

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ
КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ОПОП

М.С. Нирова
«12» апреля 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ) ПО
ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРАКТИКЕ
(наименование вида практики)

НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ РАБОТА
(наименование типа практики)

Программа специалитета
01.05.01 Фундаментальные математика и механика
(код и наименование программы специалитета)

Направленность (профиль)
Фундаментальная математика
(наименование направленности (профиля))

Квалификация (степень) выпускника
специалист

Форма обучения
Очная

Нальчик 2023

СОДЕРЖАНИЕ

1.	Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы, описание показателей, критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования	3
2.	Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности	5
2.1.	Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по практике	6
2.1.1.	Примерные темы индивидуальных заданий по практике	7
2.1.2.	Шкала оценки отчета по производственной практике (научно-исследовательская работа) и его защиты	8
2.1.3.	Результаты обучения, подлежащие проверке	8
2.2.	Индивидуальное задание на производственную практику (научно-исследовательская работа)	9

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы, описание показателей, критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Карта компетенций

Код и наименование компетенции выпускника

ОПК-2 - Способен создавать, анализировать и реализовывать новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении.

Код и наименование индикатора достижения компетенций выпускника

ОПК-2.1 Способен оценивать существующие принципы математических моделей.

ОПК-2.2 Способен выбирать необходимые методы исследования и разрабатывать новые методы, исходя из задач конкретного исследования.

Тип компетенции: общепрофессиональная компетенция по стандарту выпускника образовательной программы 01.05.01 Фундаментальная математика и механика, профиль «Фундаментальная математика», уровень ВО – специалитет.

1.1. Этапы формирования компетенций и средства оценивания

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины	Индикаторы достижений	Основные показатели оценки результатов обучения	Вид оценочного средства
<p>ОПК-2 - Способен создавать, анализировать и реализовывать новые математические модели в современном естествознании, технике, экономике и управлении</p>	<p>ОПК-2.1 Способен оценивать существующие принципы математических моделей.</p> <p>ОПК-2.2 Способен выбирать необходимые методы исследования и разрабатывать новые методы, исходя из задач конкретного исследования.</p>	<p>Знать: основные формы представления математических знаний, дистанционные технологии представления математических знаний.</p> <p>Уметь: определять оптимальные формы представления математических знаний и адаптировать их с учетом уровня подготовленности аудитории, использовать дистанционные технологии обучения.</p> <p>Владеть: научной терминологией профессиональной области, смежных областей знания, фундаментальными математическими знаниями, культурой научно-педагогического общения, способностью использовать теоретические</p>	<p>Отчет о практике. Доклад обучающегося на промежуточной аттестации (защита отчета о практике). Ответы на вопросы по содержанию практики на промежуточной аттестации</p>

		общефилософские знания в профессиональной деятельности.	
--	--	---------------------------------------------------------	--

1.2. Критерии формирования оценок на различных этапах их формирования

Текущий и рубежный контроль. Оценка регулярности, своевременности и качества выполнения обучающимся учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость обучающегося по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение отдельных тем и выполнение отдельных видов работ. Общий балл складывается в результате проведения текущего и рубежного контроля по дисциплине:

Этап (уровень)	Первый этап (уровень)	Второй этап (уровень)	Третий этап (уровень)
Баллы	36-50 баллов	51-60 баллов	61-70 баллов
Характеристика	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение домашнего задания. Частичное выполнение заданий контрольных работ, тестовых заданий на оценку «удовлетворительно».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение домашнего задания. Выполнение заданий на коллоквиуме на оценку «хорошо».	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение домашнего задания, заданий контрольных работ. Выполнение заданий на коллоквиуме на оценку «отлично».

