МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ИСКУССТВЕННОГО ИНТЕЛЛЕКТА И КОМПЬЮТЕРНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

КАФЕДРА ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАТИКИ

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ОПОП
________ **М.С. Нирова**
«12» апреля 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

«МЕТОДЫ ВЫЧИСЛЕНИЙ»

Программа специалитета
01.05.01 Фундаментальные математика и механика
(код и наименование программы специалитета)

Направленность (профиль)
Фундаментальная математика
(наименование направленности (профиля))

Квалификация (степень) выпускника
специалист

Форма обучения
очная

НАЛЬЧИК 2023г.

СОДЕРЖАНИЕ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ

1. Перечень компетенций и этапы их формирования

Шифр и название компетенции:

ОПК-2. Способен создавать, анализировать и реализовывать новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении.

Индикаторы достижения компетенции ОПК-2:

ОПК-2.1. Способен оценивать существующие принципы математических моделей.

ОПК-2.2. Способен выбирать необходимые методы исследования и разрабатывать новые методы, исходя из задач конкретного исследования.

Общая характеристика компетенции

Тип компетенции: общепрофессиональная компетенция (ОПК) выпускника образовательной программы по направлению подготовки высшего образования 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, уровень ВО - специалитет.

1.1. Этапы формирования компетенций и средства оценивания

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины	Индикаторы достижений	Основные показатели оценки результатов обучения	Вид оценочного средства
ОПК-2 Способен создавать, анализировать и реализовывать новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении	**ОПК-2.1.** Способен оценивать существующие принципы математических моделей. **ОПК-2.2.** Способен выбирать необходимые методы исследования и разрабатывать новые методы, исходя из задач конкретного исследования.	**Знать** математические модели и их использование в естествознании, экономике и управлении **Уметь** модифицировать и анализировать существующие математические модели **Владеть** построения математических моделей	Практическая работа (ПР); Лабораторная работа (ЛР); Контрольная работа (К); Рубежный контроль (РК).

2. Показатели и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Текущий и рубежный контроль

Этап (уровень)	Первый этап (уровень)	Второй этап (уровень)	Третий этап (уровень)
Баллы	**36-50 баллов**	**51-60 баллов**	**56-70 баллов**
Характеристика	Полное или частичное посещение аудиторных занятий.	Полное или частичное посещение аудиторных занятий.	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение

	Частичное выполнение и защита лабораторных и практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценки «удовлетворительно».	Полное выполнение и защита лабораторных и практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценки «хорошо».	и защита лабораторных и практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий, ответы на коллоквиуме на оценки «отлично».

На первом (начальном) этапе формирования компетенции формируются знания, умения и навыки, составляющие базовую основу компетенции, без которой невозможно ее дальнейшее развитие. Обучающийся воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу.

На втором (основном) этапе формирования компетенции приобретается опыт деятельности, когда отдельные компоненты компетенции начинают «работать» в комплексе и происходит выработка индивидуального алгоритма продуктивных действий, направленных на достижение поставленной цели. На этом этапе обучающийся осваивает аналитические действия с предметными знаниями по конкретной дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя координирование хода работы, переносит знания и умения на новые условия.

Третий (завершающий) этап – это овладение компетенцией. Обучающийся способен использовать знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях. По результатам этого этапа обучающийся демонстрирует итоговый уровень сформированности компетенции.

Перечень оценочных средств

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1	Коллоквиум.	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины.
2	Задача (практическое задание, лабораторное задание).	Средство оценки умения применять полученные теоретические знания в практической ситуации. Задача (задание) должна быть направлена на оценивание тех компетенций, которые подлежат освоению в данной дисциплине, должна содержать чёткую инструкцию по выполнению и алгоритм действий.	Комплект задач и заданий.
3	Контрольная работа.	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.	Комплект контрольных заданий по вариантам.
4	Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий.

2.1. Перечень вопросов для проведения коллоквиума по темам
(контролируемая компетенция ОПК-2)

Тема: «Приближенные числа»

1. Действия с приближенными числами.
2. Погрешность суммы.
3. Погрешность произведения.
4. Погрешность частного.

Тема: «Приближение функций и их производных»

5. Общая задача интерполирования.
6. Интерполирование по значениям функции.
7. Алгебраическое интерполирование.
8. Интерполяционный многочлен Лагранжа.
9. Погрешность интерполяционной формулы Лагранжа.
10. Многочлены Чебышева.
11. Минимизация оценки остаточного члена интерполяционного многочлена Лагранжа.
12. Конечные и разделенные разности.
13. Интерполяционная формула Ньютона для неравноотстоящих узлов интерполирования.
14. Интерполяционные формулы Ньютона для равноотстоящих узлов интерполирования.
15. Погрешность интерполяционных формул Ньютона.
16. Постановка задач численного дифференцирования.
17. Основные формулы численного дифференцирования.
18. Погрешность формул численного дифференцирования.
19. Некорректность задачи численного дифференцирования.
20. Задача наилучшего равномерного приближения функции.
21. Метод наименьших квадратов.
22. Обработка результатов наблюдения.

Тема: «Численное интегрирование»

1. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.
2. Интерполяционные квадратурные формулы.
3. Формулы прямоугольников.
4. Формула трапеции.
5. Формулы Симпсона.
6. Формулы Гаусса.

Тема: «Численные методы алгебры»

1. Метод простой итерации.
2. Сходимость метода простой итерации.
3. Оценка погрешности метода простой итерации.
4. Процесс практической оценки погрешности метода простой итерации.
5. Метод Зейделя.
6. Метод релаксации.
7. Сходимость метода Зейделя.
8. Метод простой итерации решения нелинейных уравнений.
9. Метод Ньютона.
10. Метод секущих.
11. Сходимость методов.

Тема: «Численные методы решения задачи Коши для ОДУ»

1. Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Одношаговые методы.
3. Метод Эйлера и его модификации.
4. Метод Рунге-Кутта построения одношаговых схем.
5. Схема Рунге-Кутта четвертого порядка точности.

6. Особенности ее реализации на ЭВМ.
7. Метод Рунге-Кутта для систем уравнений.
8. Метод Рунге-Кутта построения одношаговых схем.
9. Схема Рунге-Кутта четвертого порядка точности.
10. Особенности ее реализации на ЭВМ.
11. Метод Рунге-Кутта для систем уравнений.
12. Многошаговые методы.
13. Экстраполяционный и интерполяционный методы Адамса.
14. Формулы Штермера.
15. Устойчивость и сходимость многошаговых методов.

Тема: «Численные методы решения краевых задач для ОДУ»

1. Однородные разностные схемы.
2. Методы построения разностных схем.
3. Аппроксимация и устойчивость.
4. Оценка погрешности и сходимость конечно-разностных схем.
5. Метод прогонки и стрельбы решения сеточных уравнений.
6. Вариационно-разностные схемы.

Тема: «Численные методы решения краевых задач для ДУ в частных производных»

1. Сетки и сеточные функции.
2. Аппроксимация частных производных.
3. Порядок аппроксимации.
4. Устойчивость.
5. Решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности методом сеток.
6. Явные и неявные схемы для уравнения теплопроводности.
7. Разностные схемы для уравнений гиперболического типа.
8. Задача Коши для волнового уравнения.
9. Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона.
10. Устойчивость и сходимость разностной задачи Дирихле.
11. Итерационный метод решения разностной задачи Дирихле.

2.2. Задания для самостоятельной работы обучающегося
(контролируемая компетенция ОПК-2)

Цель заданий – сформировать навык решения практических прикладных задач численными методами, навык оценки точности полученного решения и анализа поведения ошибок, что является необходимым при применении численных методов.

Тема: «Действия с приближенными числами»

1. Округляя следующие числа до трех значащих цифр, определить абсолютную погрешность Δ_a приближенных чисел:

1) 2,1514; 1,1273; -2,145; 2,355;
2) 0,16152; 0,1725; -0,1635; 2,1452;
3) 0,01207; -0,1265; 10,15; 1,3852;
4) 1,225; 0,01366; -0,1535; 0,62851;
5) -0,0015281; 13,45; 0,1235; 14,854.

2. Округляя следующие числа до трех значащих цифр, определить относительную погрешность δ_a полученных приближенных чисел:

1) 2,1514; 1,1273; -2,145; 2,355;
2) 0,16152; 0,1725; -0,1635; 2,1452;
3) 0,01207; -0,1265; 10,15; 1,3852;
4) 1,225; 0,01366; -0,1535; 0,62851;
5) -0,0015281; 13,45; 0,1235; 14,854.

3. Определить абсолютную погрешность приближенных чисел по их относительным погрешностям:

1) $a = 13267; \quad \delta = 0,1\%;$ 2) $a = 2,32; \quad \delta = 0,7\%;$

3) $a = 35,72; \quad \delta = 1\%;$ 4) $a = 0,896; \quad \delta = 10\%;$

5) $a = 232,44; \quad \delta = 1\%;$ 6) $a = 14387; \quad \delta = 1\%.$

4. Определить количество верных знаков в числе a, если известна его абсолютная погрешность:

1) $a = 0,3971; \quad \Delta_a = 0,25 \cdot 10^{-2};$ 2) $a = 0,1132; \quad \Delta_a = 0,1 \cdot 10^{-3};$

3) $a = 38,2543; \quad \Delta_a = 0,27 \cdot 10^{-2};$ 4) $a = 293,481; \quad \Delta_a = 0,1;$

5) $a = 2,325; \quad \Delta_a = 0,1 \cdot 10^{-1};$ 6) $a = 14,00231; \quad \Delta_a = 0,1 \cdot 10^{-3}.$

5. Определить количество верных знаков в числе a, если известна его относительная погрешность:

1) $a = 1,8921; \quad \delta_a = 0,1 \cdot 10^{-2};$ 2) $a = 0,2218; \quad \delta_a = 0,2 \cdot 10^{-1};$

3) $a = 22,351; \quad \delta_a = 0,1;$ 4) $a = 0,02425; \quad \delta_a = 0,5 \cdot 10^{-2};$

5) $a = 0,000135; \quad \delta_a = 0,15;$ 6) $a = 9,3598; \quad \delta_a = 0,1\%.$

6. Найти сумму приближенных чисел и указать их абсолютную погрешность (в исходных данных все знаки верные):

1)	0,15655;	0,43;	2,005;	14,11;	4,11651;	1,2235;
2)	12,4375;	0,015;	12,16;	0,05;	0,1465;	1,07651;
3)	0,0457;	12,97;	6,5;	0,1;	10,125;	0,055;
4)	9,2675;	0,06851;	13,55;	66,175;	0,1345;	2,1125;
5)	1,1;	6,965;	0,0651;	7,63;	0,155;	6,7.

7. Найти сумму приближенных чисел и указать их относительную погрешность (в исходных данных все знаки верные):

1)	0,15655;	0,43;	2,005;	14,11;	4,11651;	1,2235;
2)	12,4375;	0,015;	12,16;	0,05;	0,1465;	1,07651;
3)	0,0457;	12,97;	6,5;	0,1;	10,125;	0,055;
4)	9,2675;	0,06851;	13,55;	66,175;	0,1345;	2,1125;
5)	1,1;	6,965;	0,0651;	7,63;	0,155;	6,7.

8. Найти разность приближенных чисел и указать их абсолютную погрешность (в исходных данных все знаки верные):

1)	0,15655;	0,43;	2,005;	14,11;	4,11651;	1,2235;
2)	12,4375;	0,015;	12,16;	0,05;	0,1465;	1,07651;
3)	0,0457;	12,97;	6,5;	0,1;	10,125;	0,055;
4)	9,2675;	0,06851;	13,55;	66,175;	0,1345;	2,1125;
5)	1,1;	6,965;	0,0651;	7,63;	0,155;	6,7.

9. Найти разность приближенных чисел и указать их относительную погрешность (в исходных данных все знаки верные):

1)	0,15655;	0,43;	2,005;	14,11;	4,11651;	1,2235;
2)	12,4375;	0,015;	12,16;	0,05;	0,1465;	1,07651;
3)	0,0457;	12,97;	6,5;	0,1;	10,125;	0,055;
4)	9,2675;	0,06851;	13,55;	66,175;	0,1345;	2,1125;
5)	1,1;	6,965;	0,0651;	7,63;	0,155;	6,7.

10. Найти произведение приближенных чисел и вычислить абсолютную и относительную погрешности (в исходных данных все знаки верные):

1) 4,27·6,7; 2,134:1,973;

2) 33,1·1,547; 0,156:1,5;

3) 0,05·17,2; 136:2;

4) 0,137·456; 457,123:918;

5) 1,87·1,194; 133,4576:35,2.

11. Найти частное приближенных чисел и вычислить абсолютную и относительную погрешности (в исходных данных все знаки верные):

1) 4,27·6,7; 2,134:1,973;

2) 33,1·1,547; 0,156:1,5;

3) 0,05·17,2; 136:2;

4) 0,137·456; 457,123:918;

5) 1,87·1,194; 133,4576:35,2.

Тема: «Интерполирование функций»

1. Построить интерполяционный полином Лагранжа для функций $f(x)=\ln x$, заданной в узлах интерполяции. Оценить погрешность интерполяционного полинома при заданном значении *x*.

