Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ОПОП
____________**М.С. Нирова**
«12» апреля 2023г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ) «КОНЕЧНЫЕ КОЛЬЦА И ПОЛЯ»

Программа специалитета
01.05.01 Фундаментальные математика и механика
(код и наименование программы специалитета)

Направленность (профиль)
Фундаментальная математика
(наименование направленности (профиля))

Квалификация (степень) выпускника
специалист

Форма обучения
очная

НАЛЬЧИК 2023г.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень компетенций и этапы их формирования

Карта компетенции

Шифр и название компетенций:

ПКС-4. Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках.

Индикаторы достижения компетенции ПКС-4:

ПКС-4.1. Способен решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики.

Общая характеристика компетенции

Тип компетенции: профессиональная компетенция выпускника образовательной программы по направлению подготовки высшего образования 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, профиль «Фундаментальная математика», уровень ВО – специалитет.

1.1. Этапы формирования компетенций и средства оценивания

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины	Индикаторы достижений	Основные показатели оценки результатов обучения	Вид оценочного средства
ПКС-4. Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках.	**ПКС-4.1.** Способен решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики.	**Знать** основные задачи и области применения методов математического моделирования	Оценочные материалы для контрольной работы Типовые тестовые задания Оценочные материалы для проведения коллоквиума Типовые оценочные материалы к зачету с оценкой
		Уметь ставить задачи исследования и оптимизации сложных объектов на основе методов математического моделирования	
		Владеть навыками применения математического аппарата к исследуемым моделям	

1.2. Критерии формирования оценок на различных этапах их формирования

Текущий и рубежный контроль. Оценка регулярности, своевременности и качества выполнения обучающимся учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость обучающегося по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение отдельных тем и выполнение отдельных видов работ. Общий балл складывается в результате проведения текущего и рубежного контроля по дисциплине:

Этап (уровень)	**Первый этап (уровень)**	**Второй этап (уровень)**	**Третий этап (уровень)**
Баллы	36-50 баллов	51-60 баллов	61-70 баллов
Характеристика	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение домашнего задания. Частичное выполнение заданий контрольных работ, тестовых заданий на оценку «удовлетворительно».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение домашнего задания. Выполнение заданий на коллоквиуме на оценку «хорошо».	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение домашнего задания, заданий контрольных работ. Выполнение заданий на коллоквиуме на оценку «отлично».

На первом (начальном) этапе формирования компетенции формируются знания, умения и навыки, составляющие базовую основу компетенции, без которой невозможно ее дальнейшее развитие. Обучающийся воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу.

На втором (основном) этапе формирования компетенции приобретается опыт деятельности, когда отдельные компоненты компетенции начинают «работать» в комплексе и происходит выработка индивидуального алгоритма продуктивных действий, направленных на достижение поставленной цели.

На этом этапе обучающийся осваивает аналитические действия с предметными знаниями по конкретной дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя координирование хода работы, переносит знания и умения на новые условия.

Третий (завершающий) этап – это овладение компетенцией. Обучающийся способен использовать знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях. По результатам этого этапа обучающийся демонстрирует итоговый уровень сформированности компетенции.

Промежуточная аттестация (Зачет)

Оценка	***Не зачтено***	***Зачтено***
Баллы	36-60 баллов	61-70 баллов
Характеристика	Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и	Студент показывает полные и глубокие знания

	рубежного контроля, на дифференцированном зачете не дал полного ответа ни на один вопрос, не сделал пример. студент показывает недостаточные знания программного материала, не способен аргументированно и последовательно его излагать, допускается грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на поставленный вопрос или затрудняется с ответом.	программного материала, логично и аргументировано отвечает на поставленный вопрос, а также дополнительные вопросы, показывает высокий уровень теоретических знаний. - студент показывает глубокие знания программного материала, грамотно его излагает, достаточно полно отвечает на поставленный вопрос и дополнительные вопросы, умело формулирует выводы. В тоже время при ответе допускает несущественные погрешности. - студент показывает достаточные, но не глубокие знания программного материала; при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. Для получения правильного ответа требуется уточняющие вопросы.