Промежуточная аттестация (Зачет с оценкой)

Оценка	Не зачтено	Зачтено
Баллы	36-60 баллов	61-70 баллов
<i>Характеристика</i>	Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на дифференцированном зачете не дал полного ответа ни на один вопрос, не сделал пример. студент показывает недостаточные знания программного материала, не способен аргументированно и последовательно его излагать, допускаются грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на поставленный вопрос или затрудняется с ответом.	Студент показывает полные и глубокие знания программного материала, логично и аргументировано отвечает на поставленный вопрос, а также дополнительные вопросы, показывает высокий уровень теоретических знаний. - студент показывает глубокие знания программного материала, грамотно его излагает, достаточно полно отвечает на поставленный вопрос и дополнительные вопросы, умело формулирует выводы. В тоже время при ответе допускает несущественные погрешности. - студент показывает достаточные, но не глубокие знания программного материала; при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в

		формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. Для получения правильного ответа требуется уточняющие вопросы.
--	--	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------

На первом (начальном) этапе формирования компетенции формируются знания, умения и навыки, составляющие базовую основу компетенции, без которой невозможно ее дальнейшее развитие. Обучающийся воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу.

На втором (основном) этапе формирования компетенции приобретается опыт деятельности, когда отдельные компоненты компетенции начинают «работать» в комплексе и происходит выработка индивидуального алгоритма продуктивных действий, направленных на достижение поставленной цели. На этом этапе обучающийся осваивает аналитические действия с предметными знаниями по конкретной дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя координирование хода работы, переносит знания и умения на новые условия.

Третий (завершающий) этап – это овладение компетенцией. Обучающийся способен использовать знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях. По результатам этого этапа обучающийся демонстрирует итоговый уровень сформированности компетенции.

2. Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности

Текущий контроль проводится в течении практики на месте ее проведения руководителем практики от предприятия.

Промежуточная аттестация проводится в 6 семестре в форме зачета с оценкой. На зачет, обучающийся представляет дневник научно-исследовательской работы и отчет о практике. Зачет проводится в форме устной защиты отчета о практике. По результатам отчёта выставляется зачёт.

Не сданные обучающимися отчётные документы в установленные сроки являются нарушением дисциплины и невыполнением учебного материала. К таким обучающимся могут быть применены меры взыскания – не допуск к сессии или к посещению занятий до сдачи и защиты отчёта и т.д.

Оценка знаний, умений, навыков, характеризующая сформированность компетенций, закрепленных за производственной практикой «Научно-исследовательская работа» осуществляется в форме текущего контроля и промежуточной аттестации.

Критерии оценки.

Уровень знаний определяется оценками «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

1. Оценка «отлично» - студент показывает полные и глубокие знания программного материала, логично и аргументировано отвечает на поставленный вопрос, а также дополнительные вопросы, показывает высокий уровень теоретических знаний.

2. Оценка «хорошо» - студент показывает глубокие знания программного материала, грамотно его излагает, достаточно полно отвечает на поставленный вопрос и дополнительные вопросы, умело формулирует выводы. В тоже время при ответе допускает несущественные погрешности.

3. Оценка «удовлетворительно» - студент показывает достаточные, но не глубокие знания программного материала; при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. Для получения правильного ответа требуется уточняющие вопросы.

4. Оценка «неудовлетворительно» - студент показывает недостаточные знания программного материала, не способен аргументированно и последовательно его излагать, допускаются грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на поставленный вопрос или затрудняется с ответом.

Студенты, не выполнившие программу научно-исследовательской работы (получение первичных навыков научно-исследовательской работы) без уважительной причины или получившие неудовлетворительную оценку при защите отчета, могут быть отчислены в соответствии с действующими нормативными документами в КБГУ.

Студенты, не выполнившие программу практики «Научно-исследовательская работа (получение первичных навыков научно-исследовательской работы)» по уважительной причине или получившие отрицательный отзыв о работе или неудовлетворительную оценку при защите отчета, направляются на практику повторно в сроки, согласованные руководителем практики с директором института в свободное от учебы время.

