

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ОПОП
 М.С. Нирова

«12» августа 2023 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ)
ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

«КРАЕВЫЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ
УРАВНЕНИЙ ВТОРОГО И ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКОВ»

Программа специалитета
01.05.01 Фундаментальная математика и механика
(код и наименование программы специалитета)

Направленность (профиль)
Фундаментальная математика
(наименование направленности (профиля))

Квалификация (степень) выпускника
специалист

Форма обучения
очная

НАЛЬЧИК 2023г.

СОДЕРЖАНИЕ

1.	Перечень компетенций и этапы их формирования	3
2.	Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы	6
3.	Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности	6
4.	Экзаменационные вопросы по дисциплине	27
5.	Тематика курсовых работ	27

1. Перечень компетенций и этапы их формирования

Карта компетенции

Шифр и название компетенций:

ПКС-4. Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках.

Индикаторы достижения компетенции ПКС-4:

ПКС-4.1. Способен решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики.

ПКС-4.2. Способен применять методы математического моделирования в естественных науках.

Общая характеристика компетенции

Тип компетенции: профессиональная компетенция выпускника образовательной программы 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, профиль «Фундаментальная математика», уровень ВО – специалитет.

1.1. Этапы формирования компетенций и средства оценивания

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины	Индикаторы достижений	Основные показатели оценки результатов обучения	Вид оценочного средства
<p>ПКС-4. Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках.</p>	<p>ПКС-4.1. Способен решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики.</p> <p>ПКС-4.2. Способен применять методы математического моделирования в естественных науках.</p>	<p>Знать: понятие постановки задачи; корректно поставленные классические задачи в соответствии с профилем подготовки; постановки задач в прикладных областях знаний; Методику преподавания математики.</p> <p>Уметь: дифференцировать корректные и некорректные задачи согласно профилю подготовки; выполнять постановки классических задач в соответствии с профилем подготовки; математически грамотно формулировать естественнонаучные задачи; использовать полученные знания при преподавании математики в средней школе.</p> <p>Владеть: навыками исследования простейших корректных задач математики; методами постановки корректных задач согласно профилю подготовки;</p>	<p>Оценочные материалы для контрольной работы</p> <p>Типовые тестовые задания</p> <p>Оценочные материалы для проведения коллоквиума</p> <p>Типовые оценочные материалы к экзамену</p>

		способностью формулировать корректные естественнонаучные задачи; методикой преподавания различных разделов математики в средней школе.	
--	--	--	--

1.2. Критерии формирования оценок на различных этапах их формирования

Текущий и рубежный контроль

Оценка регулярности, своевременности и качества выполнения обучающимся учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость обучающегося по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение отдельных тем и выполнение отдельных видов работ. Общий балл складывается в результате проведения текущего и рубежного контроля по дисциплине:

Этап (уровень)	Первый этап (уровень)	Второй этап (уровень)	Третий этап (уровень)
Баллы	36-50 баллов	51-60 баллов	61-70 баллов
Характеристика	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение домашнего задания. Частичное выполнение заданий контрольных работ, тестовых заданий на оценку «удовлетворительно».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение домашнего задания. Выполнение заданий на коллоквиуме на оценку «хорошо».	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение домашнего задания, заданий контрольных работ. Выполнение заданий на коллоквиуме на оценку «отлично».

На первом (начальном) этапе формирования компетенции формируются знания, умения и навыки, составляющие базовую основу компетенции, без которой невозможно ее дальнейшее развитие. Обучающийся воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу.

На втором (основном) этапе формирования компетенции приобретает опыт деятельности, когда отдельные компоненты компетенции начинают «работать» в комплексе и происходит выработка индивидуального алгоритма продуктивных действий, направленных на достижение поставленной цели.

На этом этапе обучающийся осваивает аналитические действия с предметными знаниями по конкретной дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя координирование хода работы, переносит знания и умения на новые условия.

Третий (завершающий) этап – это овладение компетенцией. Обучающийся способен использовать знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях. По результатам этого этапа обучающийся демонстрирует итоговый уровень сформированности компетенции.

Промежуточная аттестация (Экзамен)

Семестр	Шкала оценивания			
	Неудовлетворительно (36-60 баллов)	Удовлетворительно (61-80 баллов)	Хорошо (81-90 баллов)	Отлично (91-100 баллов)
8	<p>Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос, не сделал пример.</p> <p>Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос, а пример сделан неправильно.</p>	<p>Студент имеет 36-50 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй, а пример сделан не верно.</p> <p>Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на оба вопроса, а пример не сделан.</p> <p>Студент имеет по итогам текущего и рубежного контроля 61-70 баллов на экзамене не дал полного ответа ни на один вопрос. В решении примера есть грубая ошибка, которая повлияла на ответ, вследствие чего пример сделан не верно</p>	<p>Студент имеет 51-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Пример сделан верно.</p> <p>Студент имеет 61 – 65 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично ответил на второй, и в примере есть недочеты, которые не повлияли на ответ.</p> <p>Студент имеет 66-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос. В примере есть</p>	<p>Студент имеет 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй, и пример сделан правильно.</p> <p>Или же студент на оба вопроса ответил верно, а в задаче, есть неточности, которые не повлияли на ответ.</p>

			неточности, которые повлияли на ответ.	не на
--	--	--	--	-------

2. Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Перечень оценочных средств

№	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1.	Коллоквиум	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2.	Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
3.	Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам

3. Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности

3.1. Вопросы для коллоквиумов

Вопросы для оценки компетенции «ПКС-4»:

Тема 1. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка. Сведение дифференциального уравнения к самосопряженной форме.

1. Дифференциальные уравнения первого порядка.
2. Однородные и неоднородные уравнения.
3. Линейные неоднородные уравнения второго порядка.
4. Сопряженная форма.

Тема 2. Однородные и неоднородные краевые условия. Однородная и неоднородная краевая задача. Число решений краевой задачи. Существование и единственность решения неоднородной краевой задачи.

1. Однородные и неоднородные краевые условия.
2. Виды краевых задач
3. Количество решений краевой задачи.
4. Существование и единственность решения краевой задачи.

Тема 3. Определение функции Грина для однородной краевой задачи.

