получать знания. Использование сетей усиливает роль самостоятельной работы студента и позволяет кардинальным образом изменить методику преподавания.

Студент может получать все задания и методические указания через сервер, что дает ему возможность привести в соответствие личные возможности с необходимыми для выполнения работ трудозатратами. Студент имеет возможность выполнять работу дома или в аудитории. Большое воспитательное и образовательное значение в самостоятельном учебном труде студента имеет самоконтроль. Самоконтроль возбуждает и поддерживает внимание и интерес, повышает активность памяти и мышления, позволяет студенту своевременно обнаружить и устранить допущенные ошибки и недостатки, объективно определить уровень своих знаний, практических умений. Самое доступное и простое средство самоконтроля с применением информационно-коммуникационных технологий - это ряд тестов «on-line», которые позволяют в режиме реального времени определить свой уровень владения предметным материалом, выявить свои ошибки и получить рекомендации по самосовершенствованию.

***Методические рекомендации по работе с литературой***

Всю литературу можно разделить на учебники и учебные пособия, оригинальные научные монографические источники, научные публикации в периодической печати. Из них можно выделить литературу основную (рекомендуемую), дополнительную и литературу для углубленного изучения дисциплины.

Изучение дисциплины следует начинать с учебника, поскольку учебник – это книга, в которой изложены основы научных знаний по определенному предмету в соответствии с целями и задачами обучения, установленными программой.

При работе с литературой необходимо учитывать, что имеются различные виды чтения, и каждый из них используется на определенных этапах освоения материала.

*Предварительное* чтение направлено на выявление в тексте незнакомых терминов и поиск их значения в справочной литературе. В частности, при чтении указанной литературы необходимо подробнейшим образом анализировать понятия.

*Сквозное чтение* предполагает прочтение материала от начала до конца. Сквозное чтение литературы из приведенного списка дает возможность студенту сформировать свод основных понятий из изучаемой области и свободно владеть ими.

*Выборочное* – наоборот, имеет целью поиск и отбор материала. В рамках данного курса выборочное чтение, как способ освоения содержания курса, должно использоваться при подготовке к практическим занятиям по соответствующим разделам.

*Аналитическое чтение* – это критический разбор текста с последующим его конспектированием. Освоение указанных понятий будет наиболее эффективным в том случае, если при чтении текстов студент будет задавать к этим текстам вопросы. Часть из этих вопросов сформулирована в ФОС в перечне вопросов для собеседования. Перечень этих вопросов ограничен, поэтому важно не только содержание вопросов, но сам принцип освоения литературы с помощью вопросов к текстам.

Целью *изучающего* чтения является глубокое и всестороннее понимание учебной информации. Есть несколько приемов изучающего чтения:

1. Чтение по алгоритму предполагает разбиение информации на блоки: название; автор; источник; основная идея текста; фактический материал; анализ текста путем сопоставления имеющихся точек зрения по рассматриваемым вопросам; новизна.

2. Прием постановки вопросов к тексту имеет следующий алгоритм:

- медленно прочитать текст, стараясь понять смысл изложенного;
- выделить ключевые слова в тексте;
- постараться понять основные идеи, подтекст и общий замысел автора.

3. Прием тезирования заключается в формулировании тезисов в виде положений, утверждений, выводов.

К этому можно добавить и иные приемы: прием реферирования, прием комментирования.

Важной составляющей любого солидного научного издания является список литературы, на которую ссылается автор. При возникновении интереса к какой-то обсуждаемой в тексте проблеме всегда есть возможность обратиться к списку относящейся к ней литературы. В этом случае вся проблема как бы разбивается на составляющие части, каждая из которых может изучаться отдельно от других. При этом важно не терять из вида общий контекст и не погружаться чрезмерно в детали, потому что таким образом можно не увидеть главного.

Подготовка к зачету должна проводиться на основе лекционного материала, материала практических занятий с обязательным обращением к основным учебникам по курсу. Это позволит

исключить ошибки в понимании материала, облегчит его осмысление, прокомментирует материал многочисленными примерами.

### ***Методические рекомендации для подготовки к зачету***

Зачет является формой итогового контроля знаний и умений, обучающихся по данной дисциплине, полученных на лекциях, практических занятиях и в процессе самостоятельной работы. Основой для определения оценки служит уровень усвоения обучающимися материала, предусмотренного данной рабочей программой. К зачету допускаются студенты, набравшие 36 и более баллов по итогам текущего и промежуточного контроля. На зачете студент может набрать не более 25 баллов.