2.1. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по практике

Вопросы на собеседование для оценки компетенции ОПК-2:

1. Что такое научное исследование?
2. Что такое научная (научно-исследовательская) деятельность?
3. Каково влияние науки на развитие человечества?
4. Какова роль науки в современном обществе?
5. Организация научной работы в России.
6. В чем отличие ученых степеней от ученых званий?
7. Виды научно-исследовательских работ.
8. Этапы и стадии научных исследований.
9. Выбор направления и обоснование темы научного исследования.
10. Поиск, накопление и обработка научной информации.
11. Эксперимент. Обработка результатов исследования.
12. Применение программных средств для представления результатов.
13. Научные работы. Виды научных публикаций.
14. Структура научных и студенческих работ. Основные правила оформления.
15. Введение и заключение: актуальность темы и новизна результатов научного исследования.
16. Правовое регулирование в научной сфере.
17. Вопросы по теме проекта.

Перечень оценочных средств

№	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика оценочного средства	Представление оценочного средства в фонде
1.	Собеседование	Средство контроля, организованное как специальная беседа преподавателя с обучающимся на темы, связанные с изучаемой дисциплиной, и рассчитанное на выяснение объема знаний обучающегося по определенному разделу, теме, проблеме и т.п.	Вопросы по темам/разделам дисциплины, представленные в привязке к компетенциям, предусмотренным

			РПД
2.	Проект	Конечный продукт, получаемый в результате планирования и выполнения комплекса учебных и исследовательских заданий. Позволяет оценить умения обучающихся самостоятельно конструировать свои знания в процессе решения практических задач и проблем, ориентироваться в информационном пространстве и уровень сформированности аналитических, исследовательских навыков, навыков практического и творческого мышления. Может выполняться в индивидуальном порядке или группой обучающихся.	Темы индивидуальных проектов

2.1.1. Примерные темы индивидуальных заданий по практике

1. Полиномиальные матрицы.
2. Системы линейных неравенств.
3. Число действительных корней многочлена с действительными коэффициентами.
4. Основная теорема алгебры
5. Основная теорема о симметрических многочленах.
6. Решение алгебраических уравнений в радикалах (история вопроса)
7. Элементы теории конечных полей.
8. Уравнение $x^3 = x$ в кольце классов вычетов Z_m
9. Замыкания и соответствия Галуа.
10. Функция Мёбиуса и её свойства.
11. Числа Фибоначчи и их приложения.
12. Плоские графы.
13. Булевы алгебры.
14. Формализованное исчисление предикатов.
15. Дискретные группы отражений в пространствах Лобачевского
16. Классификация арифметических групп отражений в пространствах Лобачевского.
17. Поиск компактных многогранников Кокстера в пространствах Лобачевского высокой размерности.
18. Поиск многогранников Кокстера конечного объема в пространствах Лобачевского высокой размерности.

19. Нахождение новых гиперболических групп отражений (арифметических и неарифметических).
20. Экстремальные задачи на графах
21. Обратные задачи для параметров графов
22. Модели схем с различными ограничениями
23. Обобщение обращенного неравенства Коши-Буняковского.
24. Проблема Зарембы, в том числе подход Нидеррайтера.
25. Свойства цепных дробей из конечных алфавитов.
26. Логика случайных графов
27. Структуры максимальных размеров в случайном биномиальном графе
28. Описательная сложность (языки первого и второго порядка)
29. Медианы биномиальных и пуассоновских распределений

2.1.2. Шкала оценки отчета по производственной практике (научно-исследовательская работа) и его защиты

При оценке результатов работы студента по научно-исследовательской работе принимаются во внимание количественные и качественные показатели выполнения студентом заданий научно-исследовательской работы, полнота, грамотность, правильность оформления отчетной документации.

Дифференцированный зачет. Его цель: контроль знаний, умений и навыков студентов, полученных при прохождении практики.

Итоговая оценка определяется как среднее арифметическое трех составляющих: прохождение научно-исследовательской работы; содержание и оформление отчетной документации; защита отчета по научно-исследовательской работе. Отчетными документами по научно-исследовательской работе для студентов является отчет, который представляется групповому руководителю научно-исследовательской работы и служит основанием допуска студента к дифференцированному зачету.