1. Функция Грина.

2. Однородная краевая задача и функция Грина.

Тема 4. Существование и единственность функции Грина.

1. Существование функции Грина.
2. Единственность функции Грина.

Тема 5. Симметрия функции Грина. Обобщение функции Грина.

1. Симметрия функции Грина.
2. Обобщение функции Грина.

Тема 6. Интегральное представление решения краевой задачи.

1. Интегральные преобразования.
2. Интегральное представление решения однородной краевой задачи.
3. Интегральное представление решения неоднородной краевой задачи.

Тема 7. Собственные значения и собственные функции однородной краевой задачи. Задача Штурма-Лиувилля.

1. Собственные числа.
2. Собственные значения.
3. Собственные значения и собственные функции однородной краевой задачи. Задача Штурма-Лиувилля.

Тема 8. Существование собственных значений. Знак собственных значений. Ортогональность собственных функций.

1. Существование собственных значений.
2. Знак собственных значений.
3. Ортогональность собственных функций.

Тема 9. Экстремальные свойства собственных значений функций. Теорема Куранта.

1. Свойства собственных значений функций.
2. Теорема Куранта

Тема 10. Максимально-минимальное свойство собственных значений. Асимптотическое выражение для собственных функций.

1. Максимально-минимальное свойство собственных значений.
2. Асимптотическое выражение для собственных функций.

Тема 11. Разложение в ряд Фурье по собственным функциям. Теоремы разложения Стеклова

1. Ряд Фурье.
2. Разложение в ряд Фурье по собственным функциям.
3. Теоремы разложения Стеклова.

Тема 12. Обоснование метода Фурье для решения начально-краевых задач для уравнений параболического и гиперболического типов.

1. Метод Фурье для решения начально-краевых задач для уравнений параболического типа.
2. Метод Фурье для решения начально-краевых задач для уравнений гиперболического типа.

Тема 13. Интегральные уравнения Фредгольма. Определения. Примеры.

1. Интегральное уравнение Фредгольма 1-го рода.
2. Интегральное уравнение Фредгольма 2-го рода.
3. Альтернатива Фредгольма.

Тема 14. Задачи, сводящиеся к линейным интегральным уравнениям. Теоремы Фредгольма.

1. Виды задач, сводимых к интегральным уравнениям.
2. Теоремы Фредгольма.
- 3.

Критерии формирования оценок по контрольным точкам (коллоквиум)

«отличный (высокий) уровень компетенции» (5 баллов) - ставится в случае, когда

обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 100%;

«хороший (нормальный) уровень компетенции» (4 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 70%;

«удовлетворительный (минимальный, пороговый) уровень компетенции» (3 балла) – ставится в случае, когда обучающийся затрудняется с правильной формулировкой теоретического материала, дает неполный ответ, демонстрирует знание теоретического материала на 50%;

«неудовлетворительный (ниже порогового) уровень компетенции» (2 и менее баллов) – ставится в случае, когда обучающийся дает неверную формулировку теоретического материала, дает неверный ответ, демонстрирует незнание теоретического материала или знание материала менее чем на 40%.

3.2. Оценочные материалы для контрольной работы: контролируемые компетенции ПКС-4.

Вариант №1

- 1) Найти решение краевой задачи $x^4 y'' = (y - xy')^3$; $y(1) = 1, y'(1) = 1$.
- 2) Решить краевую задачу $u^4 - y^2 y'' = 1$; $y(0) = \sqrt{2}, y'(0) = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

- 3) Найти решение задачи $x^2 y'' + 3xy' + y = \frac{1}{x}$, $y(1) = 1, y'(1) = 0$.

Вариант №2

- 1) Для данной краевой задачи построить функцию Грина $y'' = f(x), y(0) = 0, y(1) = 0$.
- 2) Решить краевую задачу $y'' - y' - 2y = 0, y'(0) = 2, y(+\infty) = 0$.
- 3) Найти наименьшее положительное p при котором у краевой задачи не существует функции Грина $y'' + py = \cos 3x, y(0) = 3, y(1) = 5$.
- 4) Используя функцию Грина, решить краевую задачу: $y'' - y = x, y(0) = y(1) = 0$.

Вариант №3

- 1) Найти собственные значения и собственные функции задачи Штурма-Лиувилля

$$y'' + \lambda y = 0, \quad y'\left(\frac{1}{2}\right) = y\left(\frac{3}{2}\right) = 0.$$

- 2) Найти собственные значения и собственные функции краевой задачи. Вычислить норму собственных значений.

$$x^2 y'' - 2xy' + 2y = 0, \quad y'(0) + y(0) = 1, \quad y'(1) - y(1) = 1.$$

- 3) В указанной области найти отличные от тождественного нуля решения дифференциального уравнения, удовлетворяющие заданным краевым условиям (Задача Штурма-Лиувилля).

$$1. \quad \begin{cases} y'' + \lambda y = 0, & 1 \leq x \leq 2, \\ y(1) = y'(2) = 0. \end{cases}$$

Вариант №4

1. Разложить функцию $f(x)$ на интервале $(-\pi; \pi)$ в ряд Фурье
а) $f(x) = x$.

- b) $f(x) = x^2$.
 c) $f(x) = x - 2$.
2. Исследовать и разложить функцию $f(x)$ в ряд Фурье по синусам или косинусам:
 a) $f(x) = x$.
 b) $f(x) = |x|$.
 c) $f(x) = x^2$.
3. Решить краевую задачу Штурма-Лиувилля:
 a) $y'' + \lambda y = 0, y(0) = y(1) = 0$.
 b) $y'' + \lambda y = 0, y(0) = y'(2) = 0$.
 c) $y'' + \lambda y = 0, y'(0) = y(\pi) = 0$

Вариант №5

1. Решить интегральное уравнение Фредгольма:
 a) $u(x) = \frac{5}{6}x + \frac{1}{2} \int_0^1 xtu(t)dt$.
 b) $u(x) = e^x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \int_0^1 u(t)dt$.
 c) $u(x) = \sin x - \frac{x}{4} + \frac{1}{4} \int_0^1 xtu(t)dt$.
2. Найти решение интегральных уравнений Вольтерра:
 a) $u(x) = x + \int_0^x (t-x)u(t)dt$.
 b) $u(x) = 1 + \int_0^x (t-x)u(t)dt$.
 c) $u(x) = -2\cos x + x + 2 + \int_0^x (t-x)u(t)dt$.
3. Составить интегральные уравнения, соответствующие дифференциальным уравнениям с заданными начальными условиями.
 a) $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1$.
 b) $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - 5 \frac{\partial y}{\partial x} + 6y = 0, y(0) = 0, y'(0) = -1$.
 c) $\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + y = \cos, y(0) = 0, y'(0) = 1$.