На первом (начальном) этапе формирования компетенции формируются знания, умения и навыки, составляющие базовую основу компетенции, без которой невозможно ее дальнейшее развитие. Обучающийся воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу.

На втором (основном) этапе формирования компетенции приобретается опыт деятельности, когда отдельные компоненты компетенции начинают «работать» в комплексе и происходит выработка индивидуального алгоритма продуктивных действий, направленных на достижение поставленной цели. На этом этапе обучающийся осваивает аналитические действия с предметными знаниями по конкретной дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя координирование хода работы, переносит знания и умения на новые условия.

Третий (завершающий) этап – это овладение компетенцией. Обучающийся способен использовать знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях. По результатам этого этапа обучающийся демонстрирует итоговый уровень сформированности компетенции.

2. Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Перечень оценочных средств

№	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1.	Коллоквиум	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2.	Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
3.	Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам

3. Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности

3.1. Вопросы для коллоквиумов

Вопросы для оценки компетенции «ПКС-4»:

Тема 1. Общие сведения о кольцах и полях.

1. Определение кольца. Коммутативные и некоммутативные кольца.
2. Подкольцо; критерий подкольца. Поле.
3. Единицы и делители нуля в кольце. Целостные кольца.
4. Числовые поля. Расширение поля. Подполе. Поле гауссовых чисел.

Тема 2. Идеалы колец. Сравнения и классы вычетов по модулю идеала.

5. Идеал кольца. Главные идеалы. Кольцо главных идеалов.
6. Евклидовы кольца.
7. Факториальные кольца.
8. Сравнения по модулю идеала и их свойства.
9. Классы вычетов по модулю идеала. Фактор-кольцо по идеалу.

Тема 3. Ядро гомоморфизма кольца.

10. Гомоморфизм и изоморфизм колец. Свойства гомоморфного образа кольца.

11.Теоремы о ядре гомоморфизма.

12. Фактор-кольца по простым и максимальным идеалам.

13. Теоремы о фактор-кольцах по идеалам многочленов.

Тема 4. Конечные поля. Алгебраические расширения.

14.Поля. Конечные поля. Характеристика поля. Подполе. Расширение поля. Простые поля.

15. Алгебраические расширения.

Критерии формирования оценок по контрольным точкам (коллоквиум)

«отличный (высокий) уровень компетенции» (5 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 100%;

«хороший (нормальный) уровень компетенции» (4 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 70%;

«удовлетворительный (минимальный, пороговый) уровень компетенции» (3 балла) – ставится в случае, когда обучающийся затрудняется с правильной формулировкой теоретического материала, дает неполный ответ, демонстрирует знание теоретического материала на 50%;

«неудовлетворительный (ниже порогового) уровень компетенции» (2 и менее баллов) – ставится в случае, когда обучающийся дает неверную формулировкой теоретического материала, дает неверный ответ, демонстрирует незнание теоретического материала или знание материала менее чем на 40%.

3.2. Оценочные материалы для контрольной работы: **контролируемая компетенция ПКС-4.**

Вариант 1.

1. Найти количество делителей единицы в кольце многочленов $Z[i][x]$ над кольцом $Z[i]$ целых гауссовых чисел.

2. Найти делители нуля в кольце матриц $M_2(F_2)$ второго порядка над полем F_2.

3. В кольце $Z \times Z = \{(a,b) \vee a,b \in Z\}$ с операциями, заданными равенствами
$(a_1,b_1)+(a_2,b_2)=(a_1+a_2,b_1+b_2)$ и $(a_1,b_1)\cdot(a_2,b_2)=(a_1\cdot a_2,b_1\cdot b_2)$
найти делители нуля.

Вариант 2.

