МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ОПОП

__________ **М.С. Нирова**

«12» апреля 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

«ЭЛЕМЕНТЫ ДРОБНОГО ИСЧИСЛЕНИЯ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ В ТЕОРИИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ»

Программа специалитета
01.05.01 Фундаментальные математика и механика
(код и наименование программы специалитета)

Направленность (профиль)
Фундаментальная математика
(наименование направленности (профиля))

Квалификация (степень) выпускника
специалист

Форма обучения
очная

НАЛЬЧИК 2023г.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы, описание показателей, критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Карта компетенции

Шифр и название компетенции:

- Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках (**ПКС-4**).

Индикаторы достижения компетенции ПКС-4:

ПКС-4.1. Способен решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики.

ПКС-4.2. Способен применять методы математического моделирования в естественных науках.

Общая характеристика компетенции

Тип компетенции: профессиональная компетенция выпускника образовательной программы по направлению подготовки высшего образования 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, профиль «Фундаментальная математика», уровень ВО – специалитет.

1.1. Этапы формирования компетенций и средства оценивания

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины	Индикаторы компетенции	Основные показатели оценки результатов обучения	Вид оценочного средства
ПКС-4 Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках	**ПКС-4.1.** Способен решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики. **ПКС-4.2.** Способен применять методы математического моделирования в естественных науках.	**Знать:** - понятие корректности постановки задачи; - корректно поставленные классические задачи в соответствии с профилем подготовки; - постановки задач в прикладных областях знаний.	Типовые оценочные материалы для устного опроса*;* Типовые оценочные материалы к докладу*;* Типовые оценочные материалы для проведения коллоквиума*;* Типовые тестовые задания*;* Типовые оценочные материалы для проведения контрольной работы
		Уметь: - дифференцировать корректные и некорректные задачи согласно профилю подготовки; - выполнять постановки классических задач в соответствии с профилем подготовки; - математически грамотно	

		формулировать естественнонаучные задачи.	
		Владеть: - навыками исследования простейших корректных задач математики; - методами постановки корректных задач согласно профилю подготовки; - способностью формулировать корректные естественнонаучные задачи.	

1.2. Критерии формирования оценок на различных этапах их формирования

Текущий и рубежный контроль. Оценка регулярности, своевременности и качества выполнения обучающимся учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость обучающегося по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение отдельных тем и выполнение отдельных видов работ. Общий балл складывается в результате проведения текущего и рубежного контроля по дисциплине:

Этап (уровень)	Первый этап (уровень)	Второй этап (уровень)	Третий этап (уровень)
Баллы	36-50 баллов	51-60 баллов	61-70 баллов
Характеристика	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценку «удовлетворительно».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценки «хорошо».	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических занятий. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценки «отлично».

Промежуточная аттестация (зачёт)

Оценка	Незачтено	Зачтено
Баллы	**36-60**	**61-70**
Характеристика	Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачёте не ответил ни на один вопрос.	Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете представил полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете дал полный ответ на

		один вопрос или частично ответил на оба вопроса. Студенту, имеющему 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, выставляется отметка «зачтено» без сдачи зачёта.

На первом (начальном) этапе формирования компетенции формируются знания, умения и навыки, составляющие базовую основу компетенции, без которой невозможно ее дальнейшее развитие. Обучающийся воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу.

На втором (основном) этапе формирования компетенции приобретается опыт деятельности, когда отдельные компоненты компетенции начинают «работать» в комплексе и происходит выработка индивидуального алгоритма продуктивных действий, направленных на достижение поставленной цели. На этом этапе обучающийся осваивает аналитические действия с предметными знаниями по конкретной дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя координирование хода работы, переносит знания и умения на новые условия.

Третий (завершающий) этап – это овладение компетенцией. Обучающийся способен использовать знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях. По результатам этого этапа обучающийся демонстрирует итоговый уровень сформированности компетенции.

2. Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения профессиональной образовательной программы

Перечень оценочных средств

№	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1.	Коллоквиум	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2.	Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
3.	Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам

3. Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности

3.1. Вопросы по темам дисциплины «Элементы дробного исчисления и их приложения к теории краевых задач» (контролируемые компетенции ПКС-4)

Тема 1. ***Специальные функции***

1. Гамма-функция Эйлера. Определение.
2. Функциональные соотношения.
3. Бета-функция.
4. Связь с гамма-функцией.

Тема 2. ***Операторы дробного интегрирования и дифференцирования в смысле Римана-Лиувилля и в смысле Капуто***

5. Определение операторов дробного интегрирования и дифференцирования дробного порядка в смысле Римана-Лиувилля.
6. Определение операторов дробного интегрирования и дифференцирования дробного порядка в смысле Капуто.
7. Выражение в терминах свертки.
8. Связь с преобразованием Лапласа.
9. Формулы интегрирования и дифференцирования степенных функций.