1) $x=1,05$

x	1,0	1,1	1,2
$f(x)$	0,0000	0,0953	0,1823

2) $x=2,05$

x	2,0	2,1	2,2
$f(x)$	0,6931	0,7419	0,7885

3) $x=3,05$

x	3,0	3,1	3,2
$f(x)$	1,0986	1,1314	1,1632

4) $x=1,55$

x	1,5	1,6	1,7
$f(x)$	0,4055	0,4700	0,5306

5) $x=2,55$

x	2,5	2,6	2,7
$f(x)$	0,9163	0,9555	0,9933

2. Построить интерполяционный полином Ньютона, составив таблицу разностей, если функция $f(x)$ задана в узлах интерполирования:

1)

x	1	3	4
$f(x)$	3	2	5

2)

x	2	3	6
$f(x)$	1	3	2

3)

x	3	4	6
$f(x)$	5	3	2

4)

x	4	6	7
$f(x)$	4	1	5

5)

x	5	6	8
$f(x)$	4	1	3

6)

x	6	8	9
$f(x)$	5	2	3

3. По заданным таблицам значений функции $f(x)$ (первая таблица для нечетных вариантов, вторая – для четных), используя формулу Ньютона для интерполирования вперед (до второго порядка) вычислить значения $f(x)$ в указанных значениях аргумента x. При составлении таблицы разностей провести контроль вычислений.

Таблица 1 Таблица 2

x	$f(x)$		x	$f(x)$

0,115	5,49543		1,340	4,25562
0,120	5,65583		1,345	4,35325
0,125	5,82558		1,350	4,45522
0,130	6,00551		1,355	4,56184
0,135	6,19658		1,360	4,67344
0,140	6,39986		1,365	4,79038
0,145	6,61659		1,370	4,91306
0,150	6,84815		1,375	5,04192
0,155	7,09613		1,380	5,17744
0,160	7,36235		1,385	5,32016
0,165	7,64893		1,390	5,47069
0,170	7,95829		1,395	5,62968
0,175	8,29329		1,400	5,79754
0,180	8,65729		1,405	5,96237

1) 0,1217; 0,1161; 2) 1,3415; 1,3371;
3) 0,1152; 1,1162; 4) 1,3426; 1,3719;
5) 0,1213; 0,1144 6) 1,3454; 1,3317.

4. По заданным таблицам значений функции $f(x)$ задания 3 (первая таблица для нечетных вариантов, вторая – для четных), используя формулы Ньютона для интерполирования назад (до второго порядка) вычислить значения $f(x)$ в указанных значениях аргумента x. При составлении таблицы разностей провести контроль вычислений.

1 0,1736; 0,1751; 2) 0,3911; 1,3962;
3 1,1728; 0,1762; 4) 1,3921; 1,3971;
5) 0,1714; 0,1852; 6) 1,3858; 1,3961.

5. По формуле Ньютона для равноотстоящих узлов уплотнить в два раза таблицы в первом задании. Осуществить контроль результатов по разностям.

Тема: «Численное дифференцирование»

1. Найти $y'(50)$ функции $y = \lg x$, заданной таблицей:

x	50	55	60	65
y	1,6990	1,7404	1,7782	1,8129

Оценить ошибку.

2. Путь $y = f(t)$, пройденный прямолинейно движущейся точкой за время t, дается таблицей:

i	0	1	2	3	4	5
Время t_i (сек)	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05
Путь $y(t_i)$ (см)	0,000	1,512	6,022	13,385	22,385	34,921

Используя конечные разности до пятого порядка включительно, приближенно найдите скорость $V = \frac{dy}{dt}$ и ускорение $W = \frac{d^2y}{dt^2}$ точки для моментов времени $t = 0;\ 0{,}01;\ 0{,}02;\ 0{,}03;\ 0{,}04$. Значение t выбрать по номеру варианта.

Тема: «Численное интегрирование»

1. Вычислить интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{a+x^3}$ по формуле трапеций при $n=8$ и оценить остаточный член.

2. Вычислить интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{a+x^2}}$ по формуле трапеций с точностью $\varepsilon=10^{-5}$, определяя величину шага h по оценке остаточного члена.

3. Вычислить интеграл $\int_0^1 \frac{dx}{a+x^2}$ с помощью формулы Симпсона с точностью $\varepsilon=10^{-5}$. Величину шага h, обеспечивающего требуемую точность, определить с помощью двойного пересчета.

4. Вычислить с точностью $\varepsilon=10^{-5}$ интеграл $I=\int_0^1 \frac{e^{-x^2}\sin ax}{a+x^2}dx$

по составной формуле Симпсона при $N=10$.

5. Вычислить с точностью $\varepsilon=10^{-5}$ интеграл $I=\int_0^1 \frac{e^{-x^2}\sin ax}{a+x^2}dx$

по формуле Гаусса при $n=5$.

Во всех заданиях $a=0{,}1\cdot k$, где k – номер варианта.

Тема: «Численные методы алгебры»

1. Используя метод простой итерации, найти решение системы

$$\begin{cases}(24{,}21+\alpha)\,x_1+2{,}42\,x_2+3{,}85\,x_3=30{,}24,\\ 2{,}31\,x_1+31{,}49\,x_2+1{,}52\,x_3=40{,}95-\beta,\\ 3{,}49\,x_1+4{,}85\,x_2+(28{,}72+\alpha)\,x_3=42{,}81\end{cases}$$

с точностью $\varepsilon=10^{-5}$. Значения параметров α и β для вариантов приведены в таблице:

№№	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
α	0,2	0,4	0,6	0,8	0,0	0,2	0,4	0,6	0,8	0,0
β	0,0	0,0	0,0	0,0	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,4

2. Используя метод Зейделя, найти решение системы, приведенной в первом задании с точностью $\varepsilon=10^{-5}$.

Тема: «Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений»

1. Применяя метод Эйлера решить задачу Коши:

$$\frac{du}{dx}=\frac{1}{2}x\,u\,, \qquad u(0)=1$$

на отрезке $[0,\,1]$ с шагом $h=0{,}1$. Результаты сравнить с точным решением.

2. Применяя метод предиктор-корректор решить задачу Коши:

$$\frac{du}{dx}=\frac{1}{2}x\,u\,, \qquad u(0)=1$$

на отрезке $[0,\,1]$ с шагом $h=0{,}1$. Результаты сравнить с точным решением.

3. Применяя метод Рунге-Кутта четвертого порядка точности решить задачу Коши:

$$\frac{du}{dx}=\frac{1}{2}x\,u\,, \qquad u(0)=1$$

на отрезке $[0,\,1]$ с шагом $h=0,1$. Результаты сравнить с точным решением.

4. Составить программу и получить численные результаты решения дифференциального уравнения

$$\frac{du}{dx}=1+\alpha\,u\,\sin x-\beta\,u^2$$

методом Эйлера на отрезке $[0,\,1]$ с начальным условием $u(0)=0$, выбрав шаг h равным $0,1$. Значения параметров α и β для всех вариантов даны в таблице.

№ № вариантов	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
α	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0
β	1,0	1,0	1,0	1,0	1,0	1,25	1,25	1,25	1,25	1,25

5. Используя метод Рунге – Кутта четвертого порядка точности, составить программу и получить результаты численного решения задачи Коши для модели хищник-жертва (уравнение Лотки-Вольтерра):

$$\begin{cases} \dfrac{dx}{dt}=\alpha x+\beta y x, & \alpha>0,\ \beta<0, & x(0)=x_0, \\ \dfrac{dy}{dt}=\gamma y+\delta x y, & \gamma<0,\ \delta>0, & y(0)=y_0. \end{cases}$$

Здесь $x=x(t)$, $y=y(t)$ – количество жертв и хищников соответственно в момент времени t. Входные данные:

$$\alpha=0,25\,,\ \beta=-0,01\,,\ \gamma=-1\,,\ \delta=0,01\,,\ x_0=80\,,\ y_0=30\,,\ \tau=0,25;$$

τ – шаг сетки по времени.

6. Проверить устойчивость решения задачи по начальным данным. Для этого измените начальные условия $x_0=80$, $y_0=30$ на единицу в каждом направлении (четыре различных случая) и повторите вычисления, используя метод Рунге – Кутта. Построить графики на координатной плоскости xOy.

Тема: «Численные методы решения краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений»

Методом прогонки решить задачу:

$$\frac{d}{dx}\left[k(x)\frac{du}{dx}\right]-q(x)\,u=-f(x), \quad 0<x<1,$$

$$\begin{cases} k(0)\,u'(0)=\beta_1\,u(0)-\mu_1, & x=0, \\ -k(1)\,u'(1)=\beta_2\,u(1)-\mu_2, & x=l, \quad \beta_1\ge 0, \beta_2\ge 0,\ \beta_1+\beta_2>0 \end{cases}$$

с использованием однородной разностной схемы

$$(a\,y_{\bar{x}})_x-d\,y=-\varphi(x),$$

$$\begin{cases} a_1\,y_{\bar{x},1}=\overline{\beta}_1\,y_0-\overline{\mu}_1, & \overline{\beta}_1=\beta_1+0{,}5h\,q_0,\ \ \overline{\mu}_1=\mu_1+0{,}5h\,f_0\,, \\ -a_N\,y_{\bar{x},N}=\overline{\beta}_2\,y_N-\overline{\mu}_2, & \overline{\beta}_2=\beta_2+0{,}5h\,q_N,\ \ \overline{\mu}_2=\mu_2+0{,}5h\,f_N\,. \end{cases}$$

Составить программу. Значение шага h выбирать, исходя из требований к точности решения. Коэффициенты уравнения и граничных условий приведены в таблице.

№	$k(x)$	$q(x)$	$f(x)$	β_1	μ_1	β_2	μ_2	ε
1	e^x	e^x	$\sin x$	0	0	1	0	0,1
2	x^2+1	x	e^{-x}	0	0	1	0	0,1
3	$x+1$	e^x	e^{-x^2}	0	0	1	0	0,1

4	e^x	e^x	e^{-x}	1	0	1	0	0,1
5	e^x	e^x	$\cos x$	1	0	1	1	0,001

Тема: «Численные методы решения краевых задач для нестационарных уравнений математической физики»

1. Найти решение уравнения

$$\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},\quad 0<x<1,\quad 0<t\le 0,01,$$

удовлетворяющее условиям:

$$u(x,0)=e^{-\beta x}\sin\alpha x,\ 0\le x\le 1,$$
$$u(0,\ t)=0,\ u(1,\ t)=e^{-\beta}\sin\alpha$$

1) по явной разностной схеме, взяв $h=0,1;\ \tau=0,002$;
2) по неявной разностной схеме, взяв $h=0,1;\ \tau=0,01$.
Сравнить полученные решения.
Значения параметров α и β для всех вариантов даны в таблице.

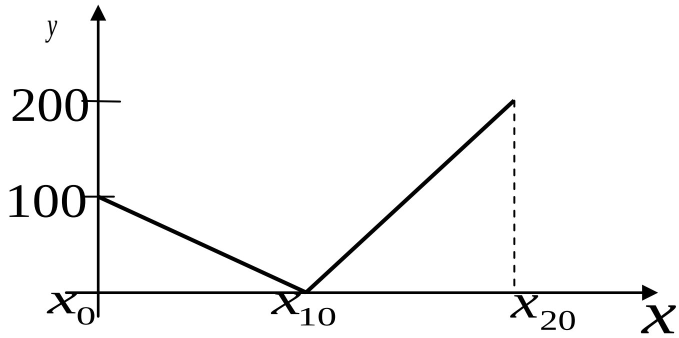
№ вар-та	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
α	$\pi/12$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$5\pi/12$	$\pi/12$	$\pi/6$	$\pi/4$	$\pi/3$	$5\pi/12$
β	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

2. Для параболического уравнения $u_t=u_{xx}$ решить первую краевую задачу

$$u(0,t_j)=100,\ u(20,t_j)=200,\quad j=0,1,2,\ldots,200.$$

Начальное условие задается таким образом:

$$u(x_i,0)=10(10-x_i);\qquad i=0,1,\ldots,10;$$
$$u(x_i,0)=20(x_i-10);\qquad i=10,11,\ldots,20;$$



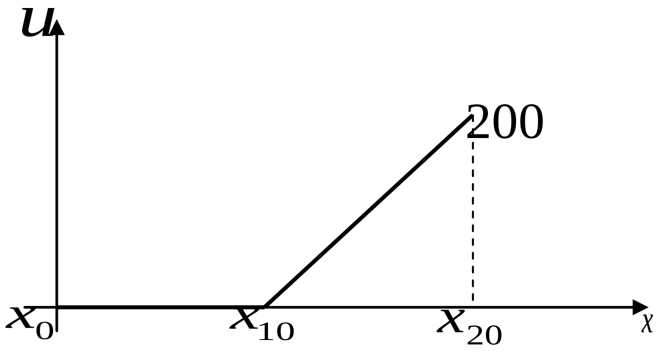
Для решения сформулированной задачи воспользоваться явной схемой, приняв $h=1;\ \lambda=0,2;\ \lambda=\dfrac{\tau}{h^2}$.

К какому виду должно стремиться распределение температуры по истечении достаточно длительного времени?

3. Решить ту же задачу, что в задании 2, приняв:
$\lambda=0,1$ и $j_{\max}=400$; $\lambda=0,4$ и $j_{\max}=100$; $\lambda=0,8$ и $j_{\max}=50$; $\lambda=1$ и $j_{\max}=20$.