Шкала оценки отчета о научно-исследовательской работе и его защиты

Количество баллов	Критерии оценивания
25–30	Практикант свободно ориентируется в теме исследования; способен к выполнению сложных заданий, постановке целей и выборе путей их реализации. Задание выполнено полностью без ошибок.
20–24	Практикант относительно полно ориентируется в теме исследования; на защите работы отвечает без затруднений, допускает незначительное количество ошибок; способен к выполнению сложных заданий. Работа выполнена полностью, но имеются несущественные ошибки.
15-19	Практикант недостаточно высоко владеет темой исследования. В процессе ответа на зачете допускаются ошибки и затруднения при изложении материала. Правильно выполнено не менее 2/3 всей работы. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ.
<15	Практикант допускает значительные ошибки; имеет лишь начальную степень ориентации в материале. Правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Практикант дает неверную оценку ситуации.

Баллы, полученные обучающимся, суммируются и переводятся в традиционные оценки.

2.1.3. Результаты обучения, подлежащие проверке

Обучающиеся в период прохождения практики «Научно-исследовательская работа» выполняют индивидуальные задания, предусмотренные программами практики; соблюдают правила внутреннего трудового распорядка; соблюдают требования охраны труда и пожарной безопасности.

По результатам практики студент составляет индивидуальный отчет, который должен содержать конкретные сведения о работе, проделанной в период научно-исследовательской работы, и отражать результаты выполнения заданий, предусмотренных программой практики

Отчет состоит из следующих разделов:

Раздел №1. **Отчёт о прохождении практики «Научно-исследовательская работа»:**

- Цель и задачи научно-исследовательской работы. Общая характеристика деятельности базы научно-исследовательской работы.
- Основная часть отчета, которая соответствует выданному заданию. Общая характеристика задач, которые решались в ходе научно-исследовательской работы;
- Выводы о достижении цели и выполнении задач научно-исследовательской работы.

Раздел №2. **Индивидуальное задание.**

- Индивидуальное задание, выполняемое в период научно-исследовательской работы, разрабатывает руководитель научно-исследовательской работы от организации.

Раздел №3. **Дневник практики «Научно-исследовательская работа»**

- Дневник научно-исследовательской работы обычно заполняется ежедневно. Допускается объединение дней до недели в случае выполнения однотипной работы.

Методические рекомендации оформления отчёта по практике

Содержательная часть отчёта оформляется на стандартных листах белой бумаги форматом А4 на одной стороне с полями: левое – 3,0 см; верхнее – 2,0 см; нижнее – 2,0 см; правое – 1,0 см. Размер шрифта – 14; полуторный интервал. Абзац – 1,25.

Титульный лист оформляется по установленному на выпускающей кафедре образцу.

Нумерация страниц отчёта – сквозная, начиная с введения (3 страница), включая приложения. Нумерация должна быть проставлена арабскими цифрами. Таблицы, рисунки, диаграммы, бланки, расположенные на отдельных листах, включаются в общую нумерацию.

Оформление должно соответствовать общим требованиям, предъявляемым к студенческим работам (курсовым, выпускным квалификационным работам) на выпускающей кафедре.

Отчет должен быть оформлен в соответствии с:

- ГОСТ 7.0.12-2011 Библиографическая запись. Сокращение слов и словосочетаний на русском языке. Общие требования и правила.
- ГОСТ 2.316-2008 Единая система конструкторской документации. Правила нанесения надписей, технических требований и таблиц на графических документах.

Общие положения:

Структура и правила оформления;

- ГОСТ 2.105-95 ЕСКД. Общие требования к текстовым документам;
- ГОСТ 7.82-2001 Библиографическая запись. Библиографическое описание электронных ресурсов. Общие требования и правила составления.

2.2 Индивидуальное задание на производственную практику (научно-исследовательская работа)

Вариант 1.

Тема. Полиномиальные матрицы.

Работа посвящена исследованию аппарата λ -матриц. В ней необходимо изучить каноническое представление λ -матриц и получить условия их эквивалентности.

Рекомендуется следующий план работы.