Тема 3. ***Линейные дифференциальные уравнения дробного порядка.***

10. Линейные дифференциальные уравнения дробного порядка.
11. Задача Коши.
12. Редукция к интегральному уравнению.
13. Решение дифференциальных уравнений дробного порядка с помощью формулы Грина.
14. Общее представление решения.
15. Дифференциальные уравнения с производными Капуто.
16. Форма задания начальных данных.
17. Связь с уравнениями в производных Римана-Лиувилля.
18. Применение преобразования Лапласа для решения дифференциальных уравнений дробного порядка.

Тема 4. ***Линейные интегральные уравнения дробного порядка.***

19. Уравнение Абеля первого рода.
20. Формула обращения.
21. Задача Коши для оператора дробного дифференцирования.
22. Задание начальных данных в локальной и нелокальной постановках и связь между ними. Интегральное уравнение Абеля второго рода.
23. Формула обращения.
24. Функция типа Миттаг-Леффлера.
25. Формулы дифференцирования функции типа Миттаг-Леффлера.

Тема 5. ***Приложения в теории краевых задач***

26. Применение к уравнению диффузии Фурье.
27. Применение к уравнению Эйлера-Дарбу –Пуассона и параболически вырождающимся гиперболическим уравнениям.
28. Применение к уравнениям состояния вещества.
29. Применение к сплошным средам с памятью.
30. Смешанные задачи для волновых уравнений.
31. Применение к проблеме регуляризации задачи Дарбу.
32. Применение к задаче Трикоми для уравнения смешанного типа.

Критерии формирования оценок (оценивания) устного опроса

Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний студентов по дисциплине «Элементы дробного исчисления и их приложения к теории краевых задач». Развёрнутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять определения. При оценке ответа студента следует руководствоваться следующими критериями, учитывать:

- полноту и правильность ответа;
- степень осознанности, понимания изученного;
- языковое оформление ответа.

В результате устного опроса знания, обучающегося оцениваются по следующей шкале:

1 балл, ставится, если обучающийся:

1) полно излагает изученный материал, даёт правильное определенное экономических понятий;
2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные;
3) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

0,5 балла, ставится, если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но:

1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий;
2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;
3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

0 баллов, ставится, если обучающийся обнаруживает незнание большей части соответствующего раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке.

Баллы «1», «0,5» могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за рассредоточенный во времени, т.е. за сумму ответов, данных студентом на протяжении занятия.

_3.2._ Оценочные материалы для выполнения сообщений (докладов) по дисциплине «Элементы дробного исчисления и их приложения в теории краевых задач» (контролируемые компетенции ПКС-4):

Сообщение (доклад) – продукт самостоятельной работы студента, представляющий собой публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-практической, учебно-исследовательской или научной темы

Примерные темы докладов по дисциплине «Элементы дробного исчисления и их приложения в теории краевых задач»

1. Определение операторов дробного интегрирования и дифференцирования дробного порядка в смысле Капуто.
2. Линейные дифференциальные уравнения дробного порядка.
3. Задача Коши.
4. Редукция к интегральному уравнению.
5. Уравнение Абеля первого рода.
6. Формула обращения.
7. Задача Коши для оператора дробного дифференцирования.
8. Применение к уравнению диффузии Фурье.
9. Применение к уравнениям состояния вещества.
10. Применение к сплошным средам с памятью.
11. Смешанные задачи для волновых уравнений.

Требования к докладу (сообщению):

Общее время сообщения (доклада) 10-15 мин.

Критерии оценки доклада:

«отлично» (2 балла) ставится, если обучающийся проявил инициативу, творческий подход, способность к выполнению сложных заданий, организационные способности. Отмечается способность к публичной коммуникации. Доклад представлен в срок.

«хорошо» (1 балл) – обучающийся достаточно полно, но без инициативы и творческих находок выполнил возложенные на него задачи. Доклад представлен достаточно полно и в срок, но с некоторыми недоработками

«удовлетворительно» (0,5 балла) – обучающийся выполнил большую часть возложенной на него работы. Допущены существенные отступления. Доклад представлен со значительным опозданием (более недели). Отсутствуют отдельные фрагменты.

«неудовлетворительный (ниже порогового) уровень компетенции» (менее 0,5 баллов) – обучающийся не выполнил свои задачи или выполнил лишь отдельные несущественные поручения. Доклад не представлен.

