

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования «Кабардино-Балкарский государственный университет  
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ  
КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ОПОП  
М.С. Нирова  
«12» Апрель 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ)  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

«МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ»

Программа специалитета  
01.05.01 Фундаментальные математика и механика  
(код и наименование программы специалитета)

Направленность (профиль)  
Фундаментальная математика  
(наименование направленности (профиля))

Квалификация (степень) выпускника  
специалист

Форма обучения  
очная

НАЛЬЧИК 2023г.

## **СОДЕРЖАНИЕ**

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы, описание показателей, критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования<sup>3</sup>
2. Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы<sup>6</sup>
3. Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности<sup>б</sup>

**1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы, описание показателей, критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования**

**Карта компетенции**

**Шифр и название компетенций:**

**ПКС-4.** Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках.

*Индикаторы достижения компетенции ПКС-4:*

**ПКС-4.1.** Способен решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики.

**ПКС-4.2.** Способен применять методы математического моделирования в естественных науках.

**Общая характеристика компетенции**

**Тип компетенции:** профессиональная компетенция выпускника образовательной программы по направлению подготовки высшего образования 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, профиль «Фундаментальная математика», уровень ВО – специалитет.

**1.1. Этапы формирования компетенций и средства оценивания**

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины	Индикаторы достижений	Основные показатели оценки результатов обучения	Вид оценочного средства
<p><b>ПКС-4.</b> Способен активно участвовать в исследовании новых математических моделей в естественных науках.</p>	<p><b>ПКС-4.1.</b> Способен решать актуальные и значимые задачи фундаментальной и прикладной математики.</p> <p><b>ПКС-4.2.</b> Способен применять методы математического моделирования в естественных науках.</p>	<p><b>Знать:</b> - постановки классических задач математики, - основные известные научные результаты, соответствующие профилю подготовки; - перспективные научные направления в профильной предметной области.</p> <p><b>Уметь:</b> - математически корректно ставить задачи, известные научные результаты, - планировать цели и устанавливать приоритеты при решении конкретных задач с учетом условий, средств, личностных возможностей, - самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности.</p> <p><b>Владеть:</b> - различными формами представления знаний и научных результатов; - методами решения классических задач математики.</p>	<p>Оценочные материалы для устного опроса; оценочные материалы для контрольной работы; тестовые задания; оценочные материалы к зачету</p>

## 1.2. Критерии формирования оценок на различных этапах их формирования

### Текущий и рубежный контроль

Оценка регулярности, своевременности и качества выполнения обучающимся учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость обучающегося по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение отдельных тем и выполнение отдельных видов работ. Общий балл складывается в результате проведения текущего и рубежного контроля по дисциплине:

Этап (уровень)	Первый этап (уровень)	Второй этап (уровень)	Третий этап (уровень)
Баллы	36-50 баллов	51-60 баллов	61-70 баллов
Характеристика	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценку «удовлетворительно».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценки «хорошо».	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических занятий. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценки «отлично».

На первом (начальном) этапе формирования компетенции формируются знания, умения и навыки, составляющие базовую основу компетенции, без которой невозможно ее дальнейшее развитие. Обучающийся воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу.

На втором (основном) этапе формирования компетенции приобретает опыт деятельности, когда отдельные компоненты компетенции начинают «работать» в комплексе и происходит выработка индивидуального алгоритма продуктивных действий, направленных на достижение поставленной цели.

На этом этапе обучающийся осваивает аналитические действия с предметными знаниями по конкретной дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя координирование хода работы, переносит знания и умения на новые условия.

Третий (завершающий) этап – это овладение компетенцией. Обучающийся способен использовать знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях. По результатам этого этапа обучающийся демонстрирует итоговый уровень сформированности компетенции.

## Промежуточная аттестация (Зачет)

Оценка	Не зачтено	Зачтено
Баллы	36-60 баллов	61-70 баллов
Характеристика	Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на дифференцированном зачете не дал полного ответа ни на один вопрос, не сделал пример. студент показывает недостаточные знания программного материала, не способен аргументированно и последовательно его излагать, допускаются грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на поставленный вопрос или затрудняется с ответом.	Студент показывает полные и глубокие знания программного материала, логично и аргументировано отвечает на поставленный вопрос, а также дополнительные вопросы, показывает высокий уровень теоретических знаний. - студент показывает глубокие знания программного материала, грамотно его излагает, достаточно полно отвечает на поставленный вопрос и дополнительные вопросы, умело формулирует выводы. В тоже время при ответе допускает несущественные погрешности. - студент показывает достаточные, но не глубокие знания программного материала; при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. Для получения правильного ответа требуется уточняющие вопросы.

На первом (начальном) этапе формирования компетенции формируются знания, умения и навыки, составляющие базовую основу компетенции, без которой невозможно ее дальнейшее развитие. Обучающийся воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу.

На втором (основном) этапе формирования компетенции приобретается опыт деятельности, когда отдельные компоненты компетенции начинают «работать» в комплексе и происходит выработка индивидуального алгоритма продуктивных действий, направленных на достижение поставленной цели. На этом этапе обучающийся осваивает аналитические действия с предметными знаниями по конкретной дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя координирование хода работы, переносит знания и умения на новые условия.

Третий (завершающий) этап – это овладение компетенцией. Обучающийся способен использовать знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях. По результатам этого этапа обучающийся демонстрирует итоговый уровень сформированности компетенции.

**2. Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Перечень оценочных средств**

<b>№</b>	<b>Наименование оценочного средства</b>	<b>Краткая характеристика оценочного средства</b>	<b>Представление оценочного средства в фонде</b>
1.	Коллоквиум	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2.	Задача (практическое задание)	Средство оценки умения применять полученные теоретические знания в практической ситуации. Задача (задание) должна быть направлена на оценивание тех компетенций, которые подлежат освоению в данной дисциплине, должна содержать четкую инструкцию по выполнению или алгоритм действий.	Комплект задач и заданий
3.	Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
4.	Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий

**3. Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности**

**3.1. Вопросы для коллоквиумов**

Вопросы для оценки компетенции «ПКС-4».