4. С помощью неявной схемы решить уравнение $u_t=u_{xx}$, приняв граничные и начальные условия заданными по формулам:

$$u(0,t_j)=0;\ u(x_{20},t_j)=200;\ u(x_i,0)=0,\ i=0,1,\ldots 10;$$
$$u(x_i,0)=20(x_i-10),\ i=10,\ 11,\ \ldots,\ 20;$$



5. Составить алгоритм решения смешанной задачи для уравнения теплопроводности:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = a\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + f(x, t), \quad 0 < x < l,\ 0 < t \le T,$$
$$u'(0) = \beta_1 u(0) - \mu_1(t),$$
$$-u'(1) = \beta_2 u(1) - \mu_2(t), \quad \beta_1,\ \beta_2 \ge 0,\ \beta_1 + \beta_2 > 0,$$

а) с помощью явной схемы;
б) с помощью неявной схемы.

6. Построить разностную схему, аппроксимирующую со вторым порядком по τ и h дифференциальную задачу:

$$\frac{\partial u}{\partial t} - \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x, t), \quad x \in (0,1), \quad t \in (0, T],$$
$$u(x,0) = \psi_0(x),$$
$$\frac{\partial u}{\partial x}(0, t) = \psi_1(t), \ u(1, t) = \psi_2(t).$$

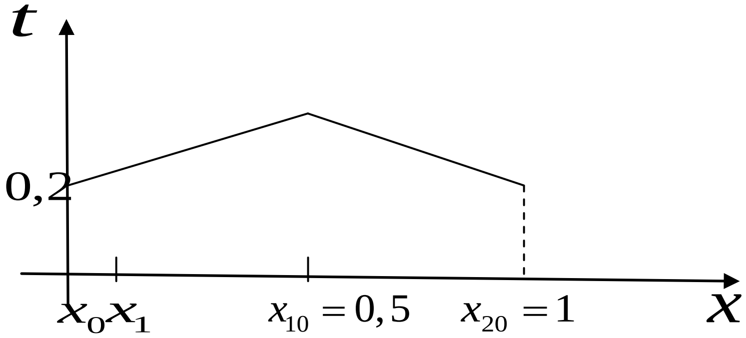
Записать расчетные формулы алгоритма.

Тема: «Численные методы решения уравнений гиперболического типа»

1. Решить волновое уравнение $u_{tt} = u_{xx}$ с помощью явной схемы $(\sigma = 0)$ для $h = 1/20$, $\gamma = 0{,}2$ с граничными условиями $u(0, t) = u(20, t) = 0$.

Начальные условия задаются в виде

$$u_0(x) = u(x,0) = \begin{cases} 3,6x + 0,2\ ; & x \in [0;\ 0,5], \\ -3,6x + 3,8; & x \in [0,5;\ 1]. \end{cases}$$



Чтобы начать вычисление принять $u(x, \tau) = u(x, 0), \ \forall x \in [0, 1]$.
Продолжите счёт до $j = 250$.

2. Решите задачу в первом задании при начальных условиях

$$u(x_i, 0) = u(x_i, \tau) = 2\sin \pi x_i, \quad i = 0,1,\dots,20.$$

Постройте график решения при $j = 202$ как функцию от x_i.

Аналогично постройте график положения средней точки струны $x_{10}=0,5$ как функцию от времени.

3. Построить разностную схему второго порядка аппроксимации краевой задачи:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}=\frac{\partial^2 u}{\partial x^2},$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}(0,\, t)=\beta_1 u(0,t)-\mu_1(t),$$

$$-\frac{\partial u}{\partial x}(1,\, t)=\beta_2 u(1,t)-\mu_2(t),\;\; t\ge 0,$$

$$u(x,0)=u_0(x),\quad u_t(x,0)=\overline{u}_0(x)\;\; 0\le x\le 1.$$

Составить алгоритм решения схемы.

Тема: «Численные методы решения интегральных уравнений»

1. Найти приближенное решение интегрального уравнения

$$y(x)-\int_0^{0,96}\frac{(1+x+s)\,y(s)}{2+x^2+s^2}\,d\,s=e^{-x},$$

применяя квадратурную формулу Симпсона при $n=4$.

2. Найти приближенное решение интегрального уравнения

$$y(x)-\int_0^1\frac{1+x+s}{2+xs}\,y(s)\,d\,s=1-x^2,$$

применяя квадратурную формулу Гаусса при $n=4$.

3. Найти приближенное решение интегрального уравнения

$$y(x)-\int_0^x\frac{y(s)}{(1+x+y)}\,d\,s=(1+x),$$

применяя квадратурную формулу трапеций при $h=0,2$.

<u>2.3. Типовые варианты контрольных работ</u> (контролируемая компетенция ОПК-2)

Вариант 1.

Задание 1.

1. Приближенные числа расположите по количеству значащих цифр, начиная с меньшего

4: 1.031
2: 0.017
3: 0.0105
5: 7.0409
1: 0.01

2. Приближенные числа расположите по количеству значащих цифр, начиная с меньшего

3: 0.0304
1: 0.03
4: 9.401
5: 9.0018
2: 0.022

3. Относительная погрешность δ_a приближенного числа a при заданной абсолютной погрешности $\Delta_a = 0.008$ и точным значением $A = 0.4$ равна…
Правильные варианты ответа: 0.02; 0,02.

4. Предельная относительная погрешность δ_a^* приближенного числа $a = 2$ при заданной предельной абсолютной погрешности $\Delta_a^* = 0.06$ равна…
Правильные варианты ответа: 0.02; 0,02.

5. В приближенном числе $a = 24.79$ с абсолютной погрешностью $\Delta_a = 0.012$ количество верных (в узком смысле) значащих цифр равно…
Правильные варианты ответа: 3.

Задание 2. *Выберите правильный ответ.*

1. Для величин $x = 4$ и $y = 2$ с абсолютными погрешностями $\Delta x = 0.1$ и $\Delta y = 0.02$ абсолютная погрешность суммы $\Delta(x + y)$ равна

☐ 0.07 ☐ 0.05 ☐ 0.03 ☑ 0.12

2. Для величин $x = 2$ и $y = 1$ с относительными погрешностями $\delta x = 0.01$ и $\Delta y = 0.02$ относительная погрешность произведения $\delta(x \cdot y)$ равна

☐ 0.17 ☐ 0.22 ☐ 0.19 ☑ 0.21

3. Правило Чеботарева вычисления абсолютной погрешности суммы n - приближенных чисел a записывается в виде

☑ $\Delta_s = \sqrt{3n} \cdot 0.5 \cdot 10^{-m}$ ☐ $\Delta_s = \sqrt{3n} \cdot 0.5 \cdot 10^{m}$ ☐ $\Delta_s = \sqrt{n} \cdot \Delta_a$ ☐ $\Delta_s = \sqrt{3n} \cdot \Delta_a \cdot \delta_a$

4. Говорят, что приближенное число a (с m - старшим десятичным разрядом) содержит n - верных значащих цифр в широком смысле, если абсолютная погрешность удовлетворяет неравенству

☑ $\Delta_a \le 1 \cdot 10^{m-n+1}$ ☐ $\Delta_a > 1 \cdot 10^{m-n+1}$ ☐ $\Delta_a \ge 1 \cdot 10^{m-n+1}$ ☐ $\Delta_a \le 0.5 \cdot 10^{m-n+1}$

5. Предельная относительная погрешность δ_a^* приближенного числа a связана с предельной абсолютной погрешностью Δ_a^* по формуле

☑ $\delta_a^* = \dfrac{\Delta_a^*}{|a|}$ ☐ $\delta_a^* = \dfrac{\Delta_a^*}{A}$ ☐ $\delta_a^* = \dfrac{|a|}{\Delta_a^*}$ ☐ $\delta_a^* = \Delta_a^* - A$

Задание 3.

1. Определить абсолютную погрешность суммы $\Delta(x + y)$ для величин $x = 2$ и $y = 3$ с абсолютными погрешностями $\Delta x = 0.17$ и $\Delta y = 0.03$.
Правильные варианты ответа: 0.2; 0,2.

2. Определить абсолютную погрешность частного $\Delta(a/b)$ для величин $a = 4.2$ и $b = 2.1$ с относительными погрешностями $\delta a = 0.01$ и $\delta b = 0.2$.
Правильные варианты ответа: 0,42; 0.42.

3. Определить абсолютную погрешность разности $\Delta(x - y)$ для величин $x = 7$ и $y = 5$ с абсолютными погрешностями $\Delta x = 0.715$ и $\Delta y = 0.035$.
Правильные варианты ответа: 0,75; 0.75.

4. Определить абсолютную погрешность произведения $\Delta(x \cdot y)$ для величин $x = 3.05$ и $y = 2.01$ с абсолютными погрешностями $\Delta x = 0.05$ и $\Delta y = 0.01$.
Правильные варианты ответа: 0.131; 0,131.

5. Определить абсолютную погрешность произведения $\Delta(x \cdot y)$ для величин $x = 5$ и $y = 1.02$ с относительными погрешностями $\delta_x = 0.02$ и $\delta_y = 0.05$.
Правильные варианты ответа: 0.357; 0,357.

Вариант 2.

Задание 1. *Вставьте пропущенное слово:*

1. Формулы численного дифференцирования, в которых учитываются значения заданной функции как и при $x > x_0$, так и при $x < x_0$, называются … формулами численного дифференцирования.

Правильный вариант ответа: центральными.

2. С ростом порядка ... обычно резко снижается точность численного дифференцирования.

Правильный вариант ответа: производной.

3. Некорректность в С задачи численного дифференцирования заключается в сколь угодно ... расхождении производных двух сколь угодно близких функций.

Правильный вариант ответа: большом.

4. Для сколько угодно близких $x(t),\ \tilde{x}(t) \in C^1[a,\, b]$ расстояние между их производными в $C[a,\, b]$ может быть сколь угодно …

Правильные варианты ответа: велико.

5. Если табулирована не только функция, но и ее производные, то следует составлять и дифференцировать интерполяционный многочлен ...

Правильный вариант ответа: Эрмита.

Задание 2. *Выберите правильный ответ.*

1. Можно построить формулу численного дифференцирования с n узлами, точную для многочленов степени

☑ n-1 ☐ n+1 ☐ n ☐ 2n+1

2. Практической формулой $r_n(x_0) \le \dfrac{1}{h}\dfrac{\Delta^{n+1} y_0}{n+1}$ пользуются для оценки ошибки при вычислении первой производной по формуле

☑ $y_0' = \dfrac{1}{h}\left(\Delta y_0 - \dfrac{1}{2}\Delta^2 y_0 + \dfrac{1}{3}\Delta^3 y_0 - \ldots\right)$ ☐ $y_0' = \dfrac{1}{h}\left(\Delta y_0 - \dfrac{1}{2}\Delta^2 y_0 - \dfrac{1}{3}\Delta^3 y_0 - \ldots\right)$

☐ $y_0' = \left(\Delta y_0 - \dfrac{1}{2}\Delta^2 y_0 - \dfrac{1}{3}\Delta^3 y_0 - \ldots\right)$ ☐ $y_0' = h\left(\Delta y_0 - \dfrac{1}{2!}\Delta^2 y_0 - \dfrac{1}{3!}\Delta^3 y_0 - \ldots\right)$

3. Для задачи Коши $y' = yx^2,\ y(2) = 3$ один шаг метода Эйлера с $h = 0,1$ даёт результат для $y(2,1)$, равный

☑ 4,2 ☐ 3,2 ☐ 4,1 ☐ 3,8

4. Для задачи $y' = x + y^2,\ y(0) = 1$ один шаг метода Эйлера при $h = 0,2$ дает значение

☑ 1,2 ☐ 1,25 ☐ 1,5 ☐ 1,3

5. Для таблично заданной функции

x	0	0,2	0,4
y	1	1,3	1,8

значение $y'(0,2)$ по формуле для центральных разностей равно

☑ 2 ☐ 2,2 ☐ 2,1 ☐ 1,8

Задание 3.

1. Определить один шаг метода Эйлера при $h = 0{,}2$ для задачи $y' = x + y^2,\ y(0) = 1.$

Правильные варианты ответа: 1.2; 1,2.

2. Определить один шаг метода Эйлера при $h = 0{,}2$ для задачи $y' = y,\ y(0) = 1.$

Правильные варианты ответа: 1.2; 1,2.

3. Определить один шаг метода Эйлера для $y(1,\,1)$ при $h = 0{,}1$ для задачи Коши $y' = x - y^2,\ y(1) = 2.$

Правильные варианты ответа: 1.7; 1,7.

4. Определить один шаг метода Эйлера для $y(2,1)$ при $h = 0{,}1$ для задачи Коши $y' = yx^2, \quad y(2) = 3.$

Правильные варианты ответа: 1.7; 1,7.

5. Определить один шаг метода Эйлера при $h = 0{,}1$ для задачи Коши $y' = xy,\ y(1) = 2.$

Правильные варианты ответа: 2.2; 2,2.

Вариант 3.

Задание 1. *Вставьте пропущенное слово:*

1. Конечное множество точек $\omega_h = \{x_i = ih,\ i = 1,2,\dots,N-1\}$ на оси χ есть…

Правильный вариант ответа: сетка.

2. Расстояние между ближайшими узлами сетки есть…

Правильный вариант ответа: шаг

3. Функция, определенная на сетке $\omega_h = \{x_i = ih,\ i = 1,2,\dots,N-1\}$ есть…

Правильный вариант ответа: сеточная функция

4. Выражение $\dfrac{u(x_{i+1}) - u(x_i)}{h}$ является дискретным аналогом производной … порядка.

Правильный вариант ответа: первого

5. Формула $(uv)_x = u_x v + u^{(+1)} v_x$ является разностным аналогом формулы дифференцирования ...

Правильный вариант ответа: произведения.