3.3. Оценочные материалы для проведения устного коллоквиума *(контролируемые компетенции ПКС-4)*

Рейтинговая точка №1

1. Гамма-функция Эйлера. Определение.
2. Функциональные соотношения.
3. Бета-функция.
4. Связь с гамма-функцией.
5. Определение операторов дробного интегрирования и дифференцирования дробного порядка в смысле Римана-Лиувилля и в смысле Капуто.
6. Выражение в терминах свертки.
7. Связь с преобразованием Лапласа.
8. Формулы интегрирования и дифференцирования степенных функций.
9. Линейные дифференциальные уравнения дробного порядка.
10. Задача Коши.
11. Редукция к интегральному уравнению.
12. Решение дифференциальных уравнений дробного порядка с помощью формулы Грина.
13. Общее представление решения.

Рейтинговая точка №2

1. Дифференциальные уравнения с производными Капуто.
2. Форма задания начальных данных.
3. Связь с уравнениями в производных Римана-Лиувилля.
4. Применение преобразования Лапласа для решения дифференциальных уравнений дробного порядка.
5. Уравнение Абеля первого рода.
6. Формула обращения.
7. Задача Коши для оператора дробного дифференцирования.
8. Задание начальных данных в локальной и нелокальной постановках и связь между ними. Интегральное уравнение Абеля второго рода.
9. Формула обращения.
10. Функция типа Миттаг-Леффлера.
11. Формулы дифференцирования функции типа Миттаг-Леффлера.

Рейтинговая точка №3

12. Применение к уравнению диффузии Фурье.
13. Применение к уравнению Эйлера-Дарбу –Пуассона и параболически вырождающимся гиперболическим уравнениям.

14. Применение к уравнениям состояния вещества.
15. Применение к сплошным средам с памятью.
16. Смешанные задачи для волновых уравнений.
17. Применение к проблеме регуляризации задачи Дарбу.
18. Применение к задаче Трикоми для уравнения смешанного типа.

Критерии формирования оценок по контрольным точкам (коллоквиум)

5 баллов - ставится в случае когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 100% задач;

4 балла - ставится в случае когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 70% задач;

3 балла – ставится в случае когда обучающийся затрудняется с правильной формулировкой теоретического материала, дает неполный ответ, демонстрирует знание теоретического материала на 55% задач

2 и менее баллов – ставится в случае когда обучающийся дает неверную формулировкой теоретического материала, дает неверный ответ, демонстрирует знание теоретического материала на менее 50 % задач.

3.4. Оценочные материалы для контрольной работы (контролируемые компетенции ПКС-4):

Типовые варианты контрольных работ:

Вариант 1.

1. Найти значение предела $lim_{z\to 0}\frac{z}{\Gamma(z)}$
2. Найти значение выражения Г(z+1) /z.
3. Вычислить $\int_0^\infty exp(-x)x^{\alpha-1}dx$

Вариант 2.

$$E_{1/\alpha}[z;\mu]=\frac{1}{\Gamma(\mu)}+zE_{1/\alpha}[z;\mu+\alpha]$$

4. Доказать
5. Вычислить $\frac{d^2}{dx^2}\int_0^x\frac{g(t)}{\sqrt{t-x}}dt$
6. Вычислить $D_{0x}^{\alpha}(x+1)^2$.

Вариант 3.

7. Вычислить $zE_{2,2}[z^2]$.
8. Доказать $\int_a^b g(s)D_{as}^{\alpha}h(s)ds=\int_a^b h(s)D_{bs}^{\alpha}g(s)ds$
9. Вычислить $\frac{d^2}{dx^2}\int_0^x\frac{g(t)}{\sqrt{t-x}}dt$
10. Записать выражение в терминах операторов дробного интегро-дифференцирования $\int_1^x u(t)\sqrt{x-t}dt$

Вариант 4.

11. Найти значение $L\left\{\int_0^x\int_0^s g(t)\,dtds;p\right\}$, если $L\{g(x);p\}=G(p)$.
12. Определить количество решений интегрального уравнения

$u(x) - \mu D_{0x}^{-\alpha} u(x) = 1, \alpha > 0.$

13. С помощью интегрального преобразования Лапласа, преобразовать уравнение

$u(x) - D_{0x}^{\frac{-1}{2}} u(x) = f(x).$

14. Чему равна функция Миттаг-Леффлера $E_{1,1}(z)$?

Вариант 5.

15. Доказать, что $D_{0x}^{-\frac{1}{2}} D_{0x}^{-\frac{1}{2}} \varphi(\xi) = D_{0x}^{-1} \varphi(\xi)$.

16. Вычислить $D_{0x}^{\alpha} \sin(x)$.

17. Решить уравнение $u(x) + \int_0^x u(t)(x-t)^{1/3} dt = x$.