В период подготовки к зачету обучающиеся вновь обращаются к учебно-методическому материалу и закрепляют промежуточные знания.

Подготовка обучающегося к зачету включает три этапа:

- самостоятельная работа в течение семестра;
- непосредственная подготовка в дни, предшествующие экзамену по темам курса;
- подготовка к ответу на экзаменационные вопросы.

При подготовке к зачету обучающимся целесообразно использовать материалы лекций, учебно-методические комплексы, нормативные документы, основную и дополнительную литературу.

На зачет выносится материал в объеме, предусмотренном рабочей программой учебной дисциплины за семестр. Экзамен проводится в письменной/устной форме. Зачет проводится в форме устного опроса по вопросам без подготовки.

При проведении зачет в письменной (устной) форме, ведущий преподаватель составляет экзаменационные билеты, которые включают в себя: тестовые задания; теоретические задания; задачи или ситуации. Формулировка теоретических задания совпадает с формулировкой перечня экзаменационных вопросов, доведенных до сведения обучающихся накануне экзаменационной сессии. Содержание вопросов одного билета относится к различным разделам программы с тем, чтобы более полно охватить материал учебной дисциплины.

В аудитории, где проводится устный зачет, должно одновременно находиться не более шести студентов на одного преподавателя, принимающего зачет. На подготовку ответа на билет на экзамене отводится 40 минут.

При проведении письменного экзамена на работу отводится 60 минут.

Результат устного (письменного) зачета выражается оценками:

Уровень знаний определяется оценками «зачтено», «не зачтено».

1. Студент показывает полные и глубокие знания программного материала, логично и аргументировано отвечает на поставленный вопрос, а также дополнительные вопросы, показывает высокий уровень теоретических знаний.

2. Студент показывает глубокие знания программного материала, грамотно его излагает, достаточно полно отвечает на поставленный вопрос и дополнительные вопросы, умело формулирует выводы. В тоже время при ответе допускает несущественные погрешности.

3. Студент показывает достаточные, но не глубокие знания программного материала; при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. Для получения правильного ответа требуется уточняющие вопросы.

4. Оценка «зачтено» (61-70 баллов) - уровень знаний студента соответствует требованиям, установленным в п. п. 1-3.

5. Оценка «не зачтено» (36-60 баллов) - студент показывает недостаточные знания программного материала, не способен аргументированно и последовательно его излагать, допускаются грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на поставленный вопрос или затрудняется с ответом.



## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины

### 8.1. Требования к материально-техническому обеспечению

Для реализации рабочей программы дисциплины «Интегральные уравнения» помещения представляют собой учебные аудитории для проведения учебных занятий, предусмотренных программой специалитета, оснащены оборудованием и техническими средствами обучения: комплектом учебной мебели, наборами демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий по изучаемым разделам, обеспечивающие тематические иллюстрации.

Помещения для самостоятельной работы оснащены комплектами учебной мебели, компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КБГУ.

Компьютерная техника обеспечена необходимым комплектом лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства.

Электронно-библиотечные системы и электронная информационно-образовательная среда КБГУ обеспечивают доступ (удаленный доступ) обучающимся, к современным профессиональным базам данных и информационным справочным системам.

Используется следующее программное обеспечение:

*Лицензионное и свободно распространяемое программное обеспечение*

№	Наименование программы, право использования которой предоставляется	Страна происхождения	Срок действия программного обеспечения
1.	Техническая поддержка для операционной системы Конфигурация: «Рабочая станция» <i>Сертификат на техническую поддержку операционной системы РЕД ОС. Конфигурация: «Рабочая станция»</i>	Российская Федерация	12 месяцев
2.	Лицензия на программное обеспечение для поиска заимствований в текстовых документах распространённых форматов <i>Программная система для обнаружения текстовых заимствований в учебных и научных работах «Антиплагиат. Вуз 4.0», Модуль поиска текстовых заимствований «Объединенная коллекция 2020»</i>	Российская Федерация	12 месяцев / по истечении 2000 проверок
3.	Система оптического распознавания текста  <i>SETERE OCR для РЭД ОС</i>	Российская Федерация	12 месяцев
4.	Редактор изображений <i>AliveColors Business (лицензия для образовательных учреждений)</i>	Российская Федерация	бессрочные
5.	Лицензия на программное обеспечение средств антивирусной защиты <i>Kaspersky Endpoint Security для бизнеса –</i>	Российская Федерация	12 месяцев