Задание 2. *Выберите правильный ответ.*

1. Разностный аналог формулы интегрирования по частям имеет вид:

☑ $(u, v_x) = -(u_{\bar{x}}, v] + u_N v_N - u_0 v_1$ ☐ $(u, v_x) = (u_{\bar{x}}, v) + u_N v_N - u_0 v_1$

☐ $(u, v_x) = (u_x, v] + u_N v_N - u_0 v_1$ ☐ $(u, v_x) = (u_x, v) - u_N v_N - u_0 v_1$

2. Неравенство Коши - Буняковского имеет вид:

☑ $|(u,v)| \le \|u\| \cdot \|v\|$ ☐ $|(u,v)| \ge \|u\| \cdot \|v\|$

☐ $|(u,v)| \le \|u\| + \|v\|$ ☐ $|(u,v)| < \|u\| \cdot \|v\|$

3. ε- неравенство Юнга имеет вид:

☑ $|ab| \le \varepsilon a^2 + \dfrac{1}{4\varepsilon} b^2$ ☐ $|ab| \le \varepsilon a^2 + \dfrac{1}{\varepsilon} b^2$

☐ $|ab| \ge \varepsilon a^2 + \dfrac{1}{4\varepsilon} b^2$ ☐ $|ab| \le 2\varepsilon a^2 + \dfrac{1}{2\varepsilon} b^2$

4. Нетривиальными решениями задачи $u''(x) + \lambda u = 0,\ 0 < x < l,\ u(0) = u(l) = 0$ являются:

☑ собственные функции ☐ собственные значения

☐ собственные решения ☐ частные решения

5. Для всякой сеточной функции $y(x)$, заданной на сетке $\overline{\omega}_h = \{x_i = ih,\ 0 \le i \le N,\ x_0 = 0,\ x_N = 1\}$ и обращающейся в нуль в точках $x = 0,\ x = 1$ справедливо неравенство:

☑ $\|y\|_c \le \dfrac{1}{2} \|y_{\bar{x}}]|$, где $\|y\|_c = \max\limits_{x \in \omega_h} |y(x)|$, $\|y_{\bar{x}}]| = (y_{\bar{x}}, y_{\bar{x}}]^{1/2}$

☐ $\|y\|_c \ge \dfrac{1}{2} \|y_{\bar{x}}]|$ ☐ $\|y\|_c \le \dfrac{1}{18} \|y_{\bar{x}}]|$ ☐ $\|y\|_c \le \dfrac{1}{16} \|y_{\bar{x}}]|$

Задание 3.

1. Если $\left|\left(L^h(u)_h-(Lu)_h\right)_{x=x_i}\right|\le Ch^n$, то говорят что оператор L^h …. аппроксимирует в точке $x=x_i$ оператор L на функции u с порядком n.
Правильный вариант ответ: локально.
2. Разность $\psi=L^hu-Lu$ есть погрешность аппроксимации оператора L оператором L^h.
Правильный вариант ответа: погрешность.
3. Разностная схема $L^hy=\varphi$ …, если для ее решения справедливо неравенство $\|y\|_{(1)}\le M\|\varphi\|_{(2)},\ M>0$ не зависит от h
Правильный вариант ответа: устойчива.
4. Разностная схема $L^hy=\varphi$ …, если $\left\|\left(L^h\right)^{-1}\right\|\to\infty$ при $h\to 0$.
Правильный вариант ответа: неустойчива.
5. Разностное уравнение $y_n+2y_{n+1}+3y_{n+2}+7y_{n+3}=21$ имеет … порядок точности.
Правильные варианты ответа: 3; третий.

Вариант 4.
Задание 1. *Вставьте пропущенное слово.*

1. Аппроксимация второй производной $u''(x_i)\approx\dfrac{u_{i+1}-2u_i+u_{i-1}}{h^2}$
имеет погрешность … порядка.
Правильные варианты ответа: 2; второго.
2. Порядок разностного уравнения $y_n+2y_{n+1}+3y_{n+2}+4y_{n+1}=5$ равен ...
Правильные варианты ответа: 2; двум.

3. Разностная схема $A_iy_{i-1}-C_iy_i+B_iy_{i+1}=-F_i,\quad i=1,2,...,N-1,\quad y_0=\mu_1,\quad y_N=\mu_2$ … , если $A_i>0,\ B_i>0,\ C_i-A_i-B_i\ge 0$
Правильный вариант ответа: монотонна.
4. Выражение $\dfrac{y_i-y_{i-1}}{h_i}$ – есть левая разностная производная на … сетке.
Правильные варианты ответа: неравномерной.
5. … разностная схема для обыкновенного дифференциального уравнения $(ku_x)_x-q(x)v=-f(x)$ имеет вид $(ay_{\bar{x}})_x-dy=-\varphi.$
Правильный вариант ответа: однородная.

Задание 2. *Выберите правильный ответ.*

1. Задача Коши для дифференциального уравнения $Lu\equiv\dfrac{du}{dt}+\lambda u=f(t),\ t>0$ имеет вид:
☑ $Lu=f,\quad u(0)=u_0$ ☐ $Lu=f,\quad u(0)=u(1)=0$
☐ $Lu=f,\quad u(0)=u(1)$ ☐ $Lu=f,\quad u(t_0)=u(t_1)$

2. Явная разностная схема Эйлера для задачи Коши $\dfrac{du}{dt}+\lambda u=f(t),\ t>0,\ u(0)=u_0$ имеет вид
☑ $\dfrac{y_{n+1}-y_n}{\tau}+\lambda y_n=f_n,\ y_0=u_0,\ y_n=y(t_n)$ ☐ $\dfrac{y_{n+1}-y_n}{\tau}+\lambda y_{n+1}=f_n,\ y_0=u_0$
☐ $\dfrac{y_{n+1}-y_n}{\tau}+\lambda y_{n+1}=f_{n+1},\ y_0=u_0$ ☐ $\dfrac{y_{n+1}-y_{n-1}}{\tau}+\lambda y_{n-1}=f_n,\ y_0=u_0$

3. Уравнение $\dfrac{d}{dx}\left[k(x)\dfrac{du}{dx}\right]-q(x)u=-f(x),\ 0<x<1$, описывает
☑ стационарное распределение температуры ☐ нестационарные процессы

☐ нестационарный процесс диффузии ☐ поток тепла в точке x_0

4. Задача $\frac{d}{dx}\left[k(x)\frac{du}{dx}\right]-q(x)u=-f(x),\ 0<x<1$, $u(0)=u(1)=0,\ k(x)\geq c_1>0,\ q(x)\geq 0$

имеет единственное решение, если

☑ $k(x)\in C^1[0,1];\quad q,\,f\in C[0,1]$ ☐ k,q,f - незнакоопределенные на (0,1) функции

☐ $k(x),q,f$ - кусочно-непрерывные функции ☐ k,q,f имеют разрывы первого рода

5. Оператор, порожденный дифференциальным выражением $Lu\equiv\frac{d}{dx}\left[k(x)\frac{du}{dx}\right]+q(x)u$ и граничными условиями $u(0)=u(1)=0,$ является положительным, если

☑ $k(x)\geq c>0,\quad q(x)\geq 0$ ☐ $|k(x)|\leq c_1,\quad |q|\leq c_2$

☐ $q(x)\geq 0,\quad |k|\leq c_1$ ☐ $k(x)\leq c_1<0,\quad q\geq 0$

Задание 3.

1. Метод прогонки для решения системы разностных уравнений

$A_i y_{i-1}-C_i y_i+B_i y_{i+1}=-F_i,\quad i=1,2,...,N-1,\ \ y_0=\chi_1 y_1-\nu_1,\ \ y_N=\chi_2 y_{N-1}+\nu_2$…, если

$|C_i|\geq|A_i|+|B_i|,\quad i=\overline{1,N-1};\quad |\chi_\alpha|\leq 1,\quad \alpha=1,2,;\quad |\chi_1|+|\chi_2|<2$

Правильный вариант ответа: устойчив.

2. Неявная схема Эйлера $\frac{y_{n+1}-y_n}{\tau}+\lambda y_{n+1}=0$ …. при условии $\lambda>0$.

Правильный вариант ответа: устойчива.

3. Явная схема $\frac{y_{n+1}-y_n}{\tau}+\lambda y_n=0$ …. при условии $\tau\leq\frac{2}{\lambda},\ \lambda>0$.

Правильный вариант ответа: устойчива.

4. Оператор A называют … в H, если $(Ax,x)\geq\delta\|x\|^2,\ \delta>0.$

Правильный вариант ответа: положительно определенным.

5. Оператор $A:H\to H$ является …, если имеет место $(Ax,y)=(x,Ay),\ \ x,y\in H.$

Правильный вариант ответа: самосопряженным.

Вариант 5.

Задание 1. *Выберите правильный ответ.*

1. Расчетная форма разностной схемы первой краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка имеет вид:

☑ $A_i y_{i-1}-C_i y_i+B_i y_{i+1}=-F_i,\quad i=\overline{1,N-1},\quad y_0=\mu_1,\quad y_N=\mu_2$

☐ $A_i y_{i-1}+B_i y_{i+1}=-F_i,\quad i=\overline{1,N-1},\quad y_0=\mu_1,\quad y_N=\mu_2$

☐ $A_i y_{i-1}-C_i y_i=-F_i,\quad i=\overline{1,N-1},\quad y_0=\mu_1,\quad y_N=\mu_2$

☐ $A_i y_{i-1}+C_i y_i-B_i y_{i+1}=F_i,\quad i=\overline{1,N-1},\quad y_0=\mu_1,\quad y_N=\mu_2$

2. Схема предиктор-корректор задачи Коши

$$\frac{du}{dt}=f(t,u),\quad t>0$$
$$u(0)=u_0$$

имеет вид

☑ $\begin{cases}\frac{\bar{y}_n-y_n}{\tau}=f(t_n,y_n),\\ \frac{y_{n+1}-y_n}{\tau}=f\left(t_n+\frac{\tau}{2},\bar{y}_n\right)\end{cases}$ ☐ $\begin{cases}\frac{\bar{y}_{n+1}-y_n}{\tau}=f(t_n,y_n),\\ \frac{y_{n+1}-y_n}{\tau}=f(t_n+,\bar{y}_{n+1})\end{cases}$

☐ $\frac{y_{n+1}-y_n}{\tau}=f(t_{n+1},y_{n+1})$ ☐ $\frac{\bar{y}_{n+1}-y_n}{\tau}=f(t_n,y_n)$

3. Для решения разностной задачи $A_i y_{i-1}-C_i y_i+B_i y_{i+1}=-F_i,\quad i=\overline{1,N-1},\quad y_0=\mu_1,\quad y_N=\mu_2$

справедлив принцип максимума, если

☐ $A_i \ge 0, \quad B_i \le 0, \quad D_i \ge 0, \quad i = \overline{1, N-1}$ ☐ $A_i \le 0, \quad B_i \le 0, \quad D_i \ge 0, \quad i = \overline{1, N-1}$

☑ $A_i > 0, \quad B_i > 0, \quad D_i = C_i - A_i - B_i \ge 0, \quad i = \overline{1, N-1}$ ☐ $A_i \le 0, \quad B_i > 0, \quad D_i \ge 0, \quad i = \overline{1, N-1}$

4. Для решения задачи $A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad y_0 = y_N = 0$ справедлива оценка $\|y\|_c \le \left\|\frac{F}{D}\right\|_c$, если

☑ $|A_i| > 0, \quad |B_i| > 0, \quad \overline{D}_i = |C_i| - |A_i| - |B_i| > 0, \quad i = \overline{1, N-1}$ ☐ $|A_i| > 0, \quad B_i \ge 0, \quad \overline{D}_i > 0$

☐ $|A_i| > 0, \quad |B_i| > 0, \quad \overline{D}_i \ge 0, \quad i = \overline{1, N-1}$ ☐ $A_i > 0, \quad B_i > 0, \quad \overline{D}_i \ge 0$

5. Каноническая форма сеточного уравнения для эллиптических уравнений имеет вид:

☑ $A(P)y(P) = \sum\limits_{Q \in Ш'(P)} B(P,Q)y(Q) + F(P)$ ☐ $\sum\limits_{Q \in Ш'(P)} B(P,Q)y(Q) = F(P)$

☐ $Lu = -f, \, u(0) = u(1), u'(0) = u_1$ ☐ $Lu = -f, \, u(0) = \int\limits_0^1 u(x)dx, \, u(1) = u_2$

Задание 2. *Вставьте пропущенное слово.*

1. Наибольшее … значение разностной задачи Штурма - Лиувилля

$X_{\bar{x}x} + \lambda X = 0, \quad X(0) = X(1) = 0$ равно $\lambda_{N-1} = \frac{4}{h^2}\cos^2\frac{\pi h}{2}$

Правильный вариант ответа: собственное.

2. Если схема … по правой части и аппроксимирует исходную дифференциальную задачу, то она сходится и ее точность совпадает с порядком аппроксимации.

Правильный вариант ответа: устойчива.

3. Матрица системы уравнений

$A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1},$

$y_0 = \chi_1 y_1 + \nu_1, \quad y_N = \chi_2 y_{N-1} + \nu_2$

является …

Правильный вариант ответа: трёхдиагональной.

4. Оператор A называют неотрицательным в вещественном гильбертовом пространстве H, если $(Ax, x) \ge 0, \; x \in H$

Правильный вариант ответа: неотрицательным.

5. Однородная разностная схема второго порядка аппроксимации на равномерной сетке в классе гладких коэффициентов имеет … порядок точности

Правильные варианты ответа: 2; второй.

Задание 3.