1. Доказать, что идеалами являются:

а) в кольце Z подкольца mZ;

б) в кольце $\{a+b\sqrt{3} \vee a,b \in Z\}$ подкольцо $\{a+b\sqrt{3} \vee a \in Z, b \in 2Z\}$;

в) в кольце $Z[i]$ целых гауссовых чисел подкольцо $\{a+bi \vee a,b \in 3Z\}$.

2. Доказать, что $R-$ кольцо с единицей и $L-$ идеал, то фактор-кольцо $\frac{R}{L}$ тоже имеет единицу.

3. Выяснить, лежат ли многочлены x^5-3x^2+x-7 и x^4+5 в одном и том же смежном классе $R[x]$ по идеалу (x^2+1).

Вариант 3.

1. В кольце $Z[i]$ целых гауссовых чисел найти идеалы, содержащие числа с модулем, не превосходящим числа 3.

2. В кольце скалярных целочисленных матриц найти идеалы, содержащие матрицы с определителем ≤ 9.
3. Найти все делители нуля гомоморфного образа $\varphi(Z)$ кольца целых чисел Z, если $ker\varphi = 6Z$.
4. Пусть $A = \{a + b\sqrt{3} | a, b \in Z\}$ и$J = \{a + b\sqrt{3} | a, b \in 6Z\}$ – его идеал. Найти классы вычетов по модулю идеала J.

Вариант 4.

1. Показать, что матрицы вида $\begin{pmatrix} a & b \\ -b & a \end{pmatrix}$ с вещественными числами $aиb$, образуют поле, изоморфное полю C комплексных чисел.

2. Доказать, что поле матриц вида $\begin{pmatrix} a & b \\ 2b & a \end{pmatrix}$ с рациональными $aиb$ изоморфно квадратичному полю $Q(\sqrt{2})$.

3. Показать, что множество двоичных последовательностей $(a_1, a_2, \dots a_n)$, где $a_i \in \{\overline{0}, \overline{1}\}$ с покомпонентным сложением и умножением, задаваемым по правилам:
1) $\overline{0} + \overline{0} = \overline{0}, \overline{0} + \overline{1} = \overline{1}, \overline{1} + \overline{0} = \overline{1}, \overline{1} + \overline{1} = \overline{0}$.
2) $\overline{0} \cdot \overline{0} = \overline{0}, \overline{0} \cdot \overline{1} = \overline{1} \cdot \overline{0} = \overline{0}, \overline{1} \cdot \overline{1} = \overline{1}$ образуют поле из 2^n элементов.

Вариант 5.

1. Образуют ли поле числа вида $a + b\sqrt[3]{2}$ с рациональными $aиb$ относительно операций сложения и умножения вещественных чисел.
2. Выяснить, образуют ли числа вида $a + b\sqrt{2}$ с рациональными $aиb$ поле относительно операций сложения и умножения в поле вещественных чисел.
3. Выяснить, образуют ли поле матрицы виды $\begin{pmatrix} a & 2b \\ b & a \end{pmatrix}$ с рациональными $aиb$ относительно сложения и умножения матриц.

Критерии формирования оценок по контрольным точкам (контрольные работы)

5 баллов - правильно выполнены все задания, продемонстрирован высокий уровень владения материалом, проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

4 балла - правильно выполнена большая часть заданий, присутствуют незначительные ошибки, продемонстрирован хороший уровень владения материалом, проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

2 балла - задания выполнены менее чем наполовину, продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом, проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

1 балл - дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса существенными ошибками в определениях.

0 баллов - при полном несоответствии всем критериям и отсутствии ответа.