Критерии формирования оценок по контрольным точкам (контрольные работы)

5 баллов - правильно выполнены все задания, продемонстрирован высокий уровень владения материалом, проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

4 балла - правильно выполнена большая часть заданий, присутствуют незначительные ошибки, продемонстрирован хороший уровень владения материалом, проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

2 балла - задания выполнены менее чем наполовину, продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом, проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

1 балл - дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса существенными ошибками в определениях.

0 баллов - при полном несоответствии всем критериям и отсутствии ответа.

3.4. Перечень типовых задач для самостоятельной работы сформирован в соответствии с тематикой практических занятий по дисциплине «Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений второго и третьего порядков» контролируемые компетенции ПКС-4.

Тема 1. Постановка краевых задач для ОДУ высших порядков

1. Решить дифференциальные уравнения с разделяющимися переменным:

a) $xydx + (x + 1)dy = 0$,

b) $\sqrt{y^2 + 1}dx - xydy = 0$,

c) $(x^2 - 1)y' + 2xy^2 = 0, y(0) = 1$.

Методические рекомендации по решению примеров и задач.

Приступая к рассмотрению примеров и самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы основные понятия теории дифференциальных уравнений. Основная цель изучить основные понятия теории дифференциальных уравнений, рассмотреть постановку краевых задач второго и третьего порядков и уметь их решать.

2. Найти решение однородных дифференциальных уравнений:

a) $(x + 2y)dx - xdy = 0$,

b) $(x - y)dx + (x + y)dy = 0$,

c) $y^2 + x^2y' = xy \{y'\}$.

3. Решить дифференциальные уравнения второго порядка:

a) $y'' + y' - 2y = 0$,

b) $y'' - 4y' + 5y = 0$,

c) $y'' - 3y' + 2y = \sin x$,

d) $y'' - 5y' + 4y = 4x^2e^{2x}$.

4. Найти период свободных колебаний массы m , подвешенной к пружине, если движение происходит без сопротивления.

5. Решить следующие краевые задачи для дифференциальных уравнений второго порядка:

a) $y'' - y = 2x, y(0) = 0, y(1) = -1$.

b) $y'' + y' = 1, y'(0) = 1, y(1) = 1$.

c) $y'' - y' = 0, y(0) = -1, y'(1) = 2$.

Тема 2. Функция Грина однородной краевой задачи и ее свойства.

1. Построить функцию Грина для следующих краевых задач:

a) $y'' = f(x), y(0) = 0, y(1) = 0$.

b) $y'' + y = f(x), y'(0) = 0, y(\pi) = 0$.

c) $y'' + y' = f(x), y(0) = 0, y'(1) = 0$.

2. Исследовать на симметричность функции Грина для краевых задач:

a) $y'' + y = f(x), y(0) = y(\pi), y'(0) = y'(\pi)$

b) $y'' - y = f(x), y'(0) = 0, y'(2) + y(2) = 0$

c) $x^2y'' + 2xy' = f(x), y(1) = 0, y'(3) = 0$

3. Найти решение краевой задачи с помощью функции Грина:

a) $y'' + y = 2x, y(0) = 0, y(1) = -1$.

b) $y'' + y' = x, y'(0) = 1, y(1) = 1$.

c) $y'' - y' = 0, y(0) = -1, y'(1) = 2$

4. Найти скачок производной для краевой задачи:

a) $y'' - 3y' + 2y = f(x), y(0) = 0, y(3) = 0$.

b) $y'' - 5y' + 6y = f(x), y(0) = 0, y(2) = 0$.

c) $y'' - 3y' = f(x), y(0) = 0, y'(3) = 0$.

5. Решить краевую задачу третьего порядка:

a) $y''' - 3y' = f(x), y(0) = 0, y'(1) = 0, y''(1) = 0$.

b) $y''' - y = f(x), y(0) = 0, y(1) = 0, y''(0) = 0$.

c) $y''' + y'' - y' = f(x), y(0) = 0, y'(2) = 0, y''(0) = 0$.

Методические рекомендации по решению примеров и задач.

Приступая к рассмотрению примеров и самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы основные

понятия о функции Грина. Основная цель изучить основные свойства функции Грина и применение функции Грина для решения краевых задач второго и третьего порядков.

Тема 3. Собственные функции и собственные значения

1. Найти собственные значения краевой задачи:
 - a) $y'' = \lambda y, y(0) = 0, y(l) = 0.$
 - b) $y'' = \lambda y, y(0) = 0, y'(l) = 0.$
 - c) $y'' = \lambda y, y'(0) = 0, y'(l) = 0.$
2. Для следующих краевых задач найти собственные функции:
 - a) $y'' = \lambda y, y(0) = 0, y(l) = 0.$
 - b) $y'' = \lambda y, y(0) = 0, y'(l) = 0.$
 - c) $y'' = \lambda y, y'(0) = 0, y'(l) = 0.$
3. Для однородной краевой задачи найти собственные значения и собственные функции:
 - a) $y'' = \lambda y, y(0) = y(l) = 0, l > 0.$
 - b) $x^2 y'' = \lambda y, y(1) = 0, y(a) = 0, a > 1.$
 - c) $y'' = \lambda y, y(0) - y(1) = 0, y'(1) = 0.$

Методические рекомендации по решению примеров и задач.

Приступая к рассмотрению примеров и самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы основные понятия о собственных функциях и собственных значениях. Основная цель изучить свойства собственных значений и собственных функций и уметь их находить.

Тема 4. Теоремы разложения Стеклова.