1. Рассмотреть определения элементарных преобразований λ -матриц и эквивалентных λ -матриц. Доказать теорему о приведении λ -матриц к каноническому виду и показать единственность канонического представления λ -матрицы (/1/, с. 205-213).
2. Установить критерий эквивалентности двух произвольных λ -матриц и двух матриц вида $A-\lambda E$ (/1/, с. 213-220).
3. Решить несколько задач на приведение λ -матриц к каноническому виду.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1. Гельфанд И. М. Лекции по алгебре. – М., 1971.
2. Гантмахер Ф. Р. Теория матриц. – М., 1966.
3. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М., 1965

Вариант 2.

Тема. Системы линейных неравенств.

Системы линейных неравенств играют важную роль в алгебре и теории оптимизации. В работе необходимо изучить метод решения систем линейных неравенств.

Рекомендуется следующий план работы.

1. Рассмотреть основные свойства решений однородной системы линейных неравенств (/1/, § 10).
2. Изучить метод вычисления фундаментальной системы решений однородной системы линейных неравенств (/1/, § 11).
3. Описать подход к решению произвольной системы линейных неравенств (/1/, § 11).
4. Привести конкретные примеры вычислений фундаментальных систем решений систем линейных неравенств.

Литература, рекомендуемая для изучения темы.

1. Солодовников А.С. Системы линейных неравенств. – М., 1977.
2. Черников С.Н. Линейные неравенства. – М., 1968.

Вариант 3.

Тема. Число действительных корней многочлена с действительными коэффициентами.

Исследование вопроса о вычислении корней многочленов когда-то составляло основное содержание высшей алгебры. В прикладных задачах важную роль играет также задача аппроксимации действительных корней многочлена путем указания достаточно точных границ области их расположения на числовой прямой. В работе необходимо познакомиться с задачей определения границ корней и разобрать вопрос о числе действительных корней многочлена с действительными коэффициентами.

Рекомендуется следующий план работы.

1. Познакомиться с вопросом определения границ корней (/1/ гл. 9, § 39).
2. Исследовать систему Штурма, её свойства и доказательство её существования для всякого многочлена с действительными коэффициентами.
3. Доказать теорему Штурма (/1/ гл. 9, § 40).
4. Решить несколько задач по применению теоремы Штурма (по согласованию с руководителем работы).

Литература, рекомендуемая для изучения темы.

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М., 1965.
2. Ван дер Варден Б. Л. Алгебра. – М., 1979.

Вариант 4.

Тема. Основная теорема алгебры

Основная теорема алгебры комплексных чисел дает решение проблемы существования корней многочленов. Эта теорема является одним из крупнейших достижений всей математики и находит применения в самых различных областях науки.

Рекомендуется следующий план работы.

1. Доказать непрерывность многочлена как функции комплексного переменного используя методы классического математического анализа.
2. Доказать леммы о модуле старшего члена, о возрастании модуля многочлена и лемму Даламбера (/1/ гл. 5, § 23).
3. Доказать основную теорему с помощью леммы Даламбера.
4. Рассмотреть следствия из основной теоремы.

Литература, рекомендуемая для изучения темы.

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М., 1965.
2. Ван дер Варден Б. Л. Алгебра. – М., 1979.

Вариант 5.

Тема. Основная теорема о симметрических многочленах.

Связь элементарных симметрических многочленов с формулами Виета является основой для применения симметрических многочленов к теории многочленов от одного неизвестного, и связанных с нею теории полей и теории Галуа. В работе необходимо рассмотреть кольцо многочленов от нескольких неизвестных, лексикографическое расположение членов многочлена, его свойства, доказать основную теорему о симметрических многочленах и теорему единственности.

Рекомендуется следующий план работы.

1. Исследовать кольцо многочленов от нескольких неизвестных (/1/, гл. 11, § 51).
2. Определить лексикографическое расположение членов многочлена и его свойства.
3. Определить симметрические и элементарные симметрические многочлены и доказать основную теорему.
4. Доказать теорему единственности.
5. Решить несколько задач по применению основной теоремы о симметрических многочленах.