3.3. Типовые тестовые задания по дисциплине «Конечные кольца и поля» (контролируемая компетенция ПКС-4):

V1: top
V2: Конечные кольца и поля
V3: Сравнения по числовому модулю
I: -
S:
Если $ka \equiv kb(\operatorname{mod} m)$, то $a \equiv b(\operatorname{mod} m)$ при:
+:
$(k,m)=1$
-:
любом $k \neq 0$
-:
$k \mid m$
-:
$k \neq m$
I: -
S:
Если $ka \equiv kb(\operatorname{mod} km)$, то $a \equiv b(\operatorname{mod} m)$ при:
+:
$k \neq 0$
-:
любом целом k
-:
$k = 0$
-:
$k \mid m$
I: -
S:
Отношение сравнимости в кольце Z целых чисел является отношением:
+: эквивалентности
-: порядка
-: строгого порядка
-: частичного порядка
I: -
S:
Если $a \equiv b(\operatorname{mod} m)$, то:
+:
$m \mid a-b$
-:
$m \nmid a-b$
-:
$m \mid a+b$

-:

$a-b=m$

I: -

S:

Если $a \equiv b(\mathrm{mod}\, m_1)$ и $a \equiv b(\mathrm{mod}\, m_2)$, то:

+:

$a \equiv b(\mathrm{mod}[m_1, m_2])$

-:

$a \equiv b(\mathrm{mod}(m_1 \cdot m_2))$

-:

$a \equiv b(\mathrm{mod}(m_1, m_2))$

-:

$a \equiv b(\mathrm{mod}\, m_1 + m_2)$

I: -

S:

Если $a \equiv b(\mathrm{mod}\, m)$ и (m) - главный идеал, то:

+:

$a-b \in (m)$

-:

$a \in (m)$

-:

$b \in (m)$

-:

$a \cdot b \in (m)$

I: -

S:

Если (m) - главный идеал в Z и $a, b \in m$, то:

+:

$m \mid a$

-:

$m \nmid a$

-:

$a < m$

-:

$a > m$

I: -

S:

Если (m) - главный идеал в Z и $a, b \in m$, то:

+:

$a \cdot b \in (m)$

-:

$m \nmid a + b$

-:

$m \nmid a - b$

-:

$ab \mid m$

I: -

S:

Если $a \equiv b \pmod{m}$, то:

+:

$a - b \in (m)$

-:

$a + b \in (m)$

-:

$a \cdot b \in (m)$

-:

$a - b \mid m$

I: -

S:

Если $a \equiv b + km \pmod{m}$, то:

+:

$a \equiv b \pmod{m}$

-:

$a = b + (k+1)m$

-:

$a - b \in (km)$

-:

$km \mid a - b$

V1: top

V2: Классы вычетов по числовому модулю

I: -

S:

Класс вычетов по модулю m состоит из чисел:

+:

сравнимых по модулю m

-:

делящихся на m

-:

делящих m

-:

не делящихся на m

I: -
S:
Два класса вычетов $\overline{a}$ и $\overline{b}$ по модулю m равны, если:
+:
$a \equiv b(\mathrm{mod}\, m)$
-:
$a | m$ и $b | m$
-:
$a - b | m$
-:
$|\overline{a}| = |\overline{b}|$
I: -
S:
Если $a \neq b(\mathrm{mod}\, m)$, то:
+:
$\overline{a} \cap \overline{b} = \varnothing$
-:
$\overline{a} \cap \overline{b} \neq \varnothing$
-:
$\overline{a} = \overline{b}$
-:
$a \in \overline{a} \cap \overline{b}$
I: -
S:
Класс вычетов по модулю m, содержащий число r состоит из чисел вида:
+:
$r + mt \ \ \forall t \in Z$
-:
rm
-:
$m + rt \ \ \forall t \in Z$
-:
$r - mt \ \ \forall t \in Z$
I: -
S:
Два числа a и b принадлежат одному и тому же классу вычетов, если:
+:
a и b имеют один и тот же остаток при делении на m
-:
$m \nmid a - b$
-:
$m | a \cdot b$

-:
$a \neq b(\bmod m)$
I: -
S:
Если $a \equiv b(\bmod m)$, то:
+:
$\overline{a} \cap \overline{b} = \overline{a}$
-:
$\overline{a} \cap \overline{b} \neq \overline{a}$
-:
$\overline{a} \cap \overline{b} \neq \overline{b}$
-:
$\overline{a} \cap \overline{b} = \varnothing$
I: -
S:
Число классов вычетов по модулю m, взаимно простых с m равно:
+:
$\varphi(m)$, где $\varphi(m)$ - функция Эйлера
-:
m
-:
$m-1$
-:
$\varphi(m)-1$
I: -
S: Число 34 принадлежит по модулю 6 классу вычетов:
+:
$\overline{4}$
-:
$\overline{1}$
-:
$\overline{5}$
-:
$\overline{2}$