4. Разложить функцию $f(x)$ на интервале $(-\pi; \pi)$ в ряд Фурье
 - d) $f(x) = x.$
 - e) $f(x) = x^2.$
 - f) $f(x) = x - 2.$
5. Исследовать и разложить функцию $f(x)$ в ряд Фурье по синусам или косинусам:
 - d) $f(x) = x.$
 - e) $f(x) = |x|.$
 - f) $f(x) = x^2.$
6. Выяснить, являются ли функции ортогональными в указанных промежутках:
 - a) $\phi_1(x) = x, \phi_2(x) = x^2, [0; 1].$
 - b) $\phi_1(x) = 1, \phi_2(x) = x - \frac{1}{2}, [0; 1].$
 - c) $\phi_1(x) = \sin x, \phi_2(x) = \cos x, [-\pi; \pi].$
7. Решить краевую задачу Штурма-Лиувилля:
 - d) $y'' + \lambda y = 0, y(0) = y(1) = 0.$
 - e) $y'' + \lambda y = 0, y(0) = y'(2) = 0.$
 - f) $y'' + \lambda y = 0, y'(0) = y(\pi) = 0$
8. Решить краевую задачу Штурма-Лиувилля с помощью теоремы Стеклова:
 - a) $y'' + \lambda y = 0, y(0) = y(2) = 0.$
 - b) $y'' + \lambda y = 0, y(1) = y'(2) = 0.$
 - c) $y'' + \lambda y = 0, y'(0) = y(\pi) = 0.$

Методические рекомендации по решению примеров и задач.

Приступая к рассмотрению примеров и самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы основные понятия о разложении функции в ряд Фурье и теоремы Стеклова. Основная цель изучить свойства ортогональных функций и разложение функции в ряд Фурье и с помощью теорем Стеклова решить краевые задачи.

Тема 5. Взаимосвязь краевых задач с теорией интегральных уравнений.

4. Решить интегральное уравнение Фредгольма:
 - d) $u(x) = \frac{5}{6}x + \frac{1}{2} \int_0^1 xtu(t)dt.$

$$\text{e) } u(x) = e^x + \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \int_0^1 u(t) dt.$$

$$\text{f) } u(x) = \sin x - \frac{x}{4} + \frac{1}{4} \int_0^1 xtu(t) dt.$$

5. Найти решение интегральных уравнений Вольтерра:

$$\text{d) } u(x) = x + \int_0^x (t-x)u(t) dt.$$

$$\text{e) } u(x) = 1 + \int_0^x (t-x)u(t) dt.$$

$$\text{f) } u(x) = -2\cos x + x + 2 + \int_0^x (t-x)u(t) dt.$$

6. Составить интегральные уравнения, соответствующие дифференциальным уравнениям с заданными начальными условиями.

$$\text{d) } \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + y = 0, y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

$$\text{e) } \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - 5 \frac{\partial y}{\partial x} + 6y = 0, y(0) = 0, y'(0) = -1.$$

$$\text{f) } \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + y = \cos, y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

Методические рекомендации по решению примеров и задач.

Приступая к рассмотрению примеров и самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы основные понятия об интегральных уравнениях Фредгольма и Вольтерра. Основная цель изучить основные свойства интегральных уравнений и применение их к решению дифференциальных уравнений.

Критерии формирования оценок по заданиям для самостоятельной работы студента (типовые задачи):

«отлично» (4 балла) - обучающийся показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно и логично его излагает. Свободно использует необходимые формулы при решении задач;

«хорошо» (3 балла) - обучающийся твердо знает материал, грамотно его излагает, но допускает неточности в процессе решения задач;

«удовлетворительно» (1-2 балла) - обучающийся имеет знания основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил его деталей, допускает отдельные неточности при решении задач;

«неудовлетворительно» (0 баллов) – обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

3.5. Типовые тестовые задания по дисциплине «Краевые задачи для ОДУ второго и третьего порядков» (контролируемые компетенции ПКС-4):

V1: top

V1: Исследование различных дифференциальных уравнений. Краевые задачи для ОДУ 2 и более высокого порядка.

V2: Уравнения допускающие понижение порядка.

I:

S:

Общее решение дифференциального уравнения $xy'' = y' + x^2$ имеет вид

$$\therefore y = x^2 C_1 + e C_2$$

$$\therefore y = \frac{x^3}{3} + C_1 x^2 + C_2$$

$$-: y = (x^2 + 3)C_1 + C_2x$$

$$+: y = C_1e^{x^2} + C_2$$

I:

S:

Общее решение дифференциального уравнения $y'' - y' \operatorname{ctg} x = 2x \sin x$ имеет вид

$$-: y = x \cos x C_1 + 2x \sin x + \sin x + C_2$$

$$+: y = -(x^2 + C_1) \cos x + 2x \sin x + 2 \cos x + C_2$$

$$-: y = -(x^3 + C_1) \sin x + 2 \sin x + 2 \cos x + C_2$$

$$-: y = -(x + C_1) \sin x + 2 \cos x + 4x \sin x + C_2$$

I:

S:

Общее решение дифференциального уравнения $xy'' + y' = 0$ имеет вид

$$-: y = x^2 C_1 + C_2$$

$$-: y = \ln |x| C_1 + C_2 x^2$$

$$+: y = \ln |x| C_1 + C_2$$

$$-: y = -x + C_1 + C_2 x$$

I:

S:

Общее решение дифференциального уравнения $xy'' = y'$ имеет вид

$$+: y = x^2 C_1 + C_2$$

$$-: y = (x^2 + 8x)C_1 + C_2 x$$

$$-: y = (x^2 + 8)C_1 + 8C_2 x$$

$$-: y = -x + C_1 + C_2 x$$

S:

Если $y''' = x$, то решение имеет вид

$$-: y = C_1 \frac{x^3}{3} + C_2$$

$$-: y = C_1 \frac{x^4}{4} + C_2 \frac{x^2}{2}$$

$$+: y = \frac{x^4}{24} + C_1 \frac{x^2}{2} + C_2 x + C_3$$

$$-: y = x^4 + C_1 \frac{x^3}{3} + C_2 \frac{x^2}{2} + C_3$$

I:

S:

Если $y'' - \frac{2y'}{x} + 2\frac{y}{x^2} = 0$, то общее решение равно

$$-: y = C_1 e^{-x} + C_2 e^{2x}$$

$$-: y = C_1 x + C_2 x^3$$

$$+: y = C_1 x + C_2 x^3$$

$$-: y = \ln x + C_1 x$$

I:

S:

Если $2yy'' = (y')^2$, то общее решение имеет вид

$$-: y = c_1 \ln x + c_2$$

$$+: y = (c_1 x + c_2)^2$$

$$-: y = c_1 x^2 + 3c_2$$

$$-: y = \ln x - x$$

I:

S:

Если $y^2 y'^2 - y'^8 = 6y'' + x^2$, то порядок уравнения равен

$$+: 2$$

$$-: 3$$

$$-: 8$$

$$-: 1$$

I:

S: Однородным относительно искомой функции и ее производных является

$$+: 2y^2 = 3yy' + yy''$$

$$-: 2y^2 = y' + yy''$$

$$-: 2y^2 = 3yy' + y''$$

$$-: 2y^2 = 3y + yy''$$

I:

S: Однородным относительно искомой функции и ее производных является

$$+: 2xy^2 = 3yy' + yy''$$

$$-: 2y^2 = y' + yy''$$

$$-: 2y^2 = 3yy' + y''$$

$$-: 2y^2 = 3y^2 + yy''$$

I:

S:

Общим решением уравнения $y'' = y' \left(\frac{y'}{y} - 2 \sqrt{\frac{y'}{y} - 4} \right)$ является

$$-: \ln|c_1x| = 2tg(2y + c_2)$$

$$+: \ln|c_1y| = 2tg(2x + c_2)$$

$$-: \ln|c_1xy| = 2tg(2x + c_2)$$

$$-: \ln|c_1y| = 2tg(2y + x)$$

I:

S:

Общим решением уравнения $(x + 2y')y'' = 1$ является

$$-: x = c_1e^p - 2p - 2, y = c_1(p - 1)e^p - c_2$$

$$+: x = c_1e^p - 2p - 2, y = c_1(p - 1)e^p - p^2 + c_2$$

$$-: x = c_1e^p - p - 2, y = c_1(p - 1)e^p - p + c_2$$

$$-: x = c_1e^p - 2, y = c_1(p - 1) - p^2 + c_2$$

I:

S:

Решением краевой задачи $y'' = \frac{y'}{x} + \frac{x^2}{y'}$; $y(2) = 0, y'(2) = 4$ является...

$$+: y = \frac{2}{5}x^2 \sqrt{2x} - \frac{16}{5}$$

$$-: y = \frac{2}{5}x^2 - \frac{16}{5}$$

$$\therefore y = \frac{2}{5} \sqrt{2x} - \frac{16}{5}$$

$$\therefore y = x\sqrt{1+e^{2x}}$$

I:

S:

Если $y'' = f(x, y')$, то порядок уравнения можно понизить подстановкой

$$+: p(x = y^{-1})$$

$$\therefore p(x) = y'$$

$$\therefore p(x) = \frac{1}{y'}$$

$$\therefore p(x) = y' + x$$

I:

S:

Если $F(x, y', y'') = 0$, то порядок уравнения можно понизить подстановкой

$$\therefore y' = p(x)^{-1}$$

$$+: y' = p(x)$$

$$\therefore y' = \frac{1}{p^2}$$

$$\therefore y' = p^2$$

I:

S:

Общим решением уравнения $xy'' = y' + x(y'^2 + x^2)$ является

$$\therefore y = c_2 - \ln \left| \cos\left(\frac{x^2}{2} + xc_1\right) \right|$$

$$+: y = c_2 - \ln \left| \cos\left(\frac{x^2}{2} + c_1\right) \right|$$

$$\therefore y = c_2 - \ln \left| \left(\frac{x^2}{2} + c_1\right) \right|$$

$$\therefore y = c_2x - \ln \left| \cos\left(\frac{x^2}{2} + c_1\right) \right|$$

I:

S:

Общим решением уравнения $y'' = \frac{1}{4\sqrt{y}}$ является

$$-: x = \left(y^{\frac{1}{2}} - 2c_1 \right) \sqrt{y^{\frac{1}{2}} + c_1} + cx$$

$$+: x = \pm \frac{4}{3} \left(y^{\frac{1}{2}} - 2c_1 \right) \sqrt{y^{\frac{1}{2}} + c_1} + c_2$$

$$-: x = \pm \left(y^{\frac{1}{2}} - 2c_1 \right) \sqrt{y + c_1} + c_2$$

$$-: x = \pm \frac{4}{3} (y - xc_1) \sqrt{y^{\frac{1}{2}} + c_1} + c_2$$

I:

S:

Общим решением уравнения $y'' + y'^2 = 2e^{-y}$ является

$$-: e^{yx} + c_1 = (x + c_2)^2$$

$$+: e^y + c_1 = (x + c_2)^2$$

$$-: xe^y + c_1 y = (x + c_2)^2$$

$$-: ye^y + c_1 = (2x + c_2)^2$$

I:

S:

Если $y'' = \frac{1}{x^2}$, то

$$-: y = -\frac{c_1}{x} + c_2$$

$$+: y = -\ln x + c_1 x + c_2$$

$$-: y = -\frac{1}{x} + c_1 x + c_2$$

$$-: y = -x \ln x + c_1 x + c_2$$

I:

S:

Если дано уравнение $f(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \dots, y^{(n)}) = 0$, порядок его можно понизить полагая...

$$-: y^{(k+1)} = z$$

$$+: y^{(k)} = z$$

$$-: y^{(n)} = z^{-1}$$

$$-: y^{(k+2)} = z$$

I:

S:

Общее решение дифференциального уравнения $y^{IV} - \frac{1}{x}y''' = 0$ имеет вид

$$-: y = C_1x + C_2x^2 + C_3 + C_4$$

$$+: y = C_1x^4 + C_2x^2 + C_3x + C_4$$

$$-: y = C_1x^2 + C_2x + C_3$$

$$-: y = C_1x^3 + C_2x^2 + C_3x + C_4$$

I:

S:

Общее решение дифференциального уравнения $xy'' - y' = x^2e^x$ имеет вид

$$-: y = \frac{1}{x^2} + C_1 \ln x + C_2,$$

$$-: y = \frac{1}{x} + C_1 \ln x + x^2 C_2,$$

$$+: y = \frac{1}{x} + C_1 \ln x + C_2,$$

$$-: y = -\frac{1}{x} + C_1 \ln x + x C_2,$$

I:

S:

Общее решение дифференциального уравнения $(1+x^2)y'' + 2xy' - x^3 = 0$ имеет вид

$$-: y = \frac{x^3}{3} - \frac{3x^2}{4} + C_1 \operatorname{arctg} x + x C_2,$$

$$-: y = -\frac{x^2}{4} + C_1 \ln x + C_2,$$

$$+: y = \frac{x^3}{12} - \frac{x}{4} + C_1 \operatorname{arctg} x + C_2,$$

$$-: y = \frac{x^3}{12} + C_1 \operatorname{arctg} x + C_2 \ln x,$$

I:

S:

Общее решение дифференциального уравнения $y'' = x + \sin x$ имеет вид

$$-: y = \frac{x^3}{3} - \cos x + C_1 x + C_2,$$

$$+: y = \frac{x^3}{6} - \sin x + C_1 x + C_2,$$

$$-: y = \frac{x^3}{12} - \cos x + C_1 x^2 + x C_2,$$

-

$$: y = \frac{x^3}{2} - x \sin x + C_1 x + C_2,$$

I:

S:

Общее решение дифференциального уравнения $y'' = \frac{1}{\sin^2 x} - x$ имеет вид

$$+: y = -\ln |\sin x| - \frac{x^3}{6} + C_1 x + C_2,$$

$$-: y = -\ln |\cos x| - \frac{x^3}{6} + C_1 x + C_2,$$

$$-: y = -\ln |\sin x| - x^2 C_1 - \operatorname{tg} x C_2,$$

$$-: y = -\ln |\sin x| - x^2 C_1 + \operatorname{ctg} x C_2,$$

I:

S:

Решением уравнения $2xy'''y'' = y''^2$ является

$$-: y = \frac{4(C_1 x)^{\frac{5}{2}}}{15C_1^2} x^3 - 1$$

$$+: y = C_2 x + C_3 + \frac{4(C_1 x)^{\frac{5}{2}}}{15C_1^2} x^3 \dots$$

$$-: y = x^2 + \frac{4(c_1 x)^{\frac{5}{2}}}{15c_1^2} x^3$$

$$-: y = c_2 x + c_3 + \frac{4}{15c_1^2}$$

I:

S:

Общим решением уравнения $yy'' = y'(2\sqrt{yy'} - y')$ является

$$-: \ln|y + c_1| + \frac{c_1}{x + c_1} = x + c_2$$

$$+: \ln|y + c_1| + \frac{c_1}{y + c_1} = x + c_2$$

$$-: \ln|x + c_1| + \frac{c_1}{y + c_1} = y + c_2$$

$$-: \ln|y + x| + \frac{c_1}{xy + c_1} = x + c_2$$

I:

S:

Определитель Вронского для дифференциального уравнения $y'' - 5y' - 6y = 0$ равен:

$$-: Ce^{-4x}$$

$$-: Ce^{4x}$$

$$-: Ce^{-5x}$$

$$+: Ce^{5x}$$

I:

S:

Если даны функции 1, 2, x^2 , то определитель Вронского равен...

$$-: -1$$

$$-: 2$$

$$+: 0$$

$$-: 1$$

I:

S:

Определитель Вронского для дифференциального уравнения $y'' + 4y' - 5y = 0$ равен:

-: Ce^{4x}

+: Ce^{-4x}

-: Ce^{6x}

-: Ce^{-6x}

I:

S:

Определитель Вронского для дифференциального уравнения $y'' - y' - 12y = 0$ равен:

+: Ce^x

-: Ce^{-x}

-: Ce^{2x}

-: Ce^{-2x}

I:

S:

Определитель Вронского для дифференциального уравнения $y'' + 4y' + 4y = 0$ равен:

+: Ce^{-4x}

-: Ce^{4x}

-: Ce^{3x}

-: Ce^{-3x}

I:

S:

Определитель Вронского для дифференциального уравнения $y'' - y' - 6y = 0$ равен...

+: Ce^x

-: Ce^{-x}

-: C

-: Ce^{3x}

I:

S:

Определитель Вронского для дифференциального уравнения $y'' + y = 0$ равен:

+: C

-: Ce^{-x}

-: Ce^x

-: Ce^{2x}

I:

S:

Определитель Вронского для дифференциального уравнения $y'' - y' - 12y = 0$ равен:

+: Ce^x

-: Ce^{-x}

-: Ce^{2x}

-: Ce^{-2x}

I:

S:

Если $y''' - 3y'' + 4y' = 0$, то сумма корней характеристического уравнения равна...

-: 2

-: $\sqrt{5}$

+: 3

-: 2

I:

S:

Если $y'' + 4y' + 5y = 0$ то сумма корней характеристического уравнения равна.

-: 2

-: -3

+: -4

-: -1

I:

S:

Если $k_1 = 0$, $k_2 = k_3 = 3$ - корни характеристического уравнения, то общее решение линейного однородного дифференциального уравнения имеет вид ...

$$-: y = C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^3$$

$$+: y = C_1 + C_2 e^{3x} + C_3 x e^{3x}$$

$$-: y = C_1 x + C_2 \sin 3x + C_3 \cos 3x$$

$$-: y = C_1 + C_2 \sin 3x$$

I:

S:

Если $k_{1,2} = 3 \pm i$, $k_3 = 1$ - корни характеристического уравнения, то общее решение линейного однородного дифференциального уравнения имеет вид ...

$$-: y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x + C_3$$

$$-: y = 3C_1 \cos x - 3C_2 \sin x + C_3$$

$$+: y = e^{3x} (C_1 \cos x + C_2 \sin x) + C_3 e^x$$

$$-: y = e^{3x} C_1 \cos x + C_2 e^x$$

I:

S:

Если $k_1 = k_2 = 0$, $k_3 = 4$ - корни характеристического уравнения, то общее решение линейного однородного дифференциального уравнения имеет вид ...

$$-: y = C_1 + C_2 x + C_3 \sin 4x$$

$$+: y = C_1 + C_2 x + C_3 e^{4x}$$

$$-: y = C_1 + C_2 x \sin x + C_3 x \cos x$$

$$-: y = C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^4$$

I:

S:

Если $y_1 = x$, $y_2 = e^x$, $y_3 = ax + 2$, то эти функции линейно зависимы при ...

$$+: a \in \phi \text{ (ни при каких } a)$$

$$-: a = 2$$

$$-: a \in (0, 1)$$

$$-: a = -1$$

I:

S:

Если $y_1 = 2$, $y_2 = \operatorname{arctg} x$, то эти функции линейно зависимы при ...