18. Найти решение задачи Коши $D_{0x}^{1/2} u(x) + \lambda u(x) = f(x)$, $\lim_{x\to 0} u(x)\sqrt{x} = 1$.

Критерии формирования оценок по контрольным точкам (контрольная работа)

5 баллов - ставится за работу, выполненную полностью без ошибок и недочетов; обучающийся демонстрирует знание практического материала по теме практической работы, решено 100% задач;

4 балла - ставится за работу, выполненную полностью, но при наличии в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Обучающийся демонстрирует знание практического материала по теме практической работы, допуская незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

3 балла – ставится за работу, если бакалавр правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, решено 55% задач

2 и менее баллов – ставится за работу, если число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы, решено менее 50 % задач.

Виды ошибок:

– ***Грубые ошибки***

1. Незнание определений основных понятий, законов, правил, основных положений теории математического анализа.
2. Неумение выделить правильный ход решения задачи.
3. Незнание приемов решения математических задач, ошибки, показывающие неправильное понимание условия контрольной работы или неправильное истолкование решения.

– ***Негрубые ошибки***

1. Неточности в применении стандартного хода решения поставленной задачи.
2. Нерациональный выбор хода решения.

– ***Недочеты***

1. Арифметические ошибки в вычислениях, если эти ошибки грубо не искажают реальность полученного результата.
2. Отдельные погрешности в написании решения.
3. Небрежное выполнение задания.

3.5. Типовые тестовые задания

Рейтинговая точка №1

1. Выражение z(z-1)Г(z-1) равно

-: z
-: Γ(z-2)
+: Γ(z+1)
-: z+1
2. Выражение z(z-1)Γ(z-1) /Γ(z+1) равно
-: z
+: 2
-: 1
-: Γ(z)
3. Выражение B(x + 1, y) Γ (x + y) / Γ (x) равно
-: xΓ(y)
-: (x + y) / Γ(x)
+: xΓ(y) / (x + y)
-: (x + y) / Γ (x + y)
4. Выражение Γ (x) Γ (y) / B(x, y) равно
-: B(x, y)
-: B(x + y, x - y)
+: Γ (x + y)
-: 1/ Γ(x + y)
5. Пусть $L\{g(x);p\} = G(p)$. Тогда $L\left\{\int_0^x \partial_{0x}^{1/2} g(x);p\right\}$ равно:
+: $p^{-1/2}G(p) - p^{-3/2}g(0)$
- : $p^{-1/2}G(p) - p^{1/2}g(0)$
- : $p^{1/2}G(p) - g(0)$
- : $p^{3/2}G(p) - g(0)$
6. Выражение $\int_0^\infty e^{-t}t^{z-1}dt$равно
+:Γ(z)
-:Γ(2z)
-:Γ(z-1)
-:Γ(z+1)
7. Выражение $\int_0^\infty e^{-t}t^{z}dt$равно
-:Γ(z)
-:Γ(2z)
-:Γ(z-1)
+:Γ(z+1)
8. Выражение $\int_0^\infty e^{-at}t^{-z}dt$равно
+:a^{z-1}Γ(1-z)
-: a^{z-1}Γ(z)
-: a^{z}Γ(1-z)
-: a^{z+1}Γ(1-z)
9. Выражение $\int_0^\infty e^{-t}t^{z-1}dt$равно
+:Γ(z)
-:Γ(2z)
-:Γ(z-1)
-:Γ(z+1)
10. Выражение Γ(1/2) /Γ(3/2) равно
-: 1
-: ½
+: 2

-: π
11. Выражение Γ(5/2) /Γ(3/2) равно
-: 1
-: ½
+: 3/2
-: 2
12. Выражение Γ(5/2) равно
-: 1
-: $3\sqrt{\pi}/2$
+: $3\sqrt{\pi}/4$
-: $\sqrt{\pi}/4$
13. Интеграл $\int_0^1 t^{\alpha-1}(1-z)^{\beta-1}dz$ равен
-: $\mathrm{B}(\alpha+1, \beta+1)$
-: $\mathrm{B}(\alpha-1, \beta-1)$
+: $\mathrm{B}(\alpha, \beta)$
-: $\mathrm{B}(\alpha+\beta, \alpha-1)$
14. Интеграл $\int_0^1 \sqrt{z(1-z)}dz$ равен
+: B(3/2, 3/2)
-: B(1, 1/2)
-: B(1/2, 1/2)
-: B(1/3, 1/2)
15. Интеграл $\int_0^1 z/\sqrt{1-z}\, dz$ равен
+: B(2, 1/2)
-: B(1/3, 1/2)
-: B(3/2, 1/2)
-: B(1, 1/2)
16. Выражение $\Gamma(\alpha)\Gamma\,(\beta)/\Gamma\,(\alpha+\beta)$ равно
-: $\mathrm{B}(\alpha+1, \beta+1)$
-: $\mathrm{B}(\alpha-1, \beta-1)$
+: $\mathrm{B}(\alpha, \beta)$
-: $\mathrm{B}(\alpha+\beta, \alpha-\beta)$
17. Выражение $\Gamma(\alpha)\Gamma(2-\alpha)$ равно
+: $\mathrm{B}(\alpha, 2-\alpha)$
-: $\mathrm{B}(\alpha+1, \alpha-1)$
-: $\mathrm{B}(\alpha, 2)$
-: $\mathrm{B}(\alpha, \alpha)$
18. Выражение Γ (x) Γ (y) / B(x, y) равно
-: B(x, y)
-: B(x + y, x - y)
+: Γ (x + y)
-: 1/ Γ(x + y)
19. Выражение B(x + 1, y) Γ (x + y) / Γ (x) равно
-: xΓ(y)
-: (x + y) / Γ(x)
+: xΓ(y) / (x + y)
-: (x + y) / Γ (x + y)