*Тема 1.*

1. Основные вариационные принципы для задач теории упругости.
2. Метод Ритца для оптимизации функционалов.
3. Основные вариационные принципы теории упругости.
4. Методы минимизации функционалов.

*Тема 2.*

1. Треугольный и тетраэдральный конечные элементы.
2. Функция формы для треугольного конечного элемента.
3. Алгоритмы автоматической дискретизации сплошной среды на конечные элементы.
4. Оптимизация нумерации узлов сетки конечных элементов.

5. Тетраэдральный конечный элемент для решения пространственных задач.

*Тема 3.*

1. Задачи о стационарных полях теплопроводности.
2. Задачи о стационарных полях электрического потенциала.
3. Задачи о стационарных полях течения жидкости.
4. Динамические задачи теплопроводности.

*Тема 4.*

1. Примеры решения задач теории упругости с подробным изложением основных этапов оптимизации функционала методом Рунге.
2. Алгоритмы нумерации узлов, снижающие количество нулей матрицы жесткости.
3. Алгоритмы разбиения области на треугольные элементы.
4. Сгущение сетки конечных элементов в зонах с сильным градиентом решения.

***Критерии формирования оценок (оценивания) устного опроса***

Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося по дисциплине «Метод конечных элементов». Развёрнутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять определения.

***В результате устного опроса знания, обучающегося оцениваются по следующей шкале:***

<b>Количество баллов</b>	<b>Критерии оценивания</b>
5	Обучающийся - полно излагает изученный материал, знает все формулы, применяемые методы и их точность; - понимает материал, может обосновать свои суждения, применить знания при решении практических задач и лабораторных заданий для самостоятельного выполнения; - излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.
4	Обучающийся даёт ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для «5» баллов, но допускает несущественные ошибки, которые сам же исправляет, и некоторые недочёты в последовательности и оформлении излагаемого материала.
3	Обучающийся обнаруживает знание и понимание основного материала по данной теме, но: - излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий, знаний методов, их точности; - не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и применять методы; - излагает материал непоследовательно, допускает ошибки.
2	Обучающийся обнаруживает неполное незнание некоторой части раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке и формулах, при оценке точности методов.
1	Обучающийся обнаруживает незнание некоторой части раздела изучаемого материала, допускает существенные ошибки в формулировке и формулах, при оценке точности методов.
0	Обучающийся обнаруживает незнание большей части раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке и формулах, при оценке точности методов.

--	--

Баллы могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за рассредоточенный во времени, т.е. за сумму ответов, данных студентом на протяжении занятия.

### **3.2. Практические задания для оценки компетенций «ПКС-4».**

Перечень типовых задач для самостоятельной работы сформирован в соответствии с тематикой практических занятий по дисциплине «Метод конечных элементов».

Изучить самостоятельно:

1. Применение метода конечных элементов для линейных задач механики деформируемого твердого тела.
2. Применение метода конечных элементов в механике жидкости.
3. Применение метода конечных элементов в геомеханике.
4. Применение метода конечных элементов в аэромеханике.
5. Применение метода конечных элементов в биомеханике.
6. Вариационные принципы для задач теории упругости в двумерном и трехмерном случаях.
7. Метод Рунге для оптимизации функционалов общего вида.
8. Вариационные принципы теории упругости: уравнение Коши-Ляме как уравнение типа Эйлера для функционалов теории упругости.
9. Общие методы минимизации функционалов: метод локальных вариаций, метод градиентного спуска и др.
10. Треугольный конечный элемент в двумерных задачах.
11. Функция формы для треугольного конечного элемента.
12. Тетраэдральный конечный элемент в трехмерных задачах.
13. Функция формы для тетраэдрального конечного элемента.
14. Алгоритмы автоматической дискретизации сплошной среды на конечные элементы.
15. Оптимизация нумерации узлов сетки конечных элементов.
16. Задачи о стационарных полях теплопроводности.
17. Задачи о стационарных полях электрического потенциала.
18. Задачи о стационарных полях течения жидкости.
19. Динамические задачи теплопроводности.
20. Примеры решения задач теории упругости с подробным изложением основных этапов оптимизации функционала методом Рунге.

#### ***Методические рекомендации по решению задач***

Приступая к решению задач, необходимо внимательно изучить теоретический материал по темам, разобрать приводимые в теоретическом материале каждой темы примеры. При выполнении заданий используются формулы и методы, представленные по каждой теме.

Цель заданий – сформировать навык решения практических прикладных задач, навык оценки точности полученного решения и анализа поведения ошибок, что является необходимым при применении численных методов.

#### ***Критерии формирования оценок по заданиям для самостоятельной работы обучающегося (типовые задачи):***

Самостоятельная работа оценивается степенью освоения вопросов для самостоятельного изучения и индивидуальным выполнением заданий к практическим занятиям.



В результате знания обучающегося оцениваются по ниже следующей шкале.

Количество баллов	Критерии оценивания
5	Обучающийся показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно, логично его излагает, свободно использует необходимые формулы при решении задач.
4	Обучающийся твердо знает материал, грамотно его излагает, не допускает существенных неточностей в процессе решения задач;
3	Обучающийся имеет знания основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил его деталей, допускает отдельные неточности при решении задач.
2	Обучающийся имеет неполное знание и понимание основного материала по поставленным вопросам, не усвоил его деталей, допускает неточности при решении задач.
1	Обучающийся обнаруживает значительное незнание и понимание основного материала по поставленным вопросам, не усвоил его деталей, допускает существенные неточности при решении задач.
0	Обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

Баллы могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за рассредоточенный во времени, т.е. за сумму ответов, данных обучающимся на протяжении занятия.