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1. Курош А.Г. Курс высшей алгебры. – М., 1965.
2. Ван дер Варден Б. Л. Алгебра. – М., 1979.

Вариант 6.

Тема. Решение алгебраических уравнений в радикалах (история вопроса)

Проблема разрешимости алгебраических уравнений в радикалах занимает особое место в истории математики, так как долгое время являлась главной задачей алгебры. В работе необходимо проследить развитие методов решения алгебраических уравнений, начиная с Древнего Востока и заканчивая теорией Галуа.

Рекомендуется следующий план работы.

1. Рассмотреть приёмы решения уравнений первой и второй степени, полученные на Древнем Востоке и Греции, привести примеры конкретных задач, в которых эти приёмы использовались (/1/, с. 43-45, 72-74; /2/, с. 3-26).
2. Осветить достижения арабских математиков в области алгебраических уравнений (/1/, с. 87-105; /2/, с. 26-36).
3. Изложить историю решения уравнений третьей и четвёртой степени (дель Ферро, Тарталья, Кардано, Феррари) (/1/, с. 115-117; /2/, с. 42-89).
4. Привести результаты Лагранжа и сформулировать теоремы Руффини, Абеля и Галуа о невозможности решения уравнений выше четвёртой степени в радикалах (/4/, с. 259-264).

Литература, рекомендуемая для изучения темы

1. Стройк Д. Я. Краткий очерк истории математики. – М., 1978.
2. Никифоровский В.А. Из истории алгебры XVI-XVII вв. – М., 1979.
3. Гутер Р.С., Полунов Ю.Л. Джироламо Кардано. – М., 1980.
4. Математика, её содержание, методы и значение /Ред. коллегия: А.Д. Александров и др. – М., 1956, Т. 1.

Вариант 7.

Тема. Элементы теории конечных полей.

Конечные поля получили широкое применение в современной теории кодирования и занимают заметное место в современной математике. В работе необходимо изучить общие свойства и построить конкретные примеры конечных полей.

Рекомендуется следующий план работы.

1. Изучить строение конечного поля и построить модель, явно описывающую элементы конечного поля (/1/, гл. 1 или /2/, гл. 3).
2. Доказать критерий неприводимости многочлена над конечным полем и построить примеры таких многочленов.

Литература, рекомендуемая для изучения темы.

1. Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля. – М.: Мир, 1988. Т. 1.
2. Лидл Р., Пильц Г. Прикладная абстрактная алгебра. – Екатеринбург: Изд-во Уральского университета, 1996.
3. Ван дер Варден Б. Л. Алгебра. – М., 1979.
4. Калужин Л. А. Введение в общую алгебру. – М., 1973. 5 Куликов Л. Я. Алгебра и теория чисел. – М., 1979

Вариант 8.

Тема. Уравнение $x^3 = x$ в кольце классов вычетов Z_m

Свойства алгебраических многочленов, рассматриваемых над кольцами классов вычетов Z_m при составном модуле m , имеют ряд особенностей (например, в этом случае нарушается однозначность разложения многочлена на простые сомножители). Цель работы – на примере многочлена $x^3 - x$ над Z_m изучить свойства многочленов, рассматриваемых над кольцами с делителями нуля.

Рекомендуется следующий план работы.

1. Основные сведения о кольцах. Кольца с делителями нуля (/1/, гл.3; /2/, гл.2, п.1; /3/, гл.4, 8).
2. Определение количества решений уравнения $x^3 - x$ в кольце Z_m (/4/).
3. Определение количества разложений многочлена $x^3 - x$ над кольцом Z_m (/5/).
4. Примеры разложений многочлена $x^3 - x$ над Z_m при $m = 15$ и 30 .

Литература, рекомендуемая для изучения темы.

1. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. – М.: Наука, 1976.
2. Фрид Э. Элементарное введение в абстрактную алгебру. – М.: Мир, 1979.
3. Проскуряков И.В. Числа и многочлены. – М.: Просвещение, 1965.
4. Фирстов В.Е. О решениях уравнения $x^3 - x$ над кольцом классов вычетов. Деп. ВИНТИ, 25.12.97, N 3773 – В97, - 2 с.
5. Фирстов В.Е. Разложение многочлена $x^3 - x$ в кольце классов вычетов Деп. ВИНТИ, 10.05.00, N_1353 – В00, - 6с.

Вариант 9.

Тема. Замыкания и соответствия Галуа.

Понятие замыкания играет важную роль в алгебре и топологии. В работе необходимо изучить основные свойства систем замыкания на упорядоченных множествах, проанализировать их взаимосвязь с операторами замыкания и соответствиями Галуа.

Рекомендуется следующий план работы.

1. Изучить необходимые свойства бинарных отношений и рассмотреть понятие системы замыканий (/1/, глава 2, р. 1; /2/, р. 1).
2. Исследовать взаимосвязь между системами замыканий и операторами замыкания (/1/, глава 2, р. 1; /2/, р. 3).
3. Рассмотреть понятие соответствия Галуа и установить его связь с системами замыканий (/1/, глава 2, р. 1; /2/, р. 3). Разобрать все примеры из указанных выше литературных источников и решить задачи 1, 2, 7, 8, 10 из упражнения на стр. 60-61 в /1/.

Литература, рекомендуемая для изучения темы.

1. Кон П., Универсальная алгебра. – М.: Мир, 1968.
2. Риге Ж. Бинарные отношения, замыкания, соответствия Галуа // Кибернетический сборник, вып.7, 1963, с. 129-185.

Вариант 10.

Тема. Функция Мёбиуса и её свойства.

Функция Мёбиуса является важнейшим примером теоретико-числовой функции и имеет обширное применение в теории чисел. В работе необходимо определить теоретико-числовые и мультипликативные теоретико-числовые функции, доказать основные их свойства, определить функцию Мёбиуса и в упражнениях доказать закон обращения.

Рекомендуется следующий план работы.

1. Мультипликативные функции и их свойства (/1/ гл. II, § 2, упр. 10 а, б).
2. Функция Мёбиуса и её свойства (/1/ гл. II, § 3).
3. Закон обращения числовых функций (/1/ гл. II, упр. 17).

Литература, рекомендуемая для изучения темы.

1. Виноградов И.М. Основы теории чисел. – М.: Наука, 196

Вариант 11.

Тема. Числа Фибоначчи и их приложения.

Многие числовые последовательности допускают описание с помощью рекуррентных (возвратных) соотношений, когда значение очередного члена

последовательности определяется по значениям одного или нескольких предшествующих ему членов данной последовательности. Исторически одним из первых примеров таких последовательностей явилась последовательность Фибоначчи, имеющая самые разнообразные приложения. Цель работы – изучить основные свойства этой последовательности и некоторые ее приложения.

Рекомендуется следующий план работы.

1. Фибоначчи: "Книга об абаке" (1202) и задача о кроликах (/1/, введение).
2. Определение последовательности Фибоначчи и формула общего члена (формула Бинэ) (/1/, §1; /2/).
3. Основные теоретико-числовые свойства последовательности Фибоначчи (/1/, §2).
4. Числа Фибоначчи и цепные дроби (/1/, §3).
5. Геометрические приложения чисел Фибоначчи (/1/, §4).
6. Последовательность Фибоначчи и архитектурные формы (/3/, гл. 3; /4/, гл. 4).

Литература, рекомендуемая для изучения темы.

1. Воробьев Н.Н. Числа Фибоначчи. – М.: Наука, 1984.
2. Маркушевич А.И. Возвратные последовательности. – М.: Наука, 1975.
3. Волошинов А.В. Математика и искусство. – М.: Просвещение, 1992.
4. Пидоу Д. Геометрия и искусство. – М.: Мир, 1979.

Вариант 12.

Тема. Плоские графы.

Понятие планарности играет принципиально важную роль в теории графов и ее разнообразных приложениях. В работе необходимо изучить основные свойства планарных графов и доказать критерий Куратовского планарных графов и теорему Эйлера о плоских графах.