1. Прогоночные коэффициенты в формулах прогонки определяются по формулам

☑ $\begin{cases} \alpha_{i+1} = \dfrac{B_i}{C_i - \alpha_i A_i}, & i = \overline{1, N-1}, \quad \alpha_1 = \chi_1 \\ \beta_{i+1} = \dfrac{A_i \beta_i + F_i}{C_i - \alpha_i A_i}, & i = \overline{1, N-1}, \quad \beta_1 = \nu_1 \end{cases}$

☐ $\alpha_{i+1} = \dfrac{B_i}{C_i + \alpha_i A_i}, \quad \beta_{i+1} = \dfrac{F_i}{C_i + \alpha_i A_i}, \quad i = \overline{1, N-1}$

☐ $\alpha_{i+1} = \dfrac{B_i}{C_i - \alpha_i A_i}, \quad \beta_{i+1} = \dfrac{A_i}{C_i - \alpha_i A_i}, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad \alpha_1 = \chi_1, \quad \beta_1 = \nu_1$

☐ $\alpha_{i+1} = \dfrac{A_i B_i}{C_i + \alpha_i A_i}, \quad \beta_{i+1} = \dfrac{B_i}{C_i - \alpha_i A_i}, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad \alpha_1 = \nu_1, \quad \beta_1 = \chi_1$

2. Схема предиктор-корректор для решения задачи Коши $u_t = f(t,u), \quad u(0) = u_0$ имеет вид

☑ $\begin{cases} \bar{y}_n = y_n + \frac{\tau}{2} f(t_n, y_n) \\ y_{n+1} = y_n + \tau f(t_{n+1/2}, \bar{y}_n) \end{cases}$ ☐ $\bar{y}_{n+1} = y_n + \frac{\tau}{2} f(t_n, y_n)$

☐ $y_{n+1} = y_n + \tau f_n$ ☐ $\begin{cases} \bar{y}_n = y_n - \tau f(t_n, y_n) \\ y_{n+1} = y_n - \tau f(t_n, \bar{y}_n) \end{cases}$

3. Схема второго порядка аппроксимации для задачи $\frac{d}{dx}\left[k(x)\frac{du}{dx}\right] = -f(x), \quad 0 < x < 1$, $u(0) = u(1) = 0$ имеет вид

☑ $(ay_{\bar{x}})_x = -\varphi, \quad y_0 = y_N = 0$ ☐ $\frac{1}{h}(a_{i+1}y_{\bar{x},i} - a_i y_{\bar{x},i}) = -\varphi_i, \quad y_0 = y_N = 0$

☐ $y_{\bar{x}x} = -\varphi, \quad y_0 = y_N = 0$ ☐ $\frac{1}{h}\left(a_{i+1}\frac{y_{i+1} - y_i}{h} - a_{i-1}\frac{y_i - y_{i-1}}{h}\right) = -\varphi_i, \quad y_0 = y_N = 0$

4. Каноническая форма трехслойных схем имеет вид

☑ $B\frac{y_{n+1} - y_{n-1}}{2\tau} + R(y_{n+1} - 2y_n + y_{n-1}) + Ay_n = \varphi_n, n = 1,2,\ldots$ ☐ $Ry_{\bar{t}t} + Ay = \varphi$

☐ $B\frac{y_{n+1} - y_n}{2\tau} + \tau^2 Ry_{\bar{t}t} + Ay = \varphi$ ☐ $By_{\overset{0}{t}} + Ry_{\bar{t}t} + Ay = \varphi$

5. Сеточное уравнение $y_i = \sum_{j=0}^{N} k_{ij} y_j + f_i, \, i = \overline{0, N}$ является дискретным аналогом интегрального уравнения

☑ $\varphi(x) = \int_0^1 k(x,s)\varphi(s)ds + f(x)$ ☐ $\varphi(x) = \int_0^x k(x,s)\varphi(s)ds + f(x)$

☐ $\varphi(x) = \int_1^x k(x,s)\varphi(s)ds + f(x)$ ☐ $\varphi(x) = \int_0^1 k(x,s)f(s)ds + f(x)$

<u>2.4. Материалы для компьютерного тестирования</u> (контролируемая компетенция ОПК-2)

1. Для величин $x = 4$ и $y = 2$ с абсолютными погрешностями $\Delta x = 0.1$ и $\Delta y = 0.02$ абсолютная погрешность суммы $\Delta(x + y)$ равна

☐ 0.07
☐ 0.05
☐ 0.03
☑ 0.12

2. Для величин $x = 2$ и $y = 3$ с абсолютными погрешностями $\Delta x = 0.17$ и $\Delta y = 0.03$ абсолютная погрешность суммы $\Delta(x + y)$ равна

Правильные варианты ответа: 0.2; 0,2;

3. Для величин $x = 1$ и $y = 3$ с абсолютными погрешностями $\Delta x = 0.173$ и $\Delta y = 0.03$ абсолютная погрешность суммы $\Delta(x + y)$ равна

Правильные варианты ответа: 0.203; 0,203;

4. Для величин $x = 5$ и $y = 9$ с абсолютными погрешностями $\Delta x = 0.55$ и $\Delta y = 0.18$ абсолютная погрешность суммы $\Delta(x + y)$ равна

Правильные варианты ответа: 0.73; 0,73;

5. Для величин $x = 4$ и $y = 3$ с абсолютными погрешностями $\Delta x = 0.75$ и $\Delta y = 0.131$ абсолютная погрешность суммы $\Delta(x + y)$ равна

Правильные варианты ответа: 0,881; 0.881;

6. Для величин $x=2$ и $y=1$ с абсолютными погрешностями $\Delta x=0.01$ и $\Delta y=0.02$ абсолютная погрешность разности $\Delta(x-y)$
равна

☑ 0.03
☐ 0.05
☐ 0.01
☐ 0.04

7. Для величин $x=4$ и $y=3$ с абсолютными погрешностями $\Delta x=0.462$ и $\Delta y=0.075$ абсолютная погрешность разности $\Delta(x-y)$ равна
Правильные варианты ответа: 0.537; 0,537;

8. Для величин $x=5$ и $y=3$ с абсолютными погрешностями $\Delta x=0.6$ и $\Delta y=0.114$ абсолютная погрешность разности $\Delta(x-y)$ равна
Правильные варианты ответа: 0.714; 0,714;

9. Для величин $x=7$ и $y=2$ с абсолютными погрешностями $\Delta x=0.0013$ и $\Delta y=0.0072$ абсолютная погрешность разности $\Delta(x-y)$ равна
Правильные варианты ответа: 0.0085; 0,0085;

10. Для величин $x=3$ и $y=13$ с абсолютными погрешностями $\Delta x=0.105$ и $\Delta y=0.0115$ абсолютная погрешность разности $\Delta(x-y)$ равна
Правильные варианты ответа: 0,1165; 0.1165;

11. Для величин $x=7$ и $y=21$ с абсолютными погрешностями $\Delta x=0.0317$ и $\Delta y=0.0794$ абсолютная погрешность разности $\Delta(x-y)$ равна
Правильные варианты ответа: 0.1111; 0,1111;

12. Абсолютная погрешность Δa приближенного числа $a=0.4$ с соответствующим точным числом $A=0.35$ равна
☑ 0.05
☐ 0.75
☐ 0.15
☐ 0

13. Абсолютная погрешность Δa приближенного числа $a=4.25$ с соответствующим точным числом $A=4.26$ равна

☑ 0.01
☐ 0.25
☐ 0.1
☐ 0.05

14. Абсолютная погрешность Δa приближенного числа $a=5.01$ с соответствующим точным числом $A=5.04$ равна

☑ 0.03
☐ - 0.03
☐ 0.4

☐ 0.1

15. Абсолютная погрешность Δa приближенного числа $a = 3.1$ с соответствующим точным числом $A = 3.12$ равна

☑ 0.02
☐ 0.12
☐ -0.1
☐ 0.1

16. Абсолютная погрешность Δa приближенного числа $a = 8.5$ с соответствующим точным числом $A = 8.56$ равна

☑ 0.06
☐ 0.05
☐ 0.056
☐ 0.5

17. В приближенном числе $a = 0.003$ количество значащих цифр равно

*Правильные варианты ответа: 1; *дин; *дному;*

18. В приближенном числе $a = 0.0101$ количество значащих цифр равно

*Правильные варианты ответа: 3; *ри; *рем;*

19. В приближенном числе $a = 0.00401$ количество значащих цифр равно

*Правильные варианты ответа: 3; *рем; *ри;*

20. В приближенном числе $a = 1.003$ с абсолютной погрешностью $\Delta_a = 0.0011$ количество верных (в узком смысле) значащих цифр равно

☑ 3
☐ 1
☐ 0

21. В приближенном числе $a = 12.001$ с абсолютной погрешностью $\Delta_a = 0.0014$ количество верных (в узком смысле) значащих цифр равно

☑ 4
☐ 5
☐ 3
☐ 2

22. Результат округления по правилу четного числа приближенного числа a=0,0865 до двух значащих цифр равен

☑ 0,086
☐ 0,08
☐ 0,085
☐ 0,087

23. Результат округления по правилу четного числа приближенного числа a=0.0545 до двух значащих цифр равен

☑ 0.054

☐ 0.05
☐ 0.06
☐ 0.055

24. Результат округления по правилу четного числа приближенного числа a=0.0665 до двух значащих цифр равен

☑ 0.066
☐ 0.06
☐ 0.07
☐ 0.6

25. Результат округления по правилу четного числа приближенного числа a=0.0185 до двух значащих цифр равен

☑ 0.018
☐ 0.02
☐ 0.019
☐ 0.01

26. Результат округления по правилу четного числа приближенного числа a=0.0445 до двух значащих цифр равен

☑ 0.044
☐ 0.04
☐ 0.045
☐ 0.004

27. Конечное множество точек $\omega_h = \{x_i = ih,\ i = 1,2,...,N-1\}$ на оси x есть

☑ сетка
☐ таблица
☐ график
☐ линия

28. Функция, определенная на сетке $\omega_h = \{x_i = ih,\ i = 1,2,...,N-1\}$ есть

☑ сеточная функция
☐ функция разрывная
☐ непрерывная функция
☐ функция, заданная таблично

29. Дискретный аналог первой производной в точке $x = x_i$ имеет вид:

☑ $\dfrac{u(x_{i+1}) - u(x_i)}{h}$ ☐ $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{u(x_i + h) - u(x_i)}{h}$

☐ $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{u(x_i) - u(x_{i-1})}{h}$ ☐ $\dfrac{u(x_{i-1}) + u(x_i)}{h}$

30. Дискретный аналог первой производной в точке $x = x_i$ имеет вид:

☑ $\dfrac{u(x_i) - u(x_{i-1})}{h}$ ☐ $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{u(x_i) - u(x_{i-1})}{h}$

☐ $\lim\limits_{h\to 0}\dfrac{u(x_{i+1}) - u(x_i)}{h}$ ☐ $\dfrac{u_{i+1} - u_{i-1}}{h}$

31. Центральная разностная производная имеет вид

☑ $\dfrac{u(x_{i+1})-u(x_{i-1})}{2h}$ ☐ $\dfrac{u_{i+1}-u_i}{h}$ ☐ $\dfrac{u_i-u_{i-1}}{h}$ ☐ $\dfrac{u_{i+2}-u_i}{2h}$

32. Неравенство Коши-Буняковского имеет вид:

☑ $|(u,v)| \le \|u\| \cdot \|v\|$ ☐ $|(u,v)| \ge \|u\| \cdot \|v\|$

☐ $|(u,v)| \le \|u\| + \|v\|$ ☐ $|(u,v)| < \|u\| \cdot \|v\|$

33. ε- неравенство Юнга имеет вид

☑ $|ab| \le \varepsilon a^2 + \dfrac{1}{4\varepsilon} b^2$ ☐ $|ab| \le \varepsilon a^2 + \dfrac{1}{\varepsilon} b^2$

☐ $|ab| \ge \varepsilon a^2 + \dfrac{1}{4\varepsilon} b^2$ ☐ $|ab| \le 2\varepsilon a^2 + \dfrac{1}{2\varepsilon} b^2$

34. Собственные значения (числа) $\lambda_k,\ k = 1,2,\ldots,$ оператора Штурма-Лиувилля

$Lu \equiv u''(x) + \lambda u(x) = 0,$

$u(0) = u(l) = 0$

равны

☑ $\lambda_k = \dfrac{k^2\pi^2}{l^2}, \quad k = 1,2,\ldots$ ☐ $\lambda_k = k^2\pi^2, \quad k = 1,2,\ldots$

☐ $\lambda_k = \dfrac{k\pi}{l}, \quad k = 1,2,\ldots$ ☐ $\lambda_k = \sin\dfrac{k\pi l}{x}, \quad k = 1,2,\ldots$

35. Для всякой сеточной функции $y(x)$, заданной на сетке $\overline{\omega}_h = \{x_i = ih, 0 \le i \le N,\ x_0 = 0,\ x_N = 1\}$ и обращающейся в нуль в точках $x = 0,\ x = 1$ справедливо неравенство

☑ $\|y\|_c \le \dfrac{1}{2}\|y_{\bar{x}}]|, \quad$ где $\quad \|y\|_c = \max\limits_{x \in \overline{\omega}_h} |y(x)|, \quad \|y_{\bar{x}}]| = (y_{\bar{x}}, y_{\bar{x}}]^{1/2}$

☐ $\|y\|_c \ge \dfrac{1}{2}\|y_{\bar{x}}]|$ ☐ $\|y\|_c \le \dfrac{1}{18}\|y_{\bar{x}}]|$ ☐ $\|y\|_c \le \dfrac{1}{16}\|y_{\bar{x}}]|$