	<i>Стандартный Russian Edition</i>		
6.	Пакет офисного программного обеспечения <i>P7-Офис.Профессиональный (Десктопная версия)</i>	Российская Федерация	12 месяцев
7.	Право использования программного обеспечения для планирования и проведения онлайн-мероприятий (трансляций, телемостов/ аудио-видеоконференций, вебинаров) <i>Webinar Enterprise TOTAL 150 участников</i>	Российская Федерация	12 месяцев
8.	Пакет программного обеспечения для обработки растровых изображений <i>Creative Cloud for enterprise All Apps ALL Multiple Platforms Multi European Languages Enterprise Licensing Subscription Renewal, право на использование-50 шт.</i> <i>Acrobat Pro DC for teams ALL Multiple Platforms Multi European Languages Team Licensing Subscription Renewal, право на использование – 5 шт.</i>	Соединенные Штаты Америки	12 месяцев
9.	Лицензия на программное обеспечение для векторного графического редактора для создания и редактирования графических схем, чертежей и блок-схем <i>Асмо-графический редактор</i>	Российская Федерация	бессрочные
10.	Предоставление неисключительных прав на использование программного обеспечения Системы <i>Spider Project Professional</i>	Российская Федерация	бессрочные

## **8.2 Особенности реализации дисциплины для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

Для студентов с ограниченными возможностями здоровья созданы специальные условия для получения образования. В целях доступности получения высшего образования по образовательным программам инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья университетом обеспечивается:

1. Альтернативная версия официального сайта в сети «Интернет» для слабовидящих;
2. Для инвалидов с нарушениями зрения (слабовидящие, слепые) - присутствие ассистента, оказывающего обучающемуся необходимую помощь, дублирование вслух справочной

информации о расписании учебных занятий; наличие средств для усиления остаточного зрения, брайлевской компьютерной техники, видеоувеличителей, программ незрительного доступа к информации, программ-синтезаторов речи и других технических средств приема-передачи учебной информации в доступных формах для студентов с нарушениями зрения;

3. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья по слуху (слабослышащие, глухие) – звукоусиливающая аппаратура, мультимедийные средства и другие технические средства приема-передачи учебной информации в доступных формах;

4. Для инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья, имеющих нарушения опорно-двигательного аппарата, созданы материально-технические условия обеспечивающие возможность беспрепятственного доступа обучающихся в учебные помещения, объекты питания, туалетные и другие помещения университета, а также пребывания в указанных помещениях (наличие расширенных дверных проемов, поручней и других приспособлений).

Обучающиеся из числа лиц с ограниченными возможностями здоровья обеспечены электронными образовательными ресурсами в формах, адаптированных к ограничениям их здоровья.

Обучающимся с ограниченными возможностями здоровья предоставляются специальные учебники и учебные пособия, иная учебная литература, специальные технические средства обучения коллективного и индивидуального пользования, предоставление услуг ассистента (помощника), оказывающего обучающимся необходимую техническую помощь, а также услуги сурдопереводчиков и тифлосурдопереводчиков.

а) для слабовидящих:

- на экзамене присутствует ассистент, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);

- задания для выполнения, а также инструкция о порядке проведения зачета/экзамена оформляются увеличенным шрифтом;

- задания для выполнения на экзамене зачитываются ассистентом;

- письменные задания выполняются на бумаге, надиктовываются ассистенту;

- обеспечивается индивидуальное равномерное освещение не менее 300 люкс;

- студенту для выполнения задания при необходимости предоставляется увеличивающее устройство;

в) для глухих и слабослышащих:

- на зачете/экзамене присутствует ассистент, оказывающий студенту необходимую техническую помощь с учетом индивидуальных особенностей (он помогает занять рабочее место, передвигаться, прочитать и оформить задание, в том числе записывая под диктовку);

- зачет/экзамен проводится в письменной форме;

- обеспечивается наличие звукоусиливающей аппаратуры коллективного пользования, при необходимости поступающим предоставляется звукоусиливающая аппаратура индивидуального пользования;

- по желанию студента экзамен может проводиться в письменной форме;

д) для лиц с нарушениями опорно-двигательного аппарата (тяжелыми нарушениями двигательных функций верхних конечностей или отсутствием верхних конечностей):

- письменные задания выполняются на компьютере со специализированным программным обеспечением или надиктовываются ассистенту;

- по желанию студента экзамен проводится в устной форме.