V1: top
V2: Операции над классами вычетов
I: -
S:
Сумма классов вычетов $C_k + C_l$ по модулю m, есть класс, содержащий:
+:
$k+l$

-:
$\bar{k}+\bar{l}$
-:
$k-l$
-:
$k \cdot l$
I: -
S:
Произведение классов вычетов $C_k \cdot C_l$ по модулю m есть класс, содержащий:
+:
$k \cdot l$
-:
$\bar{k} \cdot \bar{l}$
-:
$k-l$
-:
$k+l$
I: -
S:
Классы вычетов по модулю m образуют группу относительно операции:
+: сложения
-: умножения
-: вычитания
-: деления
I: -
S:
Классы вычетов, взаимно простых с модулем m образуют группу относительно операции
+: умножения
-: сложения
-: вычитания
-: деления

V1: top
V2: Кольцо классов вычетов по числовому модулю
I: -
S:
Кольцо классов вычетов по модулю m является полем, если m равно:
+: 13
-: 27
-: 10
-: 6
I: -
S:
Кольцо классов вычетов по модулю m не является полем, если m равно:

+: 8
-: 3
-: 5
-: 7
I: -
S:
Кольцо классов вычетов по модулю m не имеет делители нуля, если m равно:
+: 19
-: 16
-: 22
-: 25
I: -
S:
Кольцо классов вычетов по модулю m имеет делители нуля при m равном:
+: 4
-: 2
-: 3
-: 5
I: -
S:
Кольцо классов вычетов Z_{12} является:
+: кольцом с делителями нуля
-: областью целостности
-: полем
-: кольцом без делителей нуля

I: -
S:
Кольцо классов вычетов Z_m является целостным кольцом при m равном:
+: 23
-: 21
-: 25
-: 27
I: -
S:
Кольцо классов вычетов Z_m не является целостным кольцом при m равном:
+: 9
-: 7
-: 11
-: 13
I: -
S:
Кольцо классов вычетов Z_m является полем, если:

+:

m - простое

-:

m - составное

-:

$m \neq 1$

-:

m - степень простого числа

V1: top

V2: Конечные поля

I: -

S: Число элементов некоторого конечного поля равно:

+: 8

-: 6

-: 10

-: 12

I: -

S: Число элементов некоторого простого конечного поля равно:

+: 11

-: 6

-: 16

-: 21

I: -

S:

Число элементов любого конечного поля F равно:

+: некоторой степени его характеристики

-: простому числу

-: составному числу

-: $CharF$

I: -

S: Число элементов некоторого простого конечного поля равно:

+: 2

-: 4

-: 6

-: 8

V1: top

V2: Сравнения и классы вычетов по модулю идеала

I: -

S:

Отношение сравнимости в кольце K по модулю идеала I является отношением:

+: Эквивалентности

-: Частичного порядка

-: Порядка

-: Строгого порядка
I: -
S: Сравнение $a \equiv b(\operatorname{mod} I)$ по модулю идеала I кольца K превращается в обычное сравнение по модулю элемента $m \in K$, если:
+:
$I \neq (m)$
-:
I - главный идеал
-:
I не является главным идеалом
-:
$I = (m)$
I: -
S:
Если элементы a и b кольца $(K,+,\cdot)$ сравнимы по модулю идеала I кольца K, то:
+:
$a - b \in I$
-:
$a \pm b \in I$
-:
$a = b + qt$; $q,t \in K$
-:
$b - a \notin I$