36. Оператор L^h локально аппроксимирует в точке $x = x_i$ оператор L на функции u с порядком n, если

☑ $\left|\left(L^h(u)_h - (Lu)_h\right)_{x=x_i}\right| \le Ch^n$ ☐ $\left|\left(L^h(u)_h - (Lu)_h\right)\right| \le Ch^{-n}$

☐ $\left\|(L^h u)_h - (Lu)_h\right\| \le Ch$ ☐ $\left\|(L^h u)_h - (Lu)_h\right\|^2 \le Ch^n$

37. Разностная схема $L^h y = \varphi$ устойчива, если для ее решения справедливо неравенство

☑ $\|y\|_{(1)} \le M\|\varphi\|_{(2)}, \quad M > 0 -$ не зависит от h ☐ $\|y\|_{(1)} \le M(h)\|\varphi\|_{(2)}$

☐ $\|y\|_{(1)} > M\|\varphi\|_{(2)}$ ☐ $\|y\|_{(1)} \le M\|\varphi\|_{(2)}, \quad M < 0$

38. Разностная схема $L^h y = \varphi$ неустойчива, если

☑ $\left\|(L^h)^{-1}\right\| \to \infty \quad$ при $h \to 0$ ☐ $\left\|(L^h)^{-1}\right\| \le M$

☐ $\left\|(L^h)^{-1}\right\| \le M\|\varphi\|$ ☐ $\left\|(L^h)^{-1}\varphi\right\| \le \|L^h\varphi\|$

39. Разностная схема сходится в норме $\|\cdot\|$ со скоростью $O(h^m)$, если

☑ $\|y-u\| \le Mh^m, \quad M > 0$ ☐ $\|y-u\| \le M(h)h^m$

☐ $\|y-u\| \ge Mh^m$ ☐ $\|y-u\| > h^m$

40. Задача Коши для дифференциального уравнения

$Lu \equiv \dfrac{du}{dt} + \lambda u = f(t),\ t > 0$

имеет вид

☑ $Lu = f,\quad u(0) = u_0$ ☐ $Lu = f,\quad u(0) = u(1) = 0$

☐ $Lu = f,\quad u(0) = u(1)$ ☐ $Lu = f,\quad u(t_0) = u(t_1)$

41. Явная разностная схема Эйлера для задачи Коши $\dfrac{du}{dt} + \lambda u = f(t),\ t > 0,\ u(0) = u_0$ имеет вид

☑ $\dfrac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + \lambda y_n = f_n,\ y_0 = u_0,\ y_n = y(t_n)$ ☐ $\dfrac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + \lambda y_{n+1} = f_n,\ y_0 = u_0$

☐ $\dfrac{y_{n+1} - y_n}{\tau} + \lambda y_{n+1} = f_{n+1},\ y_0 = u_0$ ☐ $\dfrac{y_{n+1} - y_{n-1}}{\tau} + \lambda y_{n-1} = f_n,\ y_0 = u_0$

42. Разностное уравнение $y_n + 2y_{n+1} + 3y_{n+2} + 7y_{n+3} = 21$ имеет порядок

☑ третий
☐ второй
☐ четвертый
☐ первый

43. Разностное уравнение $y_n + 2y_{n+1} + 3y_{n+2} + 4y_{n+1} = 5$ имеет порядок

☑ 3
☐ 4
☐ 1
☐ 2

44. Уравнение $\dfrac{d}{dx}\left[k(x)\dfrac{du}{dx}\right] - q(x)u = -f(x),\ 0 < x < 1$, описывает

☑ стационарное распределение температуры
☐ нестационарные процессы
☐ нестационарный процесс диффузии
☐ поток тепла в точке x_0

45. Решение задачи $\dfrac{d}{dx}\left[k(x)\dfrac{du}{dx}\right] - q(x)u = -f(x),\ 0 < x < 1\quad u(0) = u(1) = 0$ принадлежит классу $C^4[0,1]$, если

☑ $k(x) \in C^3[0,1];\quad q,\ f \in C^2[0,1]$ ☐ $k(x) \in C^2[0,1];\quad q,\ f \in C^1[0,1]$

☐ $k, q,\ f \in C[0,1]$ ☐ $k, q,\ f$ - кусочно-непрерывные функции

46. Аппроксимация первой производной $y_i' \approx \dfrac{y_{i+1} - y_{i-1}}{2h}$ имеет погрешность порядка

☑ $O(h^2)$ ☐ $O(h)$ ☐ $O(h^3)$ ☐ $O(h^{3/2})$

47. Аппроксимация первой производной $y_i' \approx \dfrac{y_i - y_{i-1}}{h}$ имеет погрешность порядка

☑ $O(h)$ ☐ $O(h^2)$ ☐ $O(h^3)$ ☐ $O(h^{1/2})$

48. Формула Эйлера для решения задачи Коши $\frac{dy}{dx}=f(x,y), \quad y(x_0)=y_0$ имеет ви

☑ $y_{i+1}=y_i+hf(x_i,y_i), \quad i=0,1,...$ ☐ $y_{i+1}=y_i+\frac{h}{2}f(x_i,y_i), \quad i=0,1,...$

☐ $y_{i+1}=y_{i-1}+hf(x_i,y_i), \quad i=0,1,...$ ☐ $y_{i+1}=y_i+\frac{h}{3}f(x_i,y_i), \quad i=0,1,...$

49. Разностное уравнение $a_i y_{i-2}-b_i y_{i-1}+c_i y_i-d_i y_{i+1}+e_i y_{i+2}=f_i$ имеет порядок, равный

☑ 4
☐ 5
☐ 2
☐ 3

50. Левая разностная производная на неравномерной сетке имеет вид

☑ $\frac{y_i-y_{i-1}}{h_i}$ ☐ $\frac{y_i-y_{i-1}}{2h_i}$ ☐ $\frac{y_{i+1}-y_{i-1}}{2h_i}$ ☐ $\frac{y_i+y_{i-1}}{h_i}$

51. Правая разностная производная на неравномерной сетке имеет вид

☑ $\frac{y_{i+1}-y_i}{h_{i+1}}$ ☐ $\frac{y_{i+1}-y_i}{h_i}$ ☐ $\frac{y_i-y_{i-1}}{h_i}$ ☐ $\frac{y_{i+1}-y_i}{2h_{i+1}}$

52. Однородная разностная схема для обыкновенного дифференциального уравнения $(ku_x)_x-q(x)v=-f(x)$ имеет вид

☑ $(ay_{\bar{x}})_x-dy=-\varphi$ ☐ $\left(a_{i+1}\frac{y_{i+1}-y_i}{h}-a_i\frac{y_i-y_{i-1}}{h}\right)-d_i y_i=-\varphi_i$

☐ $\left(a_{i+1}\frac{y_{i+1}-y_i}{2h}-a_i\frac{y_i-y_{i-1}}{2h}\right)-d_i y_i=-\varphi_i$ ☐ $(ay_{\bar{x}})_{\bar{x}}-dy=-\varphi$

53. Разностная схема

$A_i y_{i-1}-C_i y_i+B_i y_{i+1}=-F_i, \quad i=1,2,...,N-1, \quad y_0=\mu_1, \quad y_N=\mu_2$

монотонна, если

☑ $A_i>0,\ B_i>0,\ C_i-A_i-B_i\ge 0$ ☐ $A_i\ge 0,\ B_i\ge 0,\ C_i-A_i-B_i\ge 0$

☐ $A_i>0,\ B_i>0,\ C_i-A_i-B_i<0$ ☐ $A_i<0,\ B_i\ge 0,\ C_i-A_i-B_i\ge 0$

54. Метод прогонки для решения системы разностных уравнений

$A_i y_{i-1}-C_i y_i+B_i y_{i+1}=-F_i, \quad i=1,2,...,N-1,\ y_0=\chi_1 y_1-\nu_1,\ y_N=\chi_2 y_{N-1}+\nu_2$ устойчив, если

☑ $|C_i|\ge|A_i|+|B_i|, \quad i=\overline{1,N-1}; \quad |\chi_\alpha|\le 1, \quad \alpha=1,2,; \quad |\chi_1|+|\chi_2|<2$

☐ $|C_i|\ge|A_i|+|B_i|, \quad i=\overline{1,N-1}; \quad |\chi_\alpha|\le 2, \quad \alpha=1,2$

☐ $|C_i|\le|A_i|+|B_i|, \quad i=\overline{1,N-1}; \quad |\chi_\alpha|\le 1, \quad \alpha=1,2$

☐ $|C_i|\ge|A_i|+|B_i|, \quad i=\overline{1,N-1}$

55. Расчетная форма разностной схемы первой краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка имеет вид

☑ $A_i y_{i-1}-C_i y_i+B_i y_{i+1}=-F_i, \quad i=\overline{1,N-1}, \quad y_0=\mu_1, \quad y_N=\mu_2$

☐ $A_i y_{i-1}+B_i y_{i+1}=-F_i, \quad i=\overline{1,N-1}, \quad y_0=\mu_1, \quad y_N=\mu_2$

☐ $A_i y_{i-1}-C_i y_i=-F_i, \quad i=\overline{1,N-1}, \quad y_0=\mu_1, \quad y_N=\mu_2$

☐ $A_i y_{i-1}+C_i y_i-B_i y_{i+1}=F_i, \quad i=\overline{1,N-1}, \quad y_0=\mu_1, \quad y_N=\mu_2$

56. Схема предиктор-корректор задачи Коши

$$\frac{du}{dt} = f(t,u), \quad t > 0$$

$$u(0) = u_0$$

имеет вид

☑ $\begin{cases} \frac{\overline{y}_n - y_n}{\tau} = f(t_n, y_n), \\ \frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} = f\left(t_n + \frac{\tau}{2}, \overline{y}_n\right) \end{cases}$ ☐ $\begin{cases} \frac{\overline{y}_{n+1} - y_n}{\tau} = f(t_n, y_n), \\ \frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} = f(t_n +, \overline{y}_{n+1}) \end{cases}$

☐ $\frac{y_{n+1} - y_n}{\tau} = f(t_{n+1}, y_{n+1})$ ☐ $\frac{\overline{y}_{n+1} - y_n}{\tau} = f(t_n, y_n)$

57. Для решения разностной задачи

$$A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad y_0 = \mu_1, \quad y_N = \mu_2$$

справедлив принцип максимума, если

☐ $A_i \geq 0, \quad B_i \leq 0, \quad D_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N-1}$

☐ $A_i \leq 0, \quad B_i \leq 0, \quad D_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N-1}$

☑ $A_i > 0, \quad B_i > 0, \quad D_i = C_i - A_i - B_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N-1}$

☐ $A_i \leq 0, \quad B_i > 0, \quad D_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N-1}$

58.Задача $A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = 0, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad y_0 = y_N = 0$ имеет только тривиальное решение, если

☑ $A_i > 0, \quad B_i > 0, \quad D_i = C_i - A_i - B_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N-1}$

☐ $A_i < 0, \quad B_i < 0, \quad D_i \geq 0$

☐ $A_i < 0, \quad B_i > 0, \quad D_i \geq 0$

☐ $A_i > 0, \quad B_i > 0, \quad D_i < 0$

59. Для решения задачи $A_i y_{i-1} - C_i y_i + B_i y_{i+1} = -F_i, \quad i = \overline{1, N-1}, \quad y_0 = y_N = 0$

справедлива оценка $\|y\|_c \leq \left\|\frac{F}{D}\right\|_c$, если

☑ $|A_i| > 0, \quad |B_i| > 0, \quad \overline{D}_i = |C_i| - |A_i| - |B_i| > 0, \quad i = \overline{1, N-1}$

☐ $|A_i| > 0, \quad |B_i| > 0, \quad \overline{D}_i \geq 0, \quad i = \overline{1, N-1}$

☐ $|A_i| > 0, \quad B_i \geq 0, \quad \overline{D}_i > 0$

☐ $A_i > 0, \quad B_i > 0, \quad \overline{D}_i \geq 0$

60. Оператор A называют неотрицательным в вещественном гильбертовом пространстве H, если

☑ $(Ax, x) \geq 0, \quad x \in H$ ☐ $(Ax, x) \geq -c\|x\|^2$

☐ $(Ax, x) > 0, \quad x \in H$ ☐ $(Ax, x) = 0, \quad x \in H$

61. Оператор A называют положительно определенным в H, если

☑ $(Ax, x) \geq \delta\|x\|^2, \quad \delta > 0$ ☐ $(Ax, x) > 0$ ☐ $(Ax, x) \leq 0$ ☐ $(Ax, x) \leq \delta\|x\|^2$

62. Разностное уравнение $y_n + 7y_{n+1} + 8y_{n+2} + y_{n+3} = 5$ имеет порядок

☑ 3

☐ 2

☐ 4

☐ 1

63. Оператор $A: H \to H$ самосопряжен, если

☑ $(Ax,y)=(x,Ay), \quad x,y\in H$ ☐ $(Ax,y)=-(x,Ay), \quad x,y\in H$

☐ $(Ax,y)=(x,A^*y), \quad x,y\in H$ ☐ $(Ax,y)=\left(x,A^{-1}y\right), \quad x,y\in H$

64. Первая краевая задача для уравнения

$$Lu\equiv\frac{d}{dx}\left[k(x)\frac{du}{dx}\right]-q(x)u=-f(x), \quad 0<x<1$$

имеет вид

☑ $Lu=-f(x), \quad u(0)=\mu_1, \quad u(1)=\mu_2$ ☐ $Lu=-f(x), \quad u(0)=\mu_1, \quad u'(0)=\mu_2$