20. Интеграл $\int_0^1 t^{z-1}\sqrt{1-t}dt$ сходится, если
+: Re z > 0
-: z < 0
-: Re z < 0
-: z = 0

Рейтинговая точка №2

21. Интегральное уравнение $u(x) - \lambda D_{0x}^{-\alpha} u(x) = 1, \alpha > 0$, имеет ### решений.
-: два
+: одно

22. Интегральное уравнение $u(x) - \int_0^x u(x) = 1$ при интегральном преобразовании Лапласа переходит в уравнение $\left(L\{u(x); p\} = U(p)\right)$
- : $U(p) - pU(p) = 1$
- : $U(p) - U(p)/p = 0$
- : $pU(p) - U(p) = 1/p$
+: $U(p) - U(p)/p = 1/p$

23. Функция Миттаг-Леффлера $E_{\alpha,\mu}(z)$ определяется с помощью ряда
+: $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k+\mu)}$
- : $\sum_{k=0}^{\infty} z^k \Gamma(\mu - \alpha k)$
- : $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha+k\mu)}$
- : $\sum_{k=1}^{\infty} \frac{z^k \Gamma(\alpha k+\mu)}{k!}$

24. Функция Миттаг-Леффлера $E_{2,1}(-z^2)$ равна
- : $sinz$
+: $cosz$
-: $expz$
-: chz

25. Функция $sinx$, выраженная с помощью функции Миттаг-Леффлера имеет вид
- : $E_{2,1}(x^2)$
+ : $xE_{2,2}(-x^2)$
- : $E_{2,2}(x^2)$
- : $xE_{1,2}(-x^2)$

26. Функция $expx$, выраженная с помощью функции Миттаг-Леффлера имеет вид
+ : $E_{1,1}(x)$
- : $xE_{2,2}(-x)$
- : $E_{2,2}(x)$
- : $xE_{1,1}(-x)$

27. Функция $cos\sqrt{x}$ равна
- : $E_{2,1}(x)$
+ : $E_{2,1}(-x)$
- : $E_{2,2}(\sqrt{x})$

- : $E_{1,2}(-x)$
28. Функция $\sqrt{x} sin\sqrt{x}$ равна
+ : $xE_{2,2}(-x)$
- : $E_{2,1}(-x)$
- : $E_{2,2}\left(\sqrt{x}\right)$
- : $E_{1,2}(-x)$
29. Выражение $D_{0x}^{\alpha} sinx$ равно
- : $x^{\alpha}E_{2,1+\alpha}(-x^2)$
- : $xE_{2-\alpha,2}(-x^2)$
+ : $x^{1-\alpha}E_{2,2-\alpha}(-x^2)$
- : $E_{2+\alpha,1}(-x^2)$
30. Выражение $D_{0x}^{\alpha} cosx$ равно
- : $x^{1+\alpha}E_{2,2+\alpha}(-x^2)$
+ : $x^{-\alpha}E_{2,1-\alpha}(-x^2)$
- : $xE_{2-\alpha,2}(-x^2)$
- : $E_{2+\alpha,1}(-x^2)$
31. Начальные данные задачи Коши для уравнения $\partial_{0x}^{\alpha}u(x) + \lambda u(x) = 0, 0 < \alpha < 1$, задаются в виде
- : $lim_{x\to 0}\, \partial_{0x}^{\alpha}u(x) = u_0$
+: $u(x) = u_0$
- : $lim_{x\to 0}\, u'(x) = u_0$
- : $lim_{x\to 0}\, D_{0x}^{\alpha-1}u(x) = u_0$
32. Для задачи Коши для уравнения $\partial_{0x}^{7/3}u(x) + \lambda u(x) = 0$ задается ### начальных условий.
-: два
+: три
33. Задача Коши $D_{0x}^{1/2}u(x) + u(x) = 0, lim_{x\to 0}\, D_{0x}^{-1/2}u(x) = 1$, редуцируется к интегральному уравнению
+: $u(x) + D_{0x}^{-1/2}u(x) = 1/\sqrt{x\pi}$
- : $u(x) - D_{0x}^{-1/2}u(x) = \sqrt{x}/\sqrt{\pi}$
- : $u(x) + D_{0x}^{-1/2}u(x) = 1$
- : $u(x) - D_{0x}^{\frac{-1}{2}}u(x) = 0$
34. Пусть $u(x)$ – решение задачи Коши $\partial_{0x}^{2/3}u(x) - u(x) = 1, u(x) = 0$. Тогда $L\{u(x); p\}$ равно:
- : $1/\left(p^{\frac{2}{3}} + 1\right)$
+ : $1/\left(p^{\frac{5}{3}} - p\right)$
- : $p/\left(p^{\frac{2}{3}} - 1\right)$
- : $p/\left(p^{\frac{5}{3}} + 1\right)$