### 3.3. Оценочные материалы для контрольной работы: контролируемые компетенции «ПКС-4».

#### Вариант №1

Используя метод конечных элементов, решить краевую задачу для обыкновенного дифференциального уравнения с шагом  $h = \frac{b-a}{4}$ :

$$y'' - 2xy' + 2y = x, y(0) = 0, y(1) = 1.$$

#### Вариант №2

Используя метод конечных элементов, решить краевую задачу для обыкновенного дифференциального уравнения с шагом  $h = \frac{b-a}{4}$ :

$$y'' + y = \sin x, y(0) = 0, y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 1.$$

#### Вариант №3

Используя метод конечных элементов, решить краевую задачу для обыкновенного дифференциального уравнения с шагом  $h = \frac{b-a}{4}$ :

$$y'' + 4y' + 4y = 8, y(-1) = 0, y(1) = 0.$$

#### Вариант №4

Используя метод конечных элементов, решить краевую задачу для обыкновенного дифференциального уравнения с шагом  $h = \frac{b-a}{4}$ :

$$y'' + 3y' + y = 1, y(0) = 0, y(1) = 1.$$

#### Вариант №5

Используя метод конечных элементов, решить краевую задачу для обыкновенного дифференциального уравнения с шагом  $h = \frac{b-a}{4}$ :

$$y'' - 2xy' + 2y = x^2 - 1, y(0) = 0, y(1) = 2.$$

**Критерии формирования оценок по контрольным работам:**

*7 баллов* - ставится за работу, выполненную полностью без ошибок и недочетов; обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, решено 100% задач;

*6 баллов* – ставится за работу, выполненную полностью, но при наличии в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, допуская незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

*5 баллов* – ставится за работу, если бакалавр правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач

*менее 4 баллов* – ставится за работу, если число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50 % задач.

**3.4. Типовые тестовые задания по дисциплине «Метод конечных элементов» (контролируемые компетенции «ПКС-4»):**

**V1: Основы численной реализации метода конечных элементов**

I:

S: Граница области при использовании МКЭ должна быть

- +: любой формы
- : обязательно гладкой
- : только прямолинейной
- : только криволинейной

I:

S: Размеры конечных элементов

- +: можно варьировать произвольно
- : нельзя менять
- : варьировать только вблизи границы
- : варьировать только внутри области

I:

S: МКЭ позволяет решать задачи

- +: любые задачи
- : только с гладкой границей
- : только с разрывными граничными условиями
- : только смешанные задачи

I:

S: Программы МКЭ позволяют решать

- +: любую частную задачу в рамках модели
- : только частные задачи
- : любой класс задач вне данной модели
- : частные задачи вне данной модели

I:

S: Недостатком МКЭ являются

- + : необходимость составления сложных программ для мощных ЭВМ
- : необходимость программирования на языке
- : необходимость создания модели
- : необходимость разбиения области на элементы

I:

S: Использование ЭВМ в МКЭ требует

- + : большой памяти и быстродействия
- : небольших ресурсов памяти
- : небольшого быстродействия
- : небольшой мощности по быстродействию, но большой памяти

I: -

S: Создателями МКЭ считают

- + : Тернера
- : Сегерлинда
- : Зенкевича
- : Михлина

I:

S: МКЭ появился в

- + : 1950
- : 1900
- : 2000
- : 1905

I:

S: МКЭ – метод минимизации

- + : функционала
- : функции
- : значения производной
- : невязок

I:

S: Для разбиения двумерной области используются элементы

- + : треугольные
- : тетраэдральные
- : пирамидальные
- : кубические

I:

S: Значение переменной во внутренних узлах сетки считается

- + : неизвестной
- : заданной
- : не зависящей от граничных условий
- : зависящей только от способа разбиения

I:

S: Минимальное число узлов при разбиении двумерной области на элементы равно

- + : трем
- : четырем
- : двум
- : пяти

I:

S: Свойства материалов смежных элементов должны быть

- + : не обязательно одинаковыми
- : одинаковыми
- : обязательно разными
- : обязательно разрывными

I:

S: Одномерный конечный элемент имеет

- + : хотя бы два узла
- : один узел
- : только два узла
- : хотя бы три узла

I:

S: Одномерный конечный элемент может быть

- + : только прямолинейным
- : только квадратичным
- : только криволинейным
- : произвольной формы

I:

S: Двумерный элемент может быть

- + : любой формы
- : только треугольным
- : только четырехугольным
- : только треугольным с тремя узлами

I:

S: Трехмерные элементы могут быть

- + : любой пространственной формы
- : только в виде параллелепипеда
- : только в виде тетраэдра
- : только осесимметричными

I:

S: Нумерация узлов элементов

- + : влияет на число нулей этой матрицы
- : не влияет на глобальную матрицу жесткости
- : нарушает симметрию матрицы
- : увеличивает размер матрицы

I:

S: Ширина полосы матрицы жесткости зависит от

- + : нумерации узлов сетки
- : размеров элементов
- : функции формы элементов

-: граничных условий

I:

S: Ширина полосы матрицы

+: зависит от перечисленных величин одновременно

-: не зависит от степени свободы

-: не зависит от разности номеров соседних узлов

-: ни от чего не зависит

I:

S: Даны координаты треугольного элемента с вершинами  $A(0;0)$ ,  $B(0;2)$ ,  $C(4;0)$ , тогда его площадь равна

+: 4

-: 2

-: 8

-: 6

I:

S: Даны координаты вершин треугольного элемента  $A(1;1)$ ,  $B(-1;1)$ ,  $C(0;0)$ . Тогда его площадь равна

+: 1

-: 2

-: 3

-: 0

I:

S: Даны координаты вершин треугольного элемента  $A(4;2)$ ,  $B(-1;2)$ ,  $C(0;0)$ . Тогда его площадь равна