☐ $Lu=-f(x), \quad u'(0)=\mu_1, \quad u'(1)=\mu_2$ ☐ $Lu=-f(x), \quad u'(0)=\beta_1 u(0), \quad u(1)=\mu_2$

65. Вторая краевая задача для уравнения

$$Lu\equiv\frac{d}{dx}\left[k(x)\frac{du}{dx}\right]-qu=-f(x), \quad 0<x<1$$

имеет вид

☑ $Lu=-f, \quad u'(0)=u_0, \quad u'(1)=u_1$ ☐ $Lu=-f, \quad u'(0)=u_0, \quad u(0)=u_1$

☐ $Lu=-f, \quad u'(0)=u_0, \quad u(1)=u_2$ ☐ $Lu=-f, \quad u(0)=\mu_1, \quad u(1)=\mu_2$

66. Третья краевая задача для уравнения

$$Lu\equiv\frac{d}{dx}\left[k(x)\frac{du}{dx}\right]-qu=-f(x), \quad 0<x<1$$

имеет вид

☑ $Lu=-f, \quad \begin{cases} k(0)\frac{du}{dx}(0)=\beta_1 u(0) \\ -k(1)\frac{du}{dx}(1)=\beta_2 u(1) \end{cases}$ ☐ $Lu=-f, \quad u'(0)=0, \quad u'(1)=0$

☐ $Lu=-f, \quad u(0)=u(1), \quad u'(0)=u_1$ ☐ $Lu=-f, \quad u(0)=\int_0^1 u(x)dx, \quad u(1)=u_2$

67. Матрица системы уравнений

$$A_i y_{i-1}-C_i y_i+B_i y_{i+1}=-F_i, \quad i=\overline{1,N-1},$$

$$y_0=\chi_1 y_1+\nu_1, \quad y_N=\chi_2 y_{N-1}+\nu_2$$

является

☑ трехдиагональной

☐ четырехдиагональной

☐ прямоугольной

☐ пятидиагональной

68. Прогоночные коэффициенты в формулах прогонки определяются по формулам

☑ $\begin{cases} \alpha_{i+1}=\dfrac{B_i}{C_i-\alpha_i A_i}, & i=\overline{1,N-1}, \quad \alpha_1=\chi_1 \\ \beta_{i+1}=\dfrac{A_i\beta_i+F_i}{C_i-\alpha_i A_i}, & i=\overline{1,N-1}, \quad \beta_1=\nu_1 \end{cases}$

☐ $\alpha_{i+1}=\dfrac{B_i}{C_i+\alpha_i A_i}, \quad \beta_{i+1}=\dfrac{F_i}{C_i+\alpha_i A_i}, \quad i=\overline{1,N-1}$

☐ $\alpha_{i+1}=\dfrac{B_i}{C_i-\alpha_i A_i}, \quad \beta_{i+1}=\dfrac{A_i}{C_i-\alpha_i A_i}, \quad i=\overline{1,N-1}, \quad \alpha_1=\chi_1, \quad \beta_1=\nu_1$

☐ $\alpha_{i+1}=\dfrac{A_iB_i}{C_i+\alpha_i A_i}, \quad \beta_{i+1}=\dfrac{B_i}{C_i-\alpha_i A_i}, \quad i=\overline{1,N-1}, \quad \alpha_1=\nu_1, \quad \beta_1=\chi_1$

69. Число арифметических операций Q в методе прогонки

☑ $Q=O(N)$ ☐ $Q=O(N^2)$ ☐ $Q=O(N^{3/2})$ ☐ $Q=O(N^{1/2})$

70. Разностное уравнение $y_{i-1}+2y_i+4y_{i+1}+20y_{i+2}+7y_{i+3}=0$ имеет порядок

☑ 4
☐ 3
☐ 2
☐ 1

71. Разностное уравнение $a_2y_{i-2}+a_1y_{i-1}+c_1y_i+b_1y_{i+1}+b_2y_{i+2}=\varphi_i$ имеет порядок

☑ 4
☐ 3
☐ 2
☐ 5

72. Разностью второго порядка функции $y=f(x)$ является величина

☑ $\Delta^2y_0=\Delta y_1-\Delta y_0$ ☐ $\Delta^2y_0=y_1-y_0$

☐ $\Delta^2y_0=y_1+2y_0-y_2$ ☐ $\Delta^2y=y_2-y_1$

73. Неявная схема Эйлера $\dfrac{y_{n+1}-y_n}{\tau}+\lambda y_{n+1}=0$

☑ безусловно устойчива
☐ условно устойчива
☐ неустойчива
☐ устойчива при

74. Явная схема Эйлера $\dfrac{y_{n+1}-y_n}{\tau}+\lambda y_n=0$

☑ условно устойчива при $\tau\le 2/\lambda$
☐ безусловно устойчива
☐ устойчива при $\tau>2/\lambda$
☐ неустойчива

75. Схема предиктор-корректор для решения задачи Коши $u_t=f(t,u),\quad u(0)=u_0$ имеет вид

☑ $\begin{cases}\bar{y}_n=y_n+\frac{\tau}{2}f(t_n,y_n)\\ y_{n+1}=y_n+\tau f(t_{n+1/2},\bar{y}_n)\end{cases}$ ☐ $\bar{y}_{n+1}=y_n+\dfrac{\tau}{2}f(t_n,y_n)$

☐ $y_{n+1}=y_n+\tau f_n$ ☐ $\begin{cases}\bar{y}_n=y_n-\tau f(t_n,y_n)\\ y_{n+1}=y_n-\tau f(t_n,\bar{y}_n)\end{cases}$

76. Схема предиктор-корректор имеет порядок точности

☑ 2
☐ 1
☐ 1/2
☐ 3

77. Разностная схема однородна, если

☑ её коэффициенты вычисляются во всех узлах сетки по одним и тем же формулам
☐ монотонна
☐ её коэффициенты во всех узлах сетки вычисляются по разным формулам
☐ коэффициенты положительны

78. Однородная разностная схема второго порядка аппроксимации на равномерной сетке в классе гладких коэффициентов имеет порядок точности

☑ 2
☐ 1
☐ 4
☐ 3

79. Схема второго порядка аппроксимации для задачи

$$\frac{d}{dx}\left[k(x)\frac{du}{dx}\right]=-f(x),\quad 0<x<1,\quad u(0)=u(1)=0$$

имеет вид

☑ $(ay_{\bar{x}})_x=-\varphi,\quad y_0=y_N=0$
☐ $y_{\bar{x}x}=-\varphi,\quad y_0=y_N=0$
☐ $\frac{1}{h}\left(a_{i+1}\frac{y_{i+1}-y_i}{h}-a_{i-1}\frac{y_i-y_{i-1}}{h}\right)=-\varphi_i,\quad y_0=y_N=0$
☐ $\frac{1}{h}\left(a_{i+1}y_{\bar{x},i}-a_i y_{\bar{x},i}\right)=-\varphi_i,\quad y_0=y_N=0$

80. Уравнение колебания струны является

☑ гиперболическим
☐ параболическим
☐ эллиптическим
☐ смешанным

81. Уравнение колебания струны имеет вид

☐ $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}=\frac{\partial^2 u}{dx^2}$ ☑ $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\frac{\partial^2 u}{dx^2}=0$ ☐ $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2}+\frac{\partial u}{dx}=0$ ☐ $\frac{\partial u}{\partial t}=\frac{\partial^2 u}{dx^2}$

82. Разностное уравнение $y_{\bar{t}t}=y_{\bar{x}x}$ аппроксимирует волновое уравнение $y_{tt}=y_{xx}$ на его решениях с точностью до

☑ $\mathrm{O}(h^2+\tau^2)$ ☐ $\mathrm{O}(h+\tau)$ ☐ $\mathrm{O}(h^2+\tau)$ ☐ $\mathrm{O}(h+\tau^2)$

83. Погрешность аппроксимации разностного уравнения $y_{\bar{t}t}=\Lambda\left(\sigma\hat{y}+(1-2\sigma)y+\sigma\check{y}\right)+\varphi$, $\psi=\Lambda\left(\sigma\hat{u}+(1-2\sigma)u+\sigma\check{u}\right)+\varphi-u_{tt}$ на решении $u(x,t)$ имеет порядок

☑ $\mathrm{O}(h^2+\tau^2)$ ☐ $\mathrm{O}(h+\tau)$ ☐ $\mathrm{O}(h^2+\tau)$ ☐ $\mathrm{O}(h+\tau^2)$

84. Задача Коши для уравнения колебания струны $u_{tt}=u_{xx}+f(x,t)$, $-\infty<x<\infty,\ t>0$ имеет вид

☑ $u(x,0)=\varphi(x),\ u_t(x,0)=\psi(x),\quad -\infty<x<\infty$
☐ $u_x(x,0)=\varphi(x),\ u_t(x,0)=\psi(x),\quad -\infty<x<\infty$
☐ $u(x,0)=\varphi(x),\ u_x(x,0)=\psi(x),\quad -\infty<x<\infty$
☐ $u_x(x,0)=\varphi(x),\ u_x(x,0)=\psi(x),\quad -\infty<x<\infty$

85. Первая краевая задача для уравнения $u_{tt}=u_{xx}+f(x,t)$, $0<x<l,\quad 0<t\le T$ имеет вид

☑ $u(x,0)=\varphi(x),\ u_t(x,0)=\psi(x),\ u(0,t)=\mu_1(t),\ u(l,t)=\mu_2(t)$
☐ $u_x(x,0)=\varphi(x),\ u_t(x,0)=\psi(x),\ u(0,t)=\mu_1(t),\ u(l,t)=\mu_2(t)$

☐ $u(x,0)=\varphi(x), u_t(x,0)=\psi(x)$, $u_x(0,t)=\mu_1(t), u(l,t)=\mu_2(t)$

☐ $u(x,0)=\varphi(x), u_t(x,0)=\psi(x)$, $u_x(0,t)=\mu_1(t), u_x(l,t)=\mu_2(t)$

86. Вторая краевая задача для уравнения

$u_{tt}=u_{xx}+f(x,t)$, $\quad 0<x<l, \quad 0<t\le T$

имеет вид

☑ $u(x,0)=\varphi(x), u_t(x,0)=\psi(x)$, $\frac{\partial u}{\partial x}(0,t)=\mu_1(t)$, $u(l,t)=\mu_2(t)$

☐ $u(x,0)=\varphi(x), u_t(x,0)=\psi(x)$, $\frac{\partial u}{\partial x}(0,t)=\mu_1(t)$, $\frac{\partial u}{\partial x}(l,t)=\mu_2(t)$

☐ $u_x(x,0)=\varphi(x), u_t(x,0)=\psi(x)$, $\frac{\partial u}{\partial x}(0,t)=\mu_1(t)$, $\frac{\partial u}{\partial x}(l,t)=\mu_2(t)$

87. Разностная схема

$y_{\bar{t}t}=\Lambda\left(\sigma_1\hat{y}+(1-\sigma_1-\sigma_2)y+\sigma_2\check{y}\right)+\varphi$, $\varphi=f(x,t_j)$

для задачи

$u_{tt}=u_{xx}+f(x,t)$, $u(0,t)=\mu_1(t)$, $u(l,t)=\mu_2(t)$, $u(x,0)=\varphi(x)$, $u_t(x,0)=\psi(x)$,

имеет порядок аппроксимации $O(h^2+\tau^2)$ только при

☑ $\sigma_1=\sigma_2=0{,}5$ ☐ любых значениях σ_1, σ_2

☐ $\sigma_1=0, \sigma_2=0{,}5$ ☐ $\sigma_1=\sigma_2=0$

88. Операторы $B_\alpha, \alpha=1,2,\dots,p$, называются экономичными, если для вычисления решения уравнения $B_\alpha \upsilon=F$ требуется

☑ $O(N)$ арифметических действий ☐ $O(N^3)$ арифметических действий

☐ $O(N^2)$ арифметических действий ☐ $O\left(N^{3/2}\right)$ арифметических действий

89. Явная схема для уравнения теплопроводности является

☑ условно устойчивой ☐ абсолютно устойчивой

☐ абсолютно неустойчивой ☐ устойчивой при $h^2>\tau^3$

90. Явная схема для одномерного уравнения теплопроводности $u_t=au_{xx}$ имеет вид

☑ $\frac{y_i^{j+1}-y_i^j}{\tau}=\frac{a^2}{h^2}\left(y_{i+1}^j-2y_i^j+y_{i-1}^j\right)$ ☐ $\frac{y_i^{j+1}-y_i^j}{\tau}=\frac{a^2}{h^2}\left(y_{i+1}^{j+1}-2y_i^{j+1}+y_{i-1}^{j+1}\right)$

☐ $\frac{y_i^{j+1}-y_i^j}{\tau}=\frac{a^2}{h}\left(y_{i+1}^j-2y_i^j+y_{i-1}^j\right)$ ☐ $\frac{y_{i+1}^{j+1}-y_i^{j+1}}{\tau}=\frac{a^2}{h^2}\left(y_{i+1}^j-2y_i^j+y_{i-1}^j\right)$

91. Чисто неявная схема для одномерного уравнения теплопроводности $u_t=au_{xx}$ имеет вид