35. Пусть $L\{u(x);p\} = U(p)$. С помощью преобразования Лапласа задача Коши $D_{0x}^{1/2}u(x) + u(x) = 1, lim_{x\to 0} D_{0x}^{-1/2}u(x) = 0$, редуцируется к задаче

- : $\sqrt{p}U(p) - U(p) = 1$
- : $pU(p) - \sqrt{p}U(p) = p$
+ : $\sqrt{p}U(p) + U(p) = 1/p$
- : $pU(p) + U(p) = \sqrt{p}$

36. Решение задачи Коши $D_{0x}^{\alpha}u(x) - \lambda u(x) = f(x), 0 < \alpha < 1, lim_{x\to 0} D_{0x}^{\alpha-1}u(x) = 0$, имеет вид

+: $\int_0^x f(t)(x-t)^{\alpha-1}E_{\alpha,\alpha}(\lambda(x-t)^{\alpha})dt$
- : $\int_0^x f(t)E_{\alpha,1}(-\lambda(x-t)^{\alpha})dt$
- : $\int_0^x f(t)(x-t)^{\alpha-1}E_{\alpha,\alpha}(-\lambda(x-t)^{\alpha})dt$
- : $\int_0^x f(t)E_{\alpha,\alpha}(\lambda(x-t)^{\alpha})dt$

37. Решение задачи Коши $\partial_{0x}^{\alpha}u(x) + \lambda u(x) = 0, 0 < \alpha < 1, u(x) = A$, имеет вид

- : $Ax^{\alpha-1}E_{\alpha,1}(\lambda x^{\alpha})$
+ : $AE_{\alpha,1}(-\lambda x^{\alpha})$
- : $Ax^{\alpha-1}E_{\alpha,\alpha}(-\lambda x^{\alpha})$
- : $AE_{\alpha,\alpha}(\lambda x^{\alpha})$

38. Решение задачи Коши $\partial_{1x}^{1/2}u(x) - u(x) = 1, u(1) = 0$, имеет вид

- : $E_{\frac{1}{2},1}\left(-\sqrt{x-1}\right)$
+ : $\sqrt{x-1}E_{\frac{1}{2},\frac{3}{2}}\left(\sqrt{x-1}\right)$
- : $(x-1)E_{\frac{1}{2},2}\left(-\sqrt{x-1}\right)$
- :

39. Выражение $D_{0x}^{\frac{3}{2}}\sqrt{x}$ равно

-: $x\sqrt{\pi}$
+: 0
-: x
-: $\sqrt{x}$

40. Имеет место равенство $D_{0x}^{\frac{1}{2}}x^{\mu} = 0$, если значение μ равно

-: ½
-: 0
+: - ½
-: 1

Рейтинговая точка №3

41. Начальное условие $lim_{x\to 0} D_{0x}^{-1/2}u(x) = 1$, эквивалентно условию

- : $lim_{x\to 0}\, u(x)/\sqrt{x} = \sqrt{\pi}$
+ : $lim_{x\to 0} \sqrt{x}u(x) = 1/\sqrt{\pi}$
- : $lim_{x\to 0} u(x) = 1$