+: 5

-: 6

-: 7

-: 8

I:

S: Даны координаты вершин тетраэдрального элемента  $A(1,0,0)$ ,  $B(0,4,0)$ ,  $C(0,-4,3)$ ,  $D(0,0,6)$ . Тогда его объем равен

+: 8

-: 12

-: 6

-: 10

I:

S: Даны координаты вершин тетраэдрального элемента  $A(4,0,0)$ ,  $B(-4,0,0)$ ,  $C(0,8,0)$ ,  $D(0,0,3)$ . Тогда его объем равен

+: 40

-: 18

-: 30

-: 32

I:

S: Даны координаты вершин тетраэдрального элемента  $A(0,0,9)$ ,  $B(0,10,0)$ ,  $C(2,0,0)$ ,  $D(0,0,0)$ . Тогда его объем равен

+: 42  
-: 30  
-: 32  
-: 40

I:

S: Пусть  $Q$  – число степеней свободы (число неизвестных в узле),  $R$  – максимальная разность номеров двух соседних узлов,  $B$  – ширина полосы ленточной матрицы, тогда значение  $B$  равно при  $Q=2, R=100$

+: 202  
-: 200  
-: 220  
-: 180

I: -

S: Пусть  $Q$  – число степеней свободы (число неизвестных в узле),  $R$  – максимальная разность номеров двух соседних узлов,  $B$  – ширина полосы ленточной матрицы, тогда значение  $R$  равно при  $B=100, Q=2$

+: 49  
-: 50  
-: 51  
-: 32

I:

S: Пусть  $Q$  – число степеней свободы (число неизвестных в узле),  $R$  – максимальная разность номеров двух соседних узлов,  $B$  – ширина полосы ленточной матрицы, тогда значение  $Q$  равно при  $B=200, R=99$

+: 2  
-: 3  
-: 1  
-: 10

I:

S: Пусть  $Q$  – число степеней свободы (число неизвестных в узле),  $R$  – максимальная разность номеров двух соседних узлов,  $B$  – ширина полосы ленточной матрицы, тогда значение  $B/Q$  равно при  $R=19$

+: 20  
-: 2  
-: 4  
-: 5

I:

S: Функция формы для одномерного линейного элемента имеет вид

+:  $\phi = \alpha_1 + \alpha_2 x$   
-:  $\phi = \alpha_1 + \alpha_2 x^2$   
-:  $\phi = \alpha_1 + \alpha_2$   
-:  $\phi = \alpha x^3$

I: -

S: Функция формы для треугольного элемента с тремя узлами имеет вид

+:  $\phi = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y$   
-:  $\phi = \alpha_1 + \alpha_2 x^2 + \alpha_3 xy$

$$\begin{aligned} & -: \phi = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y^2 \\ & -: \phi = \alpha_1 x + \alpha_2 y + \alpha_3 xy \end{aligned}$$

I:

S: Функция формы для трехмерного элемента с четырьмя узлами имеет вид

$$\begin{aligned} & +: \phi = \alpha_1 + \alpha_2 x + \alpha_3 y + \alpha_4 z \\ & -: \phi = \alpha_1 + \alpha_2 x^2 + \alpha_3 y^2 + \alpha_4 z^2 \\ & -: \phi = \alpha_1 + \alpha_2 xy + \alpha_3 xz + \alpha_4 yz \\ & -: \phi = \alpha_1 + \alpha_2 x^2 y^2 + \alpha_3 x^2 z^2 + \alpha_4 y^2 z^2 \end{aligned}$$

I:

S: Координаты одномерного симплекс элемента  $a, b$ . Задана функция формы  $\phi(x)$ . Тогда

$$S = \int_a^b \phi(x) dx \approx (b - a) \cdot \phi\left(\frac{a+b}{2}\right). \text{ Значение } S \text{ при } a = 1, b = 2, \phi(x) = x \text{ равно}$$

$$\begin{aligned} & +: 3/2 \\ & -: 3 \\ & -: 1 \\ & -: 2 \end{aligned}$$

I:

S: Координаты треугольного симплекс элемента равны:  $(0;0), (a;0), (0,b)$ . Задана функция формы  $\phi(x, y)$ . Тогда  $S = \int_{\Delta} \phi(x, y) dx dy \approx \phi(\bar{x}, \bar{y}) \cdot S_{\Delta}$ , где  $S_{\Delta}$  - площадь треугольника конечного элемента,  $\bar{x}, \bar{y}$  - центр тяжести вершин треугольника. Значение  $S$  при  $a = 2, b = 4, \phi(x, y) = 3(x + y)$  равно

$$\begin{aligned} & +: 24 \\ & -: 22 \\ & -: 20 \\ & -: 12 \end{aligned}$$

### **V1: Полуширина матрицы жесткости при решении двумерных задач теории**

I:

S: Полуширина ленточной матрицы жесткости, если максимальная разность двух соседних узлов  $k=20$ , составляет:

$$\begin{aligned} & +: 42 \\ & -: 40 \\ & -: 50 \\ & -: 51 \end{aligned}$$

I:

S: Полуширина ленточной матрицы жесткости, если максимальная разность двух соседних узлов  $k=10$ , составляет:

$$\begin{aligned} & +: 22 \\ & -: 41 \\ & -: 40 \\ & -: 51 \end{aligned}$$

I:

S: Полуширина ленточной матрицы жесткости, если максимальная разность двух соседних узлов  $k=30$ , составляет:

$$\begin{aligned} & +: 62 \\ & -: 41 \\ & -: 60 \end{aligned}$$

-.: 600

I:

S: Полуширина ленточной матрицы жестокости, если максимальная разность двух соседних узлов  $k=40$ , составляет:

+: 82

-.: 80

-.: 90

-.: 91

I:

S: Полуширина ленточной матрицы жестокости, если максимальная разность двух соседних узлов  $k=50$ , составляет:

+: 102

-.: 51

-.: 100

-.: 10

I:

S: Полуширина ленточной матрицы жестокости, если максимальная разность двух соседних узлов  $k=60$ , составляет:

+: 122

-.: 60

-.: 120

-.: 124

I:

S: Полуширина ленточной матрицы жестокости, если максимальная разность двух соседних узлов  $k=70$ , составляет:

+: 142

-.: 141

-.: 100

-.: 70

I:

S: Полуширина ленточной матрицы жестокости, если максимальная разность двух соседних узлов  $k=80$ , составляет:

+: 162

-.: 160

-.: 100

-.: 81

I:

S: Полуширина ленточной матрицы жестокости, если максимальная разность двух соседних узлов  $k=90$ , составляет:

+: 182

-.: 91

-.: 92

-.: 101

I:



S: Полуширина ленточной матрицы жесткости, если максимальная разность двух соседних узлов  $k=100$ , составляет:

+: 202

-: 200

-: 400

-: 401

I:

S: Полуширина ленточной матрицы жесткости, если максимальная разность двух соседних узлов  $k=110$ , составляет:

+: 222

-: 200

-: 220

-: 111

I:

S: Полуширина ленточной матрицы жесткости, если максимальная разность двух соседних узлов  $k=120$ , составляет:

+: 242

-: 111

-: 221

-: 250

#### **V1: Число операций при использовании итерационного метода для решения СЛАУ**

I:

S: Число операций для решения СЛАУ итерационным методом, если  $m=10$ ,  $n=100$  составляет

+: 100000

-: 3000

-: 4000

-: 1000000

I:

S: Число операций для решения СЛАУ итерационным методом, если  $m=100$ ,  $n=1$  составляет

+: 100

-: 10

-: 1000

-: 2000

I:

S: Число операций для решения СЛАУ итерационным методом, если  $m=20$ ,  $n=200$  составляет

+: 800000

-: 10000

-: 2000

-: 4000

I:

S: Число операций для решения СЛАУ итерационным методом, если  $m=10$ ,  $n=4$  составляет

+: 160

-: 320  
-: 1000  
-: 10

I:

S: Число операций для решения СЛАУ итерационным методом, если  $m=10$ ,  $n=10$  составляет

+: 1000  
-: 320  
-: 100  
-: 10000

I:

S: Число операций для решения СЛАУ итерационным методом, если  $m=100$ ,  $n=100$  составляет

+: 1000000  
-: 10000  
-: 1000  
-: 200

I:

S: Число операций для решения СЛАУ итерационным методом, если  $m=10$ ,  $n=8$  составляет

+: 640  
-: 64  
-: 1000  
-: 18

I:

S: Число операций для решения СЛАУ итерационным методом, если  $m=100$ ,  $n=8$  составляет

+: 6400  
-: 64  
-: 108  
-: 800

I:

S: Число операций для решения СЛАУ итерационным методом, если  $m=20$ ,  $n=20$  составляет

+: 8000  
-: 800  
-: 40  
-: 220

I:

S: Число операций для решения СЛАУ итерационным методом, если  $m=20$ ,  $n=10$  составляет

+: 2000  
-: 200  
-: 30  
-: 220

I:

S: Число операций для решения СЛАУ итерационным методом, если  $m=20$ ,  $n=30$  составляет

+: 18000

-: 1800

-: 200

-: 50

I:

S: Число операций для решения СЛАУ итерационным методом, если  $m=10$ ,  $n=20$  составляет

+: 4000

-: 400

-: 30

-: 200

### **V1: Число операций при решении СЛАУ методом Крамера**

I:

S: Число операции при решении СЛАУ методом Крамера при  $n=6$  составляет:

+: 720

-: 10000

-:  $1 m*n$

-: 4000

I:

S: Число операции при решении СЛАУ методом Крамера при  $n=2$  составляет:

+: 2

-: 100

-: 8

-:  $m*n$

I:

S: Число операции при решении СЛАУ методом Крамера при  $n=3$  составляет:

+: 6

-: 2

-: 8

-: 15

I:

S: Число операции при решении СЛАУ методом Крамера при  $n=4$  составляет:

+: 24

-: 1000

-: 2400

-: 16

I:

S: Число операции при решении СЛАУ методом Крамера при  $n=5$  составляет:

+: 120

-: 240

-: 25

-: 1000

I:

S: Число операции при решении СЛАУ методом Крамера при  $n=7$  составляет:

+: 840

-: 800

-: 2

-: 100

I:

S: Число операции при решении СЛАУ методом Крамера при  $n=8$  составляет:

+: 6720

-: 6700

-: 2000

-: 6400

I:

S: Число операции при решении СЛАУ методом Крамера при  $n=8$  составляет:

+: 60480

-: 60400

-: 6700

-: 900

I:

S: Число операции при решении СЛАУ методом Крамера при  $n=8$  составляет:

+: 604800

-: 670000

-: 1000

-: 10000

### **V1: Число операций при решении систем линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) методом Гаусса**

I: -

S: Число операций для решения системы методом Гаусса  $n=30$  уравнений составляет:

+: 27000

-: 8000

-: 1000

-: 9000

I: -

S: Число операций для решения системы методом Гаусса  $n=10$  уравнений составляет:

+: 1000

-: 9000

-: 8000

-: 7000

I: -

S: Число операций для решения системы методом Гаусса  $n=40$  уравнений составляет:

+: 10000

-: 16000

-: 64000

-: 27000

I: -

S: Число операций для решения системы методом Гаусса  $n=50$  уравнений составляет:

+: 125000

-: 100000

-: 75000

-: 25000

I: -

S: Число операций для решения системы методом Гаусса  $n=15$  уравнений составляет:

+: 3375

-: 3255

-: 3370

-: 3300

I: -

S: Число операций для решения системы методом Гаусса  $n=25$  уравнений составляет:

+: 15625

-: 25000

-: 3375

-: 15600

I: -

S: Число операций для решения системы методом Гаусса  $n=5$  уравнений составляет:

+: 125

-: 75

-: 225

-: 25

I: -

S: Число операций для решения системы методом Гаусса  $n=100$  уравнений составляет:

+: 100000

-: 25000

-: 10000

-: 1000

I: -

S: Число операций для решения системы методом Гаусса  $n=35$  уравнений составляет:

+: 42875

-: 42800

-: 42870

-: 3000

I: -

S: Число операций для решения системы методом Гаусса  $n=7$  уравнений составляет:

+: 343

-: 571

-: 560

-: 490

I: -

S: Число операций для решения системы методом Гаусса  $n=8$  уравнений составляет:

+: 512

-: 343

-: 42875

-: 125

I: -

S: Число операций для решения системы методом Гаусса  $n=9$  уравнений составляет:

+: 729

-: 125

-: 512

-: 343

## **V1: Элементы вариационного исчисления**

I:

S: Уравнением Эйлера для функционала  $\Phi(u) = \int_a^b \left( \frac{u_x^2}{2} - fu^3 \right) dx$  является уравнение:

$$+: u_{xx} + 3fu^2 = 0$$

$$-: u_{xx} + 3fu^3 = 0$$

$$-: u_{xx} + fu^2 = 0$$

$$-: u_{xx} - 3fu^2 = 0$$

I:

S: Уравнением Эйлера для функционала  $\Phi(u) = \int_a^b \left( \frac{u_x^2}{2} - fu^2 \right) dx$  является уравнение:

$$+: u_{xx} + 2fu = 0$$

$$-: u_{xx} + f = 0$$

$$-: u_{xx} - f = 0$$

$$-: u_{xx} - 2f = 0$$

I:

S: Уравнением Эйлера для функционала  $\Phi(u) = \int_a^b \left( \frac{u_x^3}{3} - fu^4 \right) dx$  является уравнение:

$$+: u_{xx}^2 + 4fu^3 = 0$$

$$-: u_{xx} - 4fu = 0$$

$$-: u_{xx} - 4fu^3 = 0$$

$$-: u_{xx} - f = 0$$

I:

S: Уравнением Эйлера для функционала  $\Phi(u) = \int_a^b \left( \frac{u_x^2}{2} - 2fu^2 \right) dx$  является уравнение:

$$+: u_{xx} + 4fu = 0$$

$$-: u_{xx} - f = 0$$

$$-: u_{xx} + 4fu^2 = 0$$

$$-: u_{xx} - 4fu^2 = 0$$

I:

S: Уравнением Эйлера для функционала  $\Phi(u) = \int_a^b \left( \frac{u_x^4}{4} - 4fu^4 \right) dx$  является уравнение:

$$+: u_{xx}^3 + 16fu^3 = 0$$

$$-: u_{xx} + 16fu^2 = 0$$

$$-: u_{xx}^3 + fu^3 = 0$$

$$-: u_{xx}^3 - 16fu^3 = 0$$

I:

S: Уравнением Эйлера для функционала  $\Phi(u) = \int_a^b \left( \frac{u_x^5}{5} - 5fu^5 \right) dx$  является уравнение:

$$+: u_{xx}^4 + 25fu^4 = 0$$

$$-: u_{xx} + 5fu^4 = 0$$

$$-: u_{xx}^4 + 25fu^5 = 0$$

$$-: u_{xx}^4 - 25fu^4 = 0$$

I:

S: Уравнением Эйлера для функционала  $\Phi(u) = \int_a^b \left( \frac{u_x^6}{6} - 6fu^6 \right) dx$  является уравнение:

$$+: u_{xx}^5 + 36fu^5 = 0$$

$$-: u_{xx} + 36fu^5 = 0$$

$$-: u_{xx}^5 - 36fu^5 = 0$$

$$-: u_{xx}^5 - 6fu^6 = 0$$

I:

S: Уравнением Эйлера для функционала  $\Phi(u) = \int_a^b \left( \frac{u_x^2}{2} - 5fu^2 \right) dx$  является уравнение:

$$+: u_{xx} + 10fu = 0$$

$$-: u_{xx} - 10fu = 0$$

$$-: u_{xx} - 5fu^2 = 0$$

$$-: u_{xx} + 5fu^2 = 0$$

I:

S: Уравнением Эйлера для функционала  $\Phi(u) = \int_a^b \left( \frac{u_x^2}{2} - 6fu^2 \right) dx$  является уравнение:

$$+: u_{xx} + 12fu = 0$$

$$-: u_{xx} - 12fu = 0$$

$$-: u_{xx} - 6fu^2 = 0$$

$$-: u_{xx} - 12fu^2 = 0$$

I:

S: Уравнением Эйлера для функционала  $\Phi(u) = \int_a^b \left( \frac{u_x^2}{2} - 10fu^2 \right) dx$  является уравнение:

$$+: u_{xx} + 20fu = 0$$

$$-: u_{xx} - 10fu = 0$$

$$-: u_{xx} - 20fu = 0$$

$$-: u_{xx} + 10fu = 0$$

I:

S: Уравнением Эйлера для функционала  $\Phi(u) = \int_a^b \left( \frac{u_x^2}{2} - 7fu^2 \right) dx$  является уравнение:

$$+: u_{xx} + 14fu = 0$$

$$-: u_{xx} - 14fu = 0$$

$$-: u_{xx} - 7fu = 0$$

$$-: u_{xx} + 7fu = 0$$

I:

S: Уравнением Эйлера для функционала  $\Phi(u) = \int_a^b \left( \frac{u_x^2}{2} - 8fu^2 \right) dx$  является уравнение:

$$+: u_{xx} + 16fu = 0$$

$$-: u_{xx} - 16fu = 0$$

$$-: u_{xx} - 8fu = 0$$

$$-: u_{xx} + 8fu = 0$$

### V1: Вычисление интеграла методом средних прямоугольников

I:

S: Интеграл  $S = \int_0^1 e^{2x} dx$  вычисленный методом средних прямоугольников, при разбиении на  $n = 2$  элемент равен:

$$+: \frac{e^{1/2} + e^{3/2}}{2}$$

$$-: \frac{e^{1/4} + e^{3/4}}{2}$$

$$-: \frac{e^{1/2} + e^0}{2}$$

$$-: \frac{e^0 + e^{3/4}}{2}$$

I:

S: Интеграл  $S = \int_0^2 e^{3x} dx$  вычисленный методом средних прямоугольников, при разбиении на  $n = 2$  элемент равен:

$$+: e^{1/4} + e^{3/2}$$

$$-: \frac{e^0 + e^{3/2}}{2}$$

$$-: e^{1/2} + e^0$$

$$-: e^{1/4} + e^0$$

I:

S: Интеграл  $S = \int_0^1 e^{x^2} dx$  вычисленный методом средних прямоугольников, при разбиении на  $n = 2$  элемент равен:

$$+: \frac{e^{1/16} + e^{9/16}}{2}$$

$$-: \frac{e^0 + e^{3/4}}{2}$$

$$-: \frac{e^0 + e^{1/6}}{2}$$

$$-: \frac{e^0 + e^{9/16}}{2}$$

I:

S: Интеграл  $S = \int_0^1 e^{2x^2} dx$  вычисленный методом средних прямоугольников, при разбиении на  $n = 2$  элемент равен:

$$+: \frac{e^{1/8} + e^{9/8}}{2}$$

$$-: e^{8/9} + e^{3/4}$$

$$-: \frac{e^{1/8} + e^0}{2}$$

$$-: \frac{e^{1/8} + e^{1/2}}{2}$$

I:

S: Интеграл  $S = \int_0^1 \frac{e^x}{2} dx$  вычисленный методом средних прямоугольников, при разбиении на  $n = 2$  элемент равен:

$$+: \frac{e^{1/4} + e^{3/4}}{4}$$

$$-: \frac{e^{1/8} + e^{3/4}}{2}$$

$$-: \frac{e^{1/4} + e^0}{4}$$

$$-: \frac{e^{1/4} + e^0}{2}$$

I:

S: Интеграл  $S = \int_0^1 \frac{e^{2x}}{2} dx$  вычисленный методом средних прямоугольников, при разбиении на  $n = 2$  элемент равен:

$$+: \frac{e^{1/2} + e^{3/2}}{4}$$

$$-: \frac{e^0 + e^{-1/2}}{2}$$

$$-: \frac{e^{1/2} + e^0}{4}$$

$$-: \frac{e^{3/2} + e^{9/8}}{4}$$



I:

S: Интеграл  $S = \int_1^2 x^2 dx$  вычисленный методом средних прямоугольников, при разбиении на  $n = 2$  элемент равен:

$$\begin{aligned} &+: \frac{37}{4} \\ &-: \frac{74}{8} \\ &-: \frac{74}{4} \\ &-: \frac{4}{25} \\ &-: \frac{16}{16} \end{aligned}$$

I:

S: Интеграл  $S = \int_1^4 \frac{x}{2} dx$  вычисленный методом средних прямоугольников, при разбиении на  $n = 2$  элемент равен:

$$\begin{aligned} &+: -\frac{15}{4} \\ &-: \frac{15}{4} \\ &-: \frac{15}{2} \\ &-: -\frac{15}{2} \end{aligned}$$

I:

S: Интеграл  $S = \int_1^4 x dx$  вычисленный методом средних прямоугольников, при разбиении на  $n = 2$  элемент равен:

$$\begin{aligned} &+: \frac{15}{2} \\ &-: -\frac{15}{4} \\ &-: \frac{15}{4} \\ &-: 0 \end{aligned}$$

### V1: Вычисление интеграла методом трапеций

I:

S: Интеграл  $S = \int_1^2 \cos x dx$ , вычисленный методом трапеции при разбиении на  $n = 1$  элемент равен:

$$\begin{aligned} &+: \frac{\cos 1 + \cos 2}{2} \\ &-: \cos 1 + \cos 2 \\ &-: \frac{\cos 1 - \cos 2}{2} \\ &-: \frac{\cos 1 + 2\cos 2}{2} \end{aligned}$$

I:

S: Интеграл  $S = \int_0^1 \sin x dx$ , вычисленный методом трапеции при разбиении на  $n = 2$  элемент равен:

$$\begin{aligned} &+: \frac{\frac{\sin 0 + \sin 1}{2} + \sin \frac{1}{2}}{2} \\ &-: \sin 0 - \sin 1 + \sin \frac{1}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \therefore \sin 2 + \sin \frac{1}{2} \\ & \therefore \frac{\sin 0 + \sin 1}{2} + \sin \frac{1}{2} \end{aligned}$$

I:

S: Интеграл  $S = \int_0^1 \operatorname{tg} x dx$ , вычисленный методом трапеции при разбиении на  $n = 1$  элемент равен:

$$\begin{aligned} & +: \frac{\operatorname{tg} 0 + \operatorname{tg} 1}{2} \\ & -: \frac{\operatorname{tg} 1 - \operatorname{tg} 0}{2} \\ & \therefore \operatorname{tg} 0 - \operatorname{tg} 1 \\ & -: \frac{2 \operatorname{tg} 1 - \operatorname{tg} 0}{2} \end{aligned}$$

I:

S: Интеграл  $S = \int_1^2 \operatorname{ctg} x dx$ , вычисленный методом трапеции при разбиении на  $n = 2$  элемент равен:

$$\begin{aligned} & +: \frac{\operatorname{ctg} 1 + \operatorname{ctg} 2 + 2 \operatorname{ctg} \frac{3}{2}}{2} \\ & -: \frac{\operatorname{ctg} 1 - \operatorname{ctg} 2}{4} \\ & \therefore \frac{\operatorname{ctg} 1 - \operatorname{ctg} 2}{4} + \operatorname{ctg} 1 \\ & -: \frac{\operatorname{ctg} 1 + \operatorname{ctg} \frac{3}{2}}{2} \end{aligned}$$

I: -

S: Интеграл  $S = \int_0^1 (\cos x + \sin x) dx$ , вычисленный методом трапеции при разбиении на  $n = 1$  элемент равен:

$$\begin{aligned} & +: \frac{\cos 2 + \cos 1}{2} + \frac{\sin 1 + \sin 2}{2} \\ & -: \frac{\sin 1 - \cos 2}{2} \\ & \therefore \sin 0 - \sin 1 + \cos 0 - \cos 1 \\ & -: \frac{\cos 2 + \sin 1}{2} + \frac{\sin 1 + \cos 2}{2} \end{aligned}$$

I:

S: Интеграл  $S = \int_0^1 (\cos x \sin x) dx$ , вычисленный методом трапеции при разбиении на  $n = 1$  элемент равен:

$$\begin{aligned} & +: \frac{\cos 0 \sin 0 + \cos 1 \sin 1}{2} \\ & -: \frac{\sin 1 - \cos 2}{2} \\ & \therefore \frac{\cos 2 \cos 1}{2} + \frac{\sin 1 \sin 2}{2} \\ & -: \cos 0 \sin 0 + \cos 1 \sin 1 \end{aligned}$$

I:

S:

Интеграл  $S = \int_0^1 \operatorname{ch} x dx$ , вычисленный методом трапеции при разбиении на  $n = 1$  элемент равен:

$$\begin{aligned} & +: \frac{\operatorname{ch} 0 + \operatorname{ch} 1}{2} \\ & -: \frac{\operatorname{ch} 1 - \operatorname{ch} 0}{2} \end{aligned}$$

$$-: ch0 - ch1$$

$$-: \frac{2ch1 - ch2}{2}$$

I:

S: Интеграл  $S = \int_1^2 shx dx$ , вычисленный методом трапеции при разбиении на  $n = 2$

элемент равен:

$$+: \frac{sh1 + sh2 + 2sh\frac{3}{2}}{4}$$

$$-: \frac{sh1 - sh2}{4}$$

$$-: \frac{sh1 - sh2}{2}$$

$$-: \frac{sh1 + sh\frac{3}{2}}{2}$$

**Критерии формирования оценок по тестовым заданиям:**

По итогам выполнения тестовых заданий оценка производится по пятибалльной шкале. При правильных ответах на:

89-100% заданий – «5» (баллов);

70-88% заданий – «4» (баллов);

50-69% заданий – «3» (балла);

30-49% заданий – «2» (балла);

10-29% заданий – «1» (балл);

менее 10% заданий – «0» (баллов).

**3.5. Вопросы, выносимые на экзамен по дисциплине «Метод конечных элементов»**

№	Вопрос	Код компетенции
1	МКЭ. История создания. Области применения. Понятие конечного элемента	ПКС-4
2	Четыре этапа алгоритма работы МКЭ: выделение конечного элемента (КЭ), построение аппроксимирующей функции элемента, объединение КЭ в ансамбль, нахождение узловых значений функции.	ПКС-4
3	Выделение КЭ: разбиение области на КЭ, нумерация узлов КЭ, информация о способе разбиения области на КЭ	ПКС-4
4	Типы КЭ: одномерные, двумерные, трехмерные. Виды аппроксимирующей функции: линейные, квадратичные, кубические и др	ПКС-4
5	Представление аппроксимирующей функции в виде скалярного произведения вектора функций формы и вектора узловых значений функции	ПКС-4
6	Функции формы КЭ и их свойства	ПКС-4
7	Применение метода минимизации функционала и метода Галеркина при нахождении вектора узловых значений функции	ПКС-4
8	Температурное поле. Температурный градиент. Тепловой поток. Гипотеза Фурье	ПКС-4
9	Коэффициент теплопроводности. Дифференциальное уравнение теплопроводности. Условия однозначности для процессов теплопроводности	ПКС-4

10	Применение МКЭ для нахождения стационарного и нестационарного температурных полей одномерного стержня. Вид функционала для минимизации в стационарном и нестационарном случае	ПКС-4
11	Применение МКЭ для нахождения напряженно-деформированного состояния стержня при кручении. Вид функционала для минимизации	ПКС-4
12	Двумерное уравнение Лапласа в задачах электростатики. Граничные условия Дирихле и Неймана	ПКС-4
13	Применение МКЭ при решении задачи о распределении электрического потенциала в пространстве между проводниками коаксиальной линии передач	ПКС-4
14	Двумерное уравнение Пуассона в задачах магнитостатики. Граничные условия Дирихле и Неймана	ПКС-4
15	Применение МКЭ при решении задачи о распределении скалярного магнитного потенциала	ПКС-4
16	Препроцессор, процессор, постпроцессор и их функции. Способы организации программного обеспечения для МКЭ. Особенности построения многодисциплинарных программ	ПКС-4
17	Современный рынок программных продуктов на основе МКЭ	ПКС-4
18	Численные методы решения систем линейных и нелинейных уравнений	ПКС-4
19	Численные методы вычисления определенных интегралов	ПКС-4
20	Численные методы решения систем линейных дифференциальных уравнений	ПКС-4
21	Плоские стационарные задачи теплопроводности в линейной и нелинейной постановках	ПКС-4
22	Источники поля, граничные условия и вычисляемые физические величины в задачах температурного поля системы ELCUT	ПКС-4
23	Задачи теории упругости в постановках плоских напряжений, плоских деформаций и осесимметричного напряженного состояния с изотропными или ортотропными свойствами материалов	ПКС-4