☑ $\frac{y_i^{j+1}-y_i^j}{\tau}=\frac{a}{h^2}\left(y_{i+1}^{j+1}-2y_i^{j+1}+y_{i-1}^{j+1}\right)$ ☐ $\frac{y_i^{j+1}-y_i^j}{\tau}=\frac{a}{h^2}\left(y_{i+1}^j-2y_i^j+y_{i-1}^j\right)$

☐ $\frac{y_{i+1}^{j+1}-y_i^j}{\tau}=\frac{a}{h^2}\left(y_{i+1}^j-2y_i^j+y_{i-1}^j\right)$ ☐ $\frac{y_{i+1}^{j+1}-y_i^j}{\tau}=\frac{a}{h^2}\left(y_{i+1}^j-2y_i^j+y_{i-1}^j\right)$

92. Уравнение нестационарной теплопроводности является

☑ параболическим

☐ эллиптическим

☐ гиперболическим
☐ смешанным

93. Уравнение стационарной теплопроводности является

☑ эллиптическим
☐ параболическим
☐ гиперболическим
☐ смешанным

94. Матрица коэффициентов в конечно-разностной схеме решения одномерного уравнения теплопроводности является

☑ трехдиагональной на каждом временном слое
☐ диагональной
☐ прямоугольной
☐ пятидиагональной

95. Неявная двухслойная схема для уравнения теплопроводности имеет вид

☑ $\Lambda y_i^{j+1} - \frac{1}{\tau} y_i^{j+1} = -F_i^j,\ F_i^j = \frac{1}{\tau} y_i^j + \varphi_i^j$ ☐ $\Lambda y_i^{j+1} - \frac{1}{\tau} y_i^j = -F_i^j$

☐ $\Lambda y_i^j - \frac{1}{\tau} y_i^j = -F_i^j$ ☐ $\Lambda y_i^{j+1} = \frac{1}{\tau} y_i^j$

96. Схема с опережением (чисто неявная схема) имеет вид

☑ $\frac{y_i^{j+1} - y_i^j}{\tau} = \Lambda y_i^{j+1} + \varphi_i^j$ ☐ $\frac{y_i^{j+1} - y_i^j}{\tau} = \frac{1}{h}\left(y_{i+1}^{j+1} - 2y_i^{j+1} + y_{i-1}^{j+1}\right) + \varphi_i^j$

☐ $\frac{y_i^{j+1} - y_i^j}{\tau} = \frac{1}{h^2}\left(y_{i+1}^j - 2y_i^j + y_{i-1}^j\right) + \varphi_i^{j+1}$ ☐ $\frac{y_i^{j+1} - y_i^j}{\tau} = \frac{1}{h^2}\left(y_i^{j+1} - 2y_i^j + y_{i-1}^{j-1}\right) + \varphi_i^j$

97. Погрешность аппроксимации (невязка) схемы на решении уравнения теплопроводности $u_t = u_{xx} + f(x,t)$ определяется так

☑ $\psi = \Lambda\left(\sigma\hat{u} + (1-\sigma)u\right) - u_t + \varphi,\ \Lambda u = u_{\bar{x}x}$ ☐ $\psi = \Lambda\hat{u} + (1-\sigma)u + \varphi$, $\Lambda u = u_{\bar{x}x}$

☐ $\psi = \Lambda u - u_t + \varphi$ ☐ $\psi = \Lambda\left(\sigma\hat{u} + (1-\sigma)u\right)$

98. Явная схема $y_t = \Lambda y + \varphi,\ y_0 = y_N = 0,\ y(x,0) = u_0(x)$

устойчива, если

☑ $\frac{\tau}{h^2} \le 0{,}5$ ☐ $\frac{\tau}{h^2} \ge 0{,}5$ ☐ $\frac{\tau}{h^2} = 1$ ☐ $\frac{\tau}{h^2} \ge 1{,}5$

99. Условие устойчивости схемы для уравнения теплопроводности

$y_t = \Lambda\left(\sigma\hat{y} + (1-\sigma)y\right)$, $\Lambda y = y_{\bar{x}x}$,

$y(0,t) = y(1,t) = 0,\quad y(x,0) = u_0(x)$

имеет вид

☑ $\sigma \ge \sigma_0,\ \sigma_0 = \frac{1}{2} - \frac{h^2}{4\tau}$ ☐ $\sigma = \frac{1}{2} + \frac{h^2}{4\tau}$ ☐ $\sigma = 0{,}2$ ☐ $\sigma = 0{,}1$

100. Схема второго порядка аппроксимации для задачи $\frac{d}{dx}\left[k(x)\frac{du}{dx}\right] = -f(x),\ 0 < x < 1$,

$u(0) = u(1) = 0$

имеет вид

☑ $\left(a y_{\bar{x}}\right)_x = -\varphi,\ y_0 = y_N = 0$ ☐ $y_{\bar{x}x} = -\varphi$, $y_0 = y_N = 0$

☐ $\frac{1}{h}\left(a_{i+1}\frac{y_{i+1}-y_i}{h}-a_{i-1}\frac{y_i-y_{i-1}}{h}\right)=-\varphi_i,\ \ y_0=y_N=0$

☐ $\frac{1}{h}\left(a_{i+1}y_{\bar{x},i}-a_i y_{\bar{x},i}\right)=-\varphi_i,\ \ y_0=y_N=0$

3. Критерии формирования оценок на различных этапах формирования компетенций

Распределение баллов текущего и рубежного контроля

№ п/п	Вид контроля	Сумма баллов			
		Общая сумма	**1-я точка**	**2-я точка**	**3-я точка**
1	***Посещение занятий***	***10 баллов***	***3 б.***	***3 б.***	***4 б.***
2	***Текущий контроль:***	***до 30 баллов***	***до 10 б.***	***до 10 б.***	***до 10 б.***
	Ответ на 5 вопросов	***от 0 до15 б.***	***от 0 до 5 б.***	***От 0 до 5 б.***	***От 0 до 5 б.***
	Полный правильный ответ	до 15 баллов	5 б.	5 б.	5 б.
	Неполный правильный ответ	от 6 до12 б.	от 2 до 4 б.	от 2 до 4 б.	от 2 до 4 б.
	Ответ, содержащий значительные неточности, ошибки	от 0 до 3 б.	от 0 до 1 б.	от 0 до 1 б.	от 0 до 1 б.
	Выполнение самостоятельных заданий (решение задач)	***от 0 до15 б.***	***от 0 до 5 б.***	***от 0 до 5 б.***	***от 0 до 5 б.***
3	***Рубежный контроль***	***до 30 баллов***	***до 10 б.***	***до 10 б.***	***до 10 б.***
	тестирование	от 0 до 15 б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.
	коллоквиум	от 0 до 15 б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.	от 0 до 5 б.
Итого сумма текущего и рубежного контроля		***до 70 баллов***	***до 23 б.***	***до 23 б.***	***до 24 б.***

Критерии формирования оценок по промежуточной аттестации (зачёт)

Оценка	**Не зачтено**	**Зачтено**
Баллы	**36–60 баллов**	**61–70 баллов**
Характеристика	Студент имеет 36–60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачёте не ответил ни на один вопрос.	Студент имеет 36–45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете представил полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй. Студент имеет 46–60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на оба вопроса. Студенту, имеющему 61–70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, выставляется отметка «зачтено» без сдачи зачёта.

Вопросы, выносимые на зачёт **(контролируемая компетенция ОПК-2)**

№	Вопрос	Код компетенции (согласно РПД)
1.	Современные вычислительные средства и численные методы, их связь и взаимное влияние.	ОПК-2

2.	Основные источники и классификация погрешностей.	ОПК-2
3.	Действия с приближенными числами.	ОПК-2
4.	Простейшие способы оценки погрешностей.	ОПК-2
5.	Общая задача интерполирования.	ОПК-2
6.	Интерполирование по значениям функции.	ОПК-2
7.	Алгебраическое интерполирование.	ОПК-2
8.	Интерполяционный многочлен Лагранжа.	ОПК-2
9.	Погрешность интерполяционной формулы Лагранжа.	ОПК-2
10.	Многочлены Чебышева.	ОПК-2
11.	Минимизация оценки остаточного члена интерполяционного многочлена Лагранжа.	ОПК-2
12.	Конечные и разделенные разности.	ОПК-2
13.	Интерполяционная формула Ньютона для неравноотстоящих узлов интерполирования.	ОПК-2
14.	Интерполяционные формулы Ньютона для равноотстоящих узлов интерполирования.	ОПК-2
15.	Погрешность интерполяционных формул Ньютона.	ОПК-2
16.	Постановка задач численного дифференцирования.	ОПК-2
17.	Основные формулы численного дифференцирования.	ОПК-2
18.	Погрешность формул численного дифференцирования.	ОПК-2
19.	Некорректность задачи численного дифференцирования.	ОПК-2
20.	Задача наилучшего равномерного приближения функции.	ОПК-2
21.	Метод наименьших квадратов.	ОПК-2
22.	Обработка результатов наблюдения.	ОПК-2
23.	Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.	ОПК-2
24.	Интерполяционные квадратурные формулы.	ОПК-2
25.	Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона, Гаусса.	ОПК-2
26.	Метод простой итерации.	ОПК-2

27.	Сходимость, оценка погрешности.	ОПК-2
28.	Процесс практической оценки погрешности.	ОПК-2
29.	Метод Зейделя, релаксации.	ОПК-2
30.	Сходимость методов Зейделя и релаксации.	ОПК-2
31.	Метод простой итерации решения нелинейных уравнений.	ОПК-2
32.	Метод Ньютона и секущих. Сходимость.	ОПК-2
33.	Численные методы решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений.	ОПК-2
34.	Одношаговые методы.	ОПК-2
35.	Метод Эйлера и его модификации.	ОПК-2
36.	Метод Рунге-Кутта построения одношаговых схем.	ОПК-2
37.	Схема Рунге-Кутта четвертого порядка точности. Особенности ее реализации на ЭВМ.	ОПК-2
38.	Метод Рунге-Кутта для систем уравнений.	ОПК-2
39.	Многошаговые методы.	ОПК-2
40.	Экстраполяционный и интерполяционной методы Адамса.	ОПК-2
41.	Однородные разностные схемы.	ОПК-2
42.	Методы построения разностных схем.	ОПК-2
43.	Аппроксимация и устойчивость.	ОПК-2
44.	Оценка погрешности и сходимость конечно-разностных схем.	ОПК-2
45.	Метод прогонки и стрельбы решения сеточных уравнений.	ОПК-2
46.	Теорема о минимуме функционала энергии.	ОПК-2
47.	Сетки и сеточные функции.	ОПК-2
48.	Аппроксимация частных производных.	ОПК-2
49.	Порядок аппроксимации. Устойчивость.	ОПК-2

50.	Решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности методом сеток.	ОПК-2
51.	Явные и неявные схемы для уравнения теплопроводности.	ОПК-2
52.	Разностные схемы для уравнений гиперболического типа.	ОПК-2
53.	Задача Коши для волнового уравнения.	ОПК-2
54.	Области влияния дифференциальной и разностной задач.	ОПК-2
55.	Разностная задача Дирихле для уравнения Пуассона.	ОПК-2
56.	Устойчивость и сходимость разностной задачи Дирихле.	ОПК-2
57.	Итерационный метод решения разностной задачи Дирихле.	ОПК-2

4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов освоения образовательной программы

Основная литература

1. Рычков А.Д. Численные методы и параллельные вычисления— Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2007.— 142 c.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/57105.html.— ЭБС «IPRbooks»
2. Руев Г.А., Федорова Н.Н., Федорченко И.А. Методы вычислений и их реализация в.— Новосибирск: Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин), ЭБС АСВ, 2008.— 98 c.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/68788.html.— ЭБС «IPRbooks»
3. Бедарев И.А., Кратова Ю.В., Федорова Н.Н., Федорченко И.А. Методы вычислений в пакете MathCAD [— Новосибирск: Новосибирский государственный архитектурно-строительный университет (Сибстрин), ЭБС АСВ, 2013.— 169 c.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/68893.html.— ЭБС «IPRbooks»
4. Рычков А.Д. Численные методы и параллельные.— Новосибирск: Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2007.— 142 c.— Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/57105.html.— ЭБС «IPRbooks.
5. Шхануков-Лафишев М.Х., Нахушева Ф.М. Численные методы (Лабораторный практикум). Изд. КБГУ. – Нальчик, 2010. – 129 с.
6. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы: учебное пособие. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. – 635 с.
7. Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях: учебное пособие. – М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. – 241 с.
8. Кондаков Н.С. Основы численных методов: практикум. – М.: Московский гуманитарный университет, 2014. – 92 с.

9. Суслова С.А. Численные методы: методические указания к выполнению лабораторных работ. Липецк: Липецкий государственный технический университет, ЭБС АСВ, 2012. – 34 с. – Режим доступа: http://www.iprbookshop.ru/55178. – ЭБС «IPRbooks»

Дополнительная литература

1. Демидович Б.П., Шувалова Э.З., Марон И.А. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения. Санкт-Петербург: Лань, 2008, 400с.
2. Годунов С.К., Рябенький В.С. Разностные схемы. М.: Наука, 1997.
3. Марчук Г.И. Методы вычислительной математики. М.: Наука, 1989.
4. Самарский А.А. Введение в численные методы. М.: Наука, 1987.
5. Самарский А.А. Теория разностных схем. М.: Наука, 1989.
6. Самарский А.А., Гулин А.В. Численные методы. М.: Наука, 1989.
7. Вазов В., Форсайт Дж. Разностные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных. М.: ИЛ, 1963.
8. Рихтмайер Р., Марон К. Разностные методы решения краевых задач. М.: Мир, 1972.