- : $lim_{x \to 0} u(x) = \sqrt{\pi}$
42. Пусть $u(a) > u(t), 0 < t < a, u(a) > 0{,}0 < a < 1$. Тогда
+: $[D_{0t}^{\alpha} u(x)]_{t=a} > 0$
- : $[D_{0t}^{\alpha} u(x)]_{t=a} = 0$
- : $[D_{0t}^{\alpha} u(x)]_{t=a} < 0$
- : $[D_{0t}^{\alpha} u(x)]_{t=a} = \infty$
43. Выражение $D_{0t}^{1/3} D_{0t}^{\left[\frac{-1}{3},0\right]} u(x)$ равно
+: $D_{0t}^{[0,1/3]} u(x)$
- : $D_{0t}^{[0,2/3]} u(x)$
- : $D_{0t}^{[-1/3,1/3]} u(x)$
- : $D_{0t}^{[-2/3,0]} u(x)$
44. Выражение $\frac{d}{dx} D_{0t}^{[\alpha,\beta]} u(x)$ равно
- : $D_{0x}^{[\alpha,\beta+1]} u(x)$
+: $D_{0x}^{[\alpha+1,\beta+1]} u(x)$
- : $D_{0x}^{[\alpha+1,\beta]} u(x)$
- : $D_{0x}^{[\alpha+1,1]} u(x)$
45. Выражение $\frac{d}{dx} D_{0x}^{[-1,0]} u(x)$ равно
- : $D_{0x}^{[-1,1]} u(x)$
- : $D_{0x}^{[-1,0]} u(x)$
+: $D_{0x}^{[0,1]} u(x)$
- : $D_{0x}^{[1,2]} u(x)$
46. Выражение $\int_{\alpha}^{\beta} D_{ax}^{l} u(x)\, dt$ равно
- : $D_{\alpha_1 \beta}^{\alpha} u(x)$
- : $D_{ax}^{\alpha} D_{ax}^{\beta} u(x)$
+: $D_{ax}^{[\alpha,\beta]} u(x)$
- : $D_{ax}^{\beta} D_{ax}^{\alpha} u(x)$
47. Для того, чтобы функция $u(x) = x$ являлась решением задачи $u''(x) + \lambda D_{0x}^{\alpha} u(x) = x^{1-\alpha}, 0 < x < 1, u(0) = 0, u(1) = 1$, спектральный параметр λ должен быть равен
- : 0
+: $\Gamma(2 - \alpha)$
- : $\Gamma(\alpha)$
- : $1/\Gamma(\alpha)$
48. Уравнение $u(x) - \gamma D_{0x}^{\alpha} u(x) = f(x)$ называется интегральным, если
-: $\alpha = 0$
+: $\alpha < 0$
-: $\alpha > 0$
-: $\alpha \in R$

49. Интегральное уравнение $u(x) - \gamma D_{0x}^{-\alpha} u(x) = 1, \alpha > 0$ имеет ### решений
+: одно
-: два
50. Функция Миттаг-Леффлера $\mathrm{E}_{\alpha,\mu}(z)$ определяется с помомщью ряда
+: $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\alpha k+\mu)}$
-: $\sum_{k=0}^{\infty} z^k \Gamma(\alpha k + \mu)$
-: $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma(\mu k+\alpha)}$
-: $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k \Gamma(\alpha k+\mu)}{k!}$
51. Функция Миттаг-Леффлера $\mathrm{E}_{\frac{1}{2},\frac{1}{3}}(z)$ определяется с помомщью ряда
-: $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma\left(\frac{1}{2}+\frac{k}{3}\right)}$
-: $\sum_{k=0}^{\infty} z^k \Gamma\left(\frac{1}{2} + \frac{k}{3}\right)$
+: $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k}{\Gamma\left(\frac{k}{2}+\frac{1}{3}\right)}$
-: $\sum_{k=0}^{\infty} \frac{z^k \Gamma\left(\frac{1}{2}+\frac{k}{3}\right)}{k!}$
52. Функция Миттаг-Леффлера $\mathrm{E}_{\alpha,\mu}(z)$ в точке $z = 0$ равна
-: $\Gamma(\alpha)$
-:$\Gamma(\mu)$
-:$\frac{1}{\Gamma(\alpha)}$
+: $\frac{1}{\Gamma(\mu)}$
53. Функция Миттаг-Леффлера $\mathrm{E}_{\frac{1}{2},\frac{1}{3}}(z)$ в точке $z = 0$ равна
-: 1
+:$\frac{1}{\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)}$
-: $\Gamma\left(\frac{1}{3}\right)$
-: $\sqrt{\pi}$
54. Функция Миттаг-Леффлера $\mathrm{E}_{1,1}(z)$ равна
-: sin z
-: cos z
+: exp z
-: ln z
55. Функция Миттаг-Леффлера $\mathrm{E}_{2,1}(-z^2)$ равна
-: sin z
+: cos z
-: exp z
-: ch z
56. Функция Миттаг-Леффлера $\mathrm{E}_{1,1}(-z)$ равна
-: sh z
-: ch z