Рекомендуется следующий план работы.

1. Изучить такие основополагающие понятия теории графов, как граф и его грани, планарный граф и плоский граф, гомеоморфизм и стягивание графа ([1], с. 9-24, 74-81).
2. Доказать теорему Куратовского, которая дает простой критерий планарности графа ([1], с. 77-80).
3. Доказать теорему Эйлера о плоских графах ([1], § 13; [2], с. 59-75). Разобрать главные примеры из указанного выше литературного источника и решить задачи 12a, 12b, 12c, 12k, 13a, 13d из [1].

Литература, рекомендуемая для изучения темы.

1. Уилсон, Р. Дж. Введение в теорию графов / Р. Дж. Уилсон. – М.: 1977.
2. Белов, В.В. Теория графов / В.В. Белов, Е.М. Воробьев, В.Е. Шаталов. – М.: ВШ, 1976.
3. Березина, Л.Ю. Графы и их применение: популярная книга для школьников и преподавателей / Л.Ю. Березина. – Изд. 2-е, испр. и доп. – Москва: ЛИБРОКОМ, 2009. – 146 с.
4. Молчанов, В.А. Дискретная математика: учебное пособие / В.А. Молчанов. Саратов, 2013. 132 с.
5. Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.

Вариант 13.

Тема. Булевы алгебры.

Понятие булевой алгебры играет важную роль в алгебре, математической логике и дискретной математике. В работе необходимо изучить характеристические свойства булевых алгебр, проанализировать взаимосвязь основных свойств таких алгебр, доказать теорему о представлении конечной булевой алгебры алгеброй множеств.

Рекомендуется следующий план работы.

1. Изучить характеристические свойства булевых алгебр и проанализировать их взаимосвязь с булевыми кольцами ([1], глава 1, § 2, [2], глава 1, § 1.1).
2. Рассмотреть основные свойства булевых алгебр и теорему о представлении конечной булевой алгебры алгеброй множеств ([1], глава 1, § 2, [2], глава 1, § 1.1).

Разобрать все примеры из указанных выше литературных источников и решить задачи 2, 3, 4, 5 на стр. 42 в [1].

Литература, рекомендуемая для изучения темы.

1. Лидл, Р. Прикладная абстрактная алгебра / Р. Лидл, Г.Пильц. – Екатеринбург: Изд-во УрГУ, 1996.
2. Богомолов, А.М. Алгебраические основы теории дискретных систем / А.М. Богомолов, В.Н. Салий. – М.: Наука, 2009.
3. Молчанов, В.А. Дискретная математика: учебное пособие / В.А. Молчанов. Саратов, 2013. 132 с.
4. Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009.
5. Кузнецов, О.П. Дискретная математика для инженера / О.П. Кузнецов. 6-е изд., – СПб: «Лань», 2014. – 400 с.

Вариант 14.

Тема. Формализованное исчисление предикатов.

Изучить первоначальные понятия формального исчисления предикатов (ИП), системы аксиом, правила вывода.

Разобрать теоремы о связи выводимости в ИП и истинности формул (задачи 1-3, §5)[3]. Решить задачи 11.1-11.11 из [2].

Литература, рекомендуемая для изучения темы.

1. Игошин, В.И. Математическая логика и теория алгоритмов / В.И. Игошин. – М.: Академия, 2010. – 448 с.
2. Игошин, В.И. Задачник-практикум по математической логике и теории алгоритмов: учеб. пособие для студентов высш. учеб. заведений / В.И. Игошин. – М: Изд. центр Академия, 2007. – 304 с. 32
3. Лавров, И.А. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. – М.: Физматлит – 2004.
4. Молчанов, В.А. Математическая логика: учебное пособие / В.А. Молчанов. Саратов: Изд-во СГСЭУ, 2011. 5 Новиков, Ф.А. Дискретная математика для программистов: учебник для вузов / Ф.А. Новиков. – 3-е изд. – М. [и др.]: Питер, 2009