**ЛИСТ**  
**изменений (дополнений) в рабочей программе дисциплины**

«Интегральные уравнения» по программе специалитета 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, профиль «Фундаментальная математика»  
на \_\_\_\_\_ учебный год

№ п/п	Элемент (пункт) РПД	Перечень выносимых изменений (дополнений)	Примечание

Обсуждена и рекомендована на заседании кафедры алгебры и дифференциальных уравнений  
протокол № \_\_\_\_\_ от «\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ / М.С. Нирова / \_\_\_\_\_  
подпись, расшифровка подписи, дата

Распределение баллов текущего и рубежного контроля

№п/п	Вид контроля	Сумма баллов			
		Общая сумма	1-я точка	2-я точка	3-я точка
1	<b>Посещение занятий</b>	<i>до 10 баллов</i>	<i>до 3 б.</i>	<i>до 3 б.</i>	<i>до 4 б.</i>
2	<b>Текущий контроль:</b>	<i>до 24 баллов</i>	<i>до 8 б.</i>	<i>до 8б.</i>	<i>до 8 б.</i>
	<b>Ответ на 4 вопроса</b>	<i>от 0 до12 б.</i>	<i>от 0 до 4 б.</i>	<i>от 0 до 4 б.</i>	<i>от 0 до 4 б.</i>
	Полный правильный ответ	до 12 баллов	4 б.	4 б.	4 б.
	Неполный правильный ответ	от 3 до12 б.	от 1 до 4 б.	от 1 до 4 б.	от 1 до 4 б.
	Ответ, содержащий неточности, ошибки	0б.	0б.	0б.	0б.
	<b>Выполнение самостоятельных заданий (решение задач)</b>				
		<i>от 0 до12 б.</i>	<i>от 0 до 4 б.</i>	<i>от 0 до 4 б.</i>	<i>от 0 до 4 б.</i>
3	<b>Рубежный контроль</b>	<i>до 36 баллов</i>	<i>до 12 б.</i>	<i>до 12 б.</i>	<i>до 12 б.</i>
	тестирование	от 0- до 15 б.	от 0- до 5 б.	от 0- до 5 б.	от 0- до 5 б.
	контрольная работа	от 0 до 21 б.	от 0 до 7 б.	от 0 до 7 б.	от 0 до 7 б.
	<b>Итого сумма текущего и рубежного контроля</b>	<i>до 70 баллов</i>	<i>до 23б.</i>	<i>до 23 б.</i>	<i>до 24 б.</i>

**Шкала оценивания планируемых результатов обучения**

Текущий и рубежный контроль

Семестр	Шкала оценивания			
	0-35 баллов	36-50 баллов	51-60 баллов	56-70 баллов
6	Частичное посещение аудиторных занятий. Неудовлетворительное выполнение лабораторных и практических работ. Плохая подготовка к балльно-рейтинговым мероприятиям. Студент не допускается к промежуточной аттестации	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценку «удовлетворительно».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценки «хорошо».	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических занятий. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценки «отлично».

**Промежуточная аттестация (зачёт)**

Семестр	Шкала оценивания	
	Незачтено (36-60)	Зачтено (61-70)
6	Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачёте не ответил ни на один вопрос.	Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете представил полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на оба вопроса. Студенту, имеющему 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, выставляется отметка «зачтено» без сдачи зачёта.

**«Зачтено»** выставляется обучающемуся, продемонстрировавшему полное, всестороннее, осознанное правильное знание программного материала и изложившему ответ логично, грамотно, убедительно, готового к дальнейшему профессиональному совершенствованию.

При ответе обучающийся может допустить некоторые неточности, негрубые ошибки, затрудняться в самостоятельном изложении материала, но правильно отвечать на задаваемые ему вопросы, в результате наводящих вопросов с помощью преподавателя исправлять допущенные ошибки и неточности.

**«Не зачтено»** может быть выставлено обучающемуся, обнаружившему неполное, неосознанное знание учебно-программного материала, допускающему грубые ошибки, неспособному самостоятельно изложить ответ на вопрос, отвечающему неправильно или не дающему ответ на заданные вопросы. Демонстрируемый уровень знаний не может быть признан достаточным для профессиональной деятельности.