+: exp (-z)
-: ln z
57. Функция Миттаг-Леффлера $\mathrm{E}_{2,1}(z^2)$ равна
-: sh z
+: ch z
-: exp (-z)
-: cos z
58. Функция Миттаг-Леффлера $z\mathrm{E}_{2,2}(-z^2)$ равна
+: sin z
-: ch z
-: exp z
: cos z
59. Функция Миттаг-Леффлера $z\mathrm{E}_{2,2}(z^2)$ равна
-: sin z
+: sh z
-: ch z
-: cos z
60. Функция sin x, выраженная с помощью функции Миттаг-Леффлера, имеет вид
-: $\mathrm{E}_{2,1}(x^2)$
+: $x\mathrm{E}_{2,2}(x^2)$
-: $\mathrm{E}_{2,2}(x^2)$
-: $x\mathrm{E}_{2,2}(-x^2)$
61. Функция cos x, выраженная с помощью функции Миттаг-Леффлера, имеет вид
-: $\mathrm{E}_{2,1}(x^2)$
-: $x\mathrm{E}_{2,2}(x^2)$
-: $\mathrm{E}_{2,2}(x^2)$
-: $\mathrm{E}_{2,1}(-x^2)$

Решение заданий в тестовой форме. Проводится три раза в течение изучения дисциплины (семестр) на платформе http://open.kbsu.ru/moodle/. Не менее чем за 1 неделю до тестирования, преподаватель должен определить студентам исходные данные для подготовки к тестированию: назвать разделы (темы, вопросы), по которым будут задания в тестовой форме, теоретические источники (с точным указанием разделов, тем, статей) для подготовки.

Критерии формирования оценок по тестовым заданиям:

5 баллов – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы. Выполнено 100 % предложенных тестовых вопросов;

4 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 80 –99 % от общего объема заданных тестовых вопросов;

2-3 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые
вопросы – 60 –79% от общего объема заданных тестовых вопросов;

1 балл – получают обучающиеся правильным количеством ответов на тестовые вопросы – менее 40-59 % от общего объема заданных тестовых вопросов.

3.6 Вопросы к зачету по дисциплине «Элементы дробного исчисления и их приложения в теории краевых задач» (контролируемая компетенция ПКС-4)

№	Вопрос	Код компетенции
1.	Гамма-функция Эйлера. Определение.	ПКС-4
2.	Функциональные соотношения.	ПКС-4
3.	Бета-функция.	ПКС-4
4.	Связь с гамма-функцией.	ПКС-4
5.	Определение операторов дробного интегрирования и дифференцирования дробного порядка в смысле Римана-Лиувилля и в смысле Капуто.	ПКС-4
6.	Выражение в терминах свертки.	ПКС-4
7.	Связь с преобразованием Лапласа.	ПКС-4
8.	Формулы интегрирования и дифференцирования степенных функций.	ПКС-4
9.	Линейные дифференциальные уравнения дробного порядка.	ПКС-4
10.	Задача Коши.	ПКС-4
11.	Редукция к интегральному уравнению.	ПКС-4
12.	Решение дифференциальных уравнений дробного порядка с помощью формулы Грина.	ПКС-4
13.	Общее представление решения.	ПКС-4
14.	Дифференциальные уравнения с производными Капуто.	ПКС-4
15.	Форма задания начальных данных.	ПКС-4
16.	Связь с уравнениями в производных Римана-Лиувилля.	ПКС-4
17.	Применение преобразования Лапласа для решения дифференциальных уравнений дробного порядка.	ПКС-4
18.	Уравнение Абеля первого рода.	ПКС-4
19.	Формула обращения.	ПКС-4
20.	Задача Коши для оператора дробного дифференцирования.	ПКС-4
21.	Задание начальных данных в локальной и нелокальной постановках и связь между ними. Интегральное уравнение Абеля второго рода.	ПКС-4
22.	Формула обращения.	ПКС-4
23.	Функция типа Миттаг-Леффлера.	ПКС-4
24.	Формулы дифференцирования функции типа Миттаг-Леффлера.	ПКС-4
25.	Применение к уравнению диффузии Фурье.	ПКС-4
26.	Применение к уравнению Эйлера-Дарбу –Пуассона и параболически вырождающимся гиперболическим уравнениям.	ПКС-4
27.	Применение к уравнениям состояния вещества.	ПКС-4
28.	Применение к сплошным средам с памятью.	ПКС-4
29.	Смешанные задачи для волновых уравнений.	ПКС-4
30.	Применение к проблеме регуляризации задачи Дарбу.	ПКС-4
31.	Применение к задаче Трикоми для уравнения смешанного типа.	ПКС-4