+: $a = 0$

-: $a = 1$

-: $a = -3$

-

: $a = 4$

I:

S:

Если $k_1 = i$, $k_2 = -i$ - корни характеристического уравнения, а $f(x) = \sin x + \cos x$ - правая часть линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, то его частное решение имеет вид ...

-: $y = e^x(ax + b)$

-: $y = ax^2 + bx + c$

+: $y = x(a \sin x + b \cos x)$

-: $y = a \sin x + b \cos x$

I:

S:

Если $k_1 = k_2 = k_3 = 0$ - корни характеристического уравнения, а $f(x) = -x^2 + 2$ - правая часть линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, то его частное решение имеет вид ...

-: $y = ax + b$

-: $y = e^x(ax + b)$

+: $y = x^3(ax^2 + bx + c)$

-: $y = x^3(ax^2 + b)$

I:

S:

Если $k_1 = k_2 = k_3 = 0$ - корни характеристического уравнения, а $f(x) = -x^2 + 2$ - правая часть линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, то его частное решение имеет вид ...

-: $y = ax + b$

-: $y = e^x(ax + b)$

+:

$$y = x^3(ax^2 + bx + c)$$

$$\therefore y = x^3(ax^2 + b)$$

I:

S:

Если $k_{1,2} = \pm 2i$ - корни характеристического уравнения, а $f(x) = 2 \cos 2x$ - правая часть линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, то его частное решение имеет вид ...

$$\therefore y = a \cos 2x$$

$$\therefore y = a \cos 2x + \sin 2x$$

$$+ : y = x(a \cos 2x + b \sin 2x)$$

$$\therefore y = x^2 \cos 2x$$

I:

S:

Если $k_1 = 0, k_2 = 2$ - корни характеристического уравнения, а $f(x) = -x^2 + 2x$ - правая часть линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, то его частное решение имеет вид ...

$$\therefore y = ax^2 + bx + c$$

$$\therefore y = a \cos x + b \sin x$$

$$+ : y = x(ax^2 + bx + c)$$

$$\therefore y = ax^2 + bx$$

I:

S:

Если $5y'' = \sin x, y(0) = 1, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$, то функция Грина $G(x, s)$ при $x \neq s$ удовлетворяет уравнению...

$$+ : y'' = 0,$$

$$\therefore y'' = \sin x,$$

$$\therefore y'' = \cos x,$$

$$\therefore y'' = 2,$$

I:

S:

Если $y'' = x^2, y(0) = 0, y(10) = 10$, то функция Грина $G(x, s)$ при $x \neq s$ удовлетворяет уравнению...

$$-: y'' = x,$$

$$-: y'' = x^2,$$

$$-: y'' = 2,$$

$$+: y'' = 0,$$

I:

S:

Если $2y'' = \sin x, y(0) = 1, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0$, то функция Грина $G(x, s)$ при $x \neq s$

удовлетворяет уравнению...

$$+: y'' = 0,$$

$$-: y'' = \sin x,$$

$$-: y'' = \cos x,$$

$$-: y'' = 2,$$

I:

S:

Если $y'' = f(x), y(-5) = y(5) = 0 - 5 \leq x \leq 5$, то функцию Грина $G(x, s)$ при $-5 \leq x \leq s$ ищем в виде...

$$-: a(s)x,$$

$$+: a(s)(x + 5),$$

$$-: a(s)(x - 1),$$

$$-: a(s)(x^2 + 1),$$

I:

S:

Если $y'' = f(x), y(-6) = y(6) = 0 - 6 \leq x \leq 6$, то функцию Грина $G(x, s)$ при $-6 \leq x \leq s$ ищем в виде...

$$-: a(s)x,$$

$$+: a(s)(x + 6),$$

$$-: a(s)(x - 1),$$

$$-: a(s)(x^2 + 1),$$

I:

S:

Если $y'' = f(x), y(-8) = y(8) = 0$ $-8 \leq x \leq 8$, то функцию Грина $G(x, s)$ при $-8 \leq x \leq s$ ищем в виде...

$$-: a(s)x,$$

$$+: a(s)(x+8),$$

$$-: a(s)(x-1),$$

$$-: a(s)(x^2+1),$$

Критерии формирования оценок по тестовым заданиям:

По итогам выполнения тестовых заданий оценка производится по пятибалльной шкале. При правильных ответах на:

- 89-100% заданий – «5» (баллов);
- 70-88% заданий – «4» (баллов);
- 50-69% заданий – «3» (балла);
- 30-49% заданий – «2» (балла);
- 10-29% заданий – «1» (балл);
- менее 10% заданий – «0» (баллов).

4. Экзаменационные вопросы по дисциплине

Полный перечень вопросов, выносимых на экзамен (контролируемая компетенция ПКС-4)

1. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение второго порядка.
2. Сведение дифференциального уравнения к самосопряженной форме.
3. Однородные и неоднородные краевые условия.
4. Однородная и неоднородная краевая задача.
5. Число решений краевой задачи.
6. Существование и единственность решения неоднородной краевой задачи.
7. Определение функции Грина для однородной краевой задачи
8. Симметрия функции Грина.
9. Обобщение функции Грина.
10. Интегральное представление решения краевой задачи.
11. Собственные значения и собственные функции однородной краевой задачи.
12. Задача Штурма-Лиувилля.
13. Существование собственных значений.
14. Знак собственных значений. Ортогональность собственных функций.
15. Экстремальные свойства собственных значений функций.
16. Теорема Куранта. Максимально-минимальное свойство собственных значений. Асимптотическое выражение для собственных функций.
17. Разложение в ряд Фурье по собственным функциям.
18. Теоремы разложения Стеклова.
19. Обоснование метода Фурье для решения начально-краевых задач для уравнений параболического и гиперболического типов.
20. Связь краевых задач с теорией интегральных уравнений.
21. Интегральные уравнения Фредгольма. Определение. Примеры.
22. Задачи, сводящиеся к линейным интегральным уравнениям. Теоремы Фредгольма.