V1: top
V2. Гомоморфизм колец. Ядро гомоморфизма колец
I: -
S: Гомоморфизм кольца K в кольцо K' есть отображение f, для которого:
+: $f(a+b) = f(a) + f(b)$ и $f(a \cdot b) = f(a) \cdot f(b)$
-: f - взаимно однозначно
-: $f(a+b) = f(a) + f(b)$
-: $f(a \cdot b) = f(a) \cdot f(b)$
I: -
S:
Ядро гомоморфизма $\ker f$ кольца K в кольцо K' является:
+:
Идеалом кольца K
-:
Идеалом кольца K'
-:
Множество элементов кольца K отображающихся в единицу поля K'

-:

$f^{-1}(K')$ - прообразом кольца K'

I: -

S:

Гомоморфный образ $f(K)$ кольца K в кольцо K' изоморфен:

+:

Фактор-кольцу $K/\ker f$ по ядру гомоморфизма

-:

Ядру $\ker f$

-:

Кольцу K

-:

Кольцу K'

I: -

S:

Если φ - гомоморфизм колец K и K', то φ является изоморфизмом, если:

+:

$\ker\varphi = \{0\}$

-:

$\ker\varphi = K$

-:

$\ker\varphi = K'$

-:

$\ker\ \varphi \neq \{0\}$

I: -

S:

Гомоморфный образ $f(K)$ кольца K на кольцо K' изоморфен:

+:

Фактор-кольцу $K/\ker\varphi$

-:

Фактор-кольцу $K/\{0\}$

-:

Кольцу K'

-:

Фактор-кольцу $K'/\ker\varphi$

I: -

S:

Если отображение $\varphi : M_2(C) \Rightarrow C$ определено равенством $\varphi(A) = \det A$, то:

+:

$\varphi(A+B) \neq \varphi(A) + \varphi(B)$

-:

φ - гомоморфизм колец $M_2(C)$ и C

-:

φ - изоморфизм колец $M_2(C)$ и C

-:

$\varphi(A+B)=\varphi(A)+\varphi(B)$

V1: top
V2. Операции над классами вычетов по модулю идеала
I: -
S:
Сумма классов вычетов $(a+I)+(b+I)$ - это класс вычетов по модулю I, который содержи
+:
$a+b$
-:
$a-b$
-:
$a+I$
-:
$b+I$
I: -
S:
Разность классов вычетов $(a+I)-(b+I)$ - это класс вычетов по $\bmod I$, который содержит
+:
$a-b$
-:
$a+I$
-:
$a+b$
-:
$(a-b)+I$
I: -
S:
Если $x\in(a+I)+(b+I)$, то:
+:
$x\equiv a+b(\bmod I)$
-:
$x=a+b$
-:
$x=a+b+I$
-:
$x\equiv a(\bmod I)$ и $x\equiv b(\bmod I)$

I: -
S:
Если $x \in (a+I)-(b+I)$, то:
+:
$x \equiv a-b(\mathrm{mod}\, I)$
-:
$x = a-b$
-:
$x = a-b+I$
-:
$x \in a+I$ и $x \in b+I$
I: -
S:
Произведение классов вычетов $(a+I)\cdot(b+I)$ - это класс вычетов по модулю I, который содержит:
+:
$x = a\cdot b$
-:
$a\cdot b+I$
-: Хотя бы один из этих классов вычетов
-: Оба класса вычетов
I: -
S:
Если $x \in (a+I)\cdot(b+I)$, то:
+:
$x \equiv a\cdot b(\mathrm{mod}\, I)$
-:
$x = a\cdot b$
-:
$x = a\cdot b+I$
-:
$x - a\cdot b \notin I$
I: -
S:
Если $I=(m)$ - главный идеал и $x \in (a+I)+(b+I)$, то:
+:
$x \equiv a+b(\mathrm{mod}\, m)$
-:
$x = a+b+2m$
-:
$x = a+b+2mt$, где $t \in Z$

-:

$x \equiv a(\bmod m)$ и $x \equiv b(\bmod m)$

I: -

S:

Если $I = (m)$ - главный идеал и $x \in (a + I) \cdot (b + I)$, то:

+:

$x \equiv a \cdot b(\bmod m)$

-:

$x = a \cdot b + m^2$

-:

$x \neq a \cdot b(\bmod m)$

-:

$x \equiv a(\bmod m)$ и $x \equiv b(\bmod m)$

V1: top

V2: Кольца и поля

I: -

S: Кольцо $(K,+,\cdot)$ является коммутативным, если в нем:

+: операция умножения коммутативна

-: операция сложения коммутативна

-: операция вычитания коммутативна

-: аддитивная группа кольца коммутативна

I: -

S: Кольцом относительно сложения и умножения чисел является множество:

+: четных чисел

-: целых положительных чисел

-: нечетных чисел

-: неотрицательных чисел

I: -

S: Кольцо $(K,+,\cdot)$ обладает единицей, если:

+: $\forall a \in K \;\; \exists e \in K$, что $a \cdot e = e \cdot a = a$

-: $\forall a \in K \;\; \exists e \in K$, что $a \cdot e = a$

-: $\forall a \in K \;\; \exists e \in K$, что $a + e = a$

-: $\forall a \in K \;\; \exists e \in K$, что $a + e = e + a = a$

I: -

S:

В некоммутативном кольце $(K,+,\cdot)$ справедлива формула:

+: $(a+b)^2 = a^2 + ab + ba + b^2$

-: $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

-: $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

-: $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

I: -

S: Коммутативным кольцом относительно сложения и умножения вещественных матриц 2-го порядка является множество:

+: $\begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & b \end{pmatrix}$

-: $\begin{pmatrix} 0 & a \\ b & 0 \end{pmatrix}$

-: $\begin{pmatrix} a & c \\ 0 & b \end{pmatrix}$

-: $\begin{pmatrix} a & 0 \\ c & b \end{pmatrix}$

I: -

S: Кольцом с единицей относительно сложения и умножения чисел является множество:

+: целых чисел

-: нечетных чисел

-: четных чисел

-: множество N натуральных чисел

I: -

S: Кольцом относительно сложения и умножения чисел является множество:

+:

nZ, кратных числу n

-: целых отрицательных чисел

-: четных положительных чисел

-: всех вещественных чисел без нуля

V1: top

V2: Делимость элементов в кольце

I: -

S: Если $a \mid b$ в кольце K, то:

+: $\exists x \in K$, что $ax = b$

-: $\exists x \in K$, что $bx = a$

-: $a \nmid b + a$

-: $b \mid a$

I: -

Из делимости $a \mid b$ в кольце K без делителей нуля следует, что число решений уравнения

S: $ax = b$ равно:

+: 1

-: 0

-: $b-a$

-: $\frac{b}{a}$

I: -

S:

В кольце целых чисел Z из делимостей $b \mid a$ и $a \mid b$ следует, что:

+: $a=\pm b$

-: $a=b$

-: $a \cdot b<0$

-: $a \cdot b>0$

V1: top

V2: Понятие поля

I: -

S: Полем является кольцо:

+: Q рациональных чисел

-: Z целых чисел

-: вещественных многочленов $R[x]$

-: матриц $M_2(Z)$

I: -

S: В каждом поле P число решений уравнения $ax=b$, $a,b \in P$, $a \neq 0$ равно:

+: 1

-: 0

-: ∞

-: 2

I: -

S: Поле не имеет:

+: делителей нуля

-: единицы

-: нуля

-: делителей единицы

I: -

S: В каждом поле P число решений уравнения $ax=0$, $a \in P$, $a \neq 0$ равно:

+: 1

-: 0

-: 2

-: ∞

I: -

S: Полем является целостное кольцо, каждый ненулевой элемент которого является:

+: обратимым

-: делителем нуля

-: необратимым

-: единицей

I: -
S: Полем является кольцо:
+: вещественных скалярных матриц
-: Z целых чисел
-: целочисленных многочленов $Z[x]$
-: матриц $M_2(Z)$
I: -
S: Полем является:
+: коммутативное тело
-: любое тело
-: целостное кольцо
-: кольцо без делителей нуля
I: -
S: В каждом поле P число решений уравнения $ax = 1$, $a \in P$, $a \neq 0$ равно:
+: 1
-: 0
-: 2
-: ∞
I: -
S: Полем является область целостности, каждый ненулевой элемент которого является:
+: обратимым
-: единицей
-: необратимым
-: делителем нуля

V1: top
V2: Характеристика поля
I: -
S: Характеристика конечного поля равна:
+: простому числу
-: 0
-: 1
-: составному числу
I: -
S: Нулевую характеристику имеет поле:
+: комплексных чисел
-: конечное поле
-: $Z[i]$ целых гауссовых чисел
-: вещественных многочленов
I: -
S: Конечное целостное кольцо имеет характеристику, равную:
+: простому числу
-: 0
-: 1

-: ∞
I: -
S: Если конечное поле содержит 13 элементов, то его характеристика равна:
+: 13
-: 1
-: 12
-: 14
I: -
S: Нулевую характеристику имеет поле:
+: рациональных чисел
-: конечное
-: вещественных матриц $M_2(R)$
-: $Z[i]$ целых гауссовых чисел
I: -
S: Если конечное поле содержит 37 элементов, то его характеристика равна:
+: 37
-: 0
-: 36
-: 38
I: -
S: Характеристика конечного поля равна:
+: простому числу
-: ∞
-: 0
-: целому числу
I: -
S: Конечное поле имеет характеристику, равную:
+: 17
-: 0
-: 6
-: 9

Критерии формирования оценок по тестовым заданиям:

По итогам выполнения тестовых заданий оценка производится по пятибалльной шкале. При правильных ответах на:

- 89-100% заданий – «5» (баллов);
- 70-88% заданий – «4» баллов);
- 50-69% заданий – «3» (балла);
- 30-49% заданий – «2» (балла);
- 10-29% заданий – «1» (балл);
- менее 10% заданий – «0» (баллов).

4. Вопросы к зачету по дисциплине
«Конечные кольца и поля»

№	Вопрос	Код компетенции

		(согласно РПД)
1.	Числовые поля. Расширения поля.	ПКС-4
2.	Поле, подполе; примеры.	ПКС-4
3.	Теорема о конечном целостном кольце	ПКС-4
4.	Поле комплексных чисел как расширение поля действительных чисел	ПКС-4
5.	Идеалы колец; примеры	ПКС-4
6.	Фактор-кольцо по идеалу	ПКС-4
7.	Теорема о том, что кольцо целых чисел –кольцо главных идеалов.	ПКС-4
8.	Теорема о ядре гомоморфизма кольца	ПКС-4
9.	Теорема о гомоморфном образе кольца	ПКС-4
10.	Кольцо классов вычетов по числовому модулю	ПКС-4
11.	Теореме о фактор-кольце кольца многочленов по идеалу приводимого многочлена	ПКС-4
12.	Сравнения и классы вычетов по модулю идеала	ПКС-4
13.	Кольцо классов вычетов по модулю идеала	ПКС-4
14.	Кольцо классов вычетов по простому модулю	ПКС-4
15.	Теорема о фактор-кольце кольца многочленов по идеалу неприводимого многочлена	ПКС-4
16.	Теорема о делителях единицы кольца	ПКС-4
17.	Простые поля. Конечные поля	ПКС-4
18.	Теорема об алгебраичности конечного расширения	ПКС-4
19.	Теорема о степенях конечных расширений	ПКС-4
20.	Строение простого алгебраического расширения	ПКС-4
21.	Теорема о характеристике конечного поля	ПКС-4
22.	Поле разложения многочлена	ПКС-4
23.	Теорема о числе элементов конечного поля	ПКС-4
24.	Способы задания конечного поля	ПКС-4
25.	Кольца главных идеалов	ПКС-4
26.	Теорема об идеалах в кольце многочленов	ПКС-4

27.	Строение конечных полей	ПКС-4
28.	Способы построения конечных полей	ПКС-4