5. Тематика курсовых работ

Примерные темы курсовых работ: (контролируемая компетенция ПКС-4)

- Тема 1. Интегро-дифференциальные уравнения.
- Тема 2. Методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений типа Фукса.
- Тема 3. Гиперболические функции и их приложения в химии.
- Тема 4. Дифференциальные уравнения как математические модели реальных процессов.
- Тема 5. Собственный спектр положительно-определенного оператора.

- Тема 6. Устойчивость решений системы дифференциальных уравнений.
- Тема 7. Дифференцирование функций нескольких переменных и его применение в химической термодинамике.
- Тема 8. Интегрирование однородных линейных дифференциальных уравнений второго порядка при помощи степенных рядов.
- Тема 9. Построение асимптотических специальных функций при помощи метода перевала.
- Тема 10. Решение краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка методом функции Грина.
- Тема 11. Частные производные функции нескольких переменных и их практическое применение
- Тема 12. Матричный метод интегрирования линейных систем дифференциальных уравнений.
- Тема 13. Решение модельных уравнений методами операционного исчисления.
- Тема 14. Анализ влияния последствия в задачах релейной стабилизации.
- Тема 15. Решение смешанной начально-краевой задачи для уравнения третьего порядка в неограниченной области, методом разделения переменных.
- Тема 16. Операционный метод интегрирования линейных дифференциальных уравнений и линейных систем дифференциальных уравнений.
- Тема 17. Математические модели динамики популяции.
- Тема 18. Алгебра матриц в химических задачах.

Оценка курсовой работы «отлично» – (от 91 до 100 баллов) – курсовая работа будет оценена педагогом на «отлично», если во введении приводится обоснование выбора конкретной темы, полностью раскрыта актуальность её в научной отрасли, чётко определены грамотно поставлены задачи и цель курсовой работы. Основная часть работы демонстрирует большое количество прочитанных автором работ. В ней содержатся основные термины, и они адекватно использованы. Критически прочитаны источники: вся необходимая информация проанализирована, вычленена, логически структурирована. Присутствуют выводы и грамотные обобщения. В заключении сделаны логичные выводы, а собственное отношение выражено чётко. Автор курсовой работы грамотно демонстрирует осознание возможности применения исследуемых теорий, методов на практике. Приложение содержит цитаты и таблицы, иллюстрации и диаграммы: все необходимые материалы. Курсовая работа написана в стиле академического письма (использован научный стиль изложения материала). Автор адекватно применял терминологию, правильно оформил ссылки. Оформление работы соответствует требованиям ГОСТ, библиография, приложения оформлены на отличном уровне. Объём работы заключается в пределах от 20 до 30 страниц.

Оценка курсовой работы «хорошо» – от 81 до 90 баллов – курсовая работа на «хорошо» во введении содержит некоторую нечёткость формулировок. В основной её части не всегда проводится критический анализ, отсутствует авторское отношение к изученному материалу. В заключение неадекватно использована терминология, наблюдаются незначительные ошибки в стиле, многие цитаты грамотно оформлены. Допущены незначительные неточности в оформлении библиографии, приложений.

Оценка курсовой работы «удовлетворительно» – от 61 до 80 баллов – курсовая работа на «удовлетворительно» во введении содержит лишь попытку обоснования выбора темы и актуальности, отсутствуют чёткие формулировки. Расплывчато определены задачи и цели. Основное содержание - пересказ чужих идей, нарушена логика изложения, автор попытался сформулировать выводы. В заключении автор попытался сделать обобщения, собственного отношения к работе практически не проявил. В приложении допущено несколько грубых ошибок. Не выдержан стиль требуемого академического письма по проекту в целом, часто неверно употребляются научные термины, ссылки оформлены неграмотно, наблюдается плагиат.

Оценка курсовой работы «неудовлетворительно» – от 36 до 60 баллов – при оценивании такой курсовой работы, ее недостатки видны сразу. Курсовая работа на «неудовлетворительно» во введении не содержит обоснования темы, нет актуализации темы. Не обозначены и цели, задачи проекта. Скупое основное содержание указывает на недостаточное число прочитанной литературы. Внутренняя логика всего изложения проекта слабая. Нет критического осмысления прочитанного, как и собственного мнения. Нет обобщений, выводов. Заключение таковым не является. В нём не приведены грамотные выводы. Приложения либо вовсе нет, либо оно недостаточно. В работе наблюдается отсутствие ссылок, плагиат, не выдержан стиль, неадекватное использование терминологии. По оформлению наблюдается ряд недочётов: не соблюдены основные требования ГОСТ, а библиография с приложениями содержат много ошибок. Менее 20 страниц объём всей работы.

Оценивание и контроль сформированности компетенций осуществляется с помощью текущего контроля успеваемости и промежуточной аттестации. Текущий контроль успеваемости и промежуточная аттестация проводятся в соответствии с Положением о балльно-рейтинговой системе аттестации студентов КБГУ.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

Кафедра – Алгебры и дифференциальных уравнений

Дисциплина – Краевые задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений второго и третьего порядков

Направление подготовки – 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, 4 курс.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ №1

1. Однородная и неоднородная краевая задача.
2. Построить функцию Грина для краевой задачи:

$$y'' = f(x), y(0) = 0, y(1) = 0.$$

3. Найти собственные значения краевой задачи:

$$y'' = \lambda y, y(0) = 0, y(l) = 0.$$

Руководитель ОПОП

к.ф.-м.н., доцент

_____ М.С. Нирова

Зав. кафедрой А и ДУ

к.ф.-м.н., доцент

_____ М.С. Нирова