

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный  
университет им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ОПОП

 М.С. Нирова

«12» апреля 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ)  
ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

**«ПРАКТИКУМ ПО РЕШЕНИЮ НЕСТАНДАРТНЫХ  
МАТЕМАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ»**

Программа специалитета

01.05.01 Фундаментальные математика и механика  
(код и наименование программы специалитета)

Направленность (профиль)

Фундаментальная математика  
(наименование направленности (профиля))

Квалификация (степень) выпускника

специалист

Форма обучения

очная

НАЛЬЧИК 2023г.

## СОДЕРЖАНИЕ

1.	Перечень компетенций и этапы их формирования	3
2.	Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы	5
3.	Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности	6
4.	Вопросы к зачету по дисциплине	20

## 1. Перечень компетенций и этапы их формирования

### Карта компетенции

#### Шифр и название компетенций:

**ОПК-1.** Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики.

*Индикаторы достижимости компетенции ОПК-1:*

**ОПК-1.1.** Способен использовать при решении профессиональных задач знания, полученные при изучении дисциплин математических и (или) естественных наук;

**ОПК-1.2.** Способен использовать существующие математические методы при решении задач профессиональной деятельности.

#### Общая характеристика компетенции

**Тип компетенции:** общепрофессиональная компетенция выпускника образовательной программы по направлению подготовки высшего образования 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, профиль «Фундаментальная математика», уровень ВО – специалитет.

#### 1.1. Этапы формирования компетенций и средства оценивания

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины	Индикаторы достижений	Основные показатели оценки результатов обучения	Вид оценочного средства
<b>ОПК-1</b> Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики	<b>ОПК-1.1.</b> Способен выделять актуальные проблемы в исследуемой области  <b>ОПК-1.2.</b> Способен провести анализ и подборку соответствующей литературы	<b>Знать</b> фундаментальные математические законы	Оценочные материалы для контрольной работы
		<b>Уметь</b> применять математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера	Оценочные материалы для проведения коллоквиума
		<b>Владеть</b> навыками использования знаний математики при решении практических задач	Оценочные материалы для самостоятельной работы Оценочные материалы к зачету

#### 1.2. Критерии формирования оценок на различных этапах их формирования

##### Текущий и рубежный контроль

Оценка регулярности, своевременности и качества выполнения обучающимся учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость обучающегося по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение отдельных тем

и выполнение отдельных видов работ. Общий балл складывается в результате проведения текущего и рубежного контроля по дисциплине:

Этап (уровень)	Первый этап (уровень)	Второй этап (уровень)	Третий этап (уровень)
<b>Баллы</b>	36-50 баллов	51-60 баллов	61-70 баллов
<b>Характеристика</b>	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение домашнего задания. Частичное выполнение заданий контрольных работ, тестовых заданий на оценку «удовлетворительно».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение домашнего задания. Выполнение заданий на коллоквиуме на оценку «хорошо».	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение домашнего задания, заданий контрольных работ. Выполнение заданий на коллоквиуме на оценку «отлично».

### *Промежуточная аттестация (зачет)*

Оценка	Не зачтено	Зачтено
<b>Баллы</b>	36-60 баллов	61-70 баллов
<b>Характеристика</b>	Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на дифференцированном зачете не дал полного ответа ни на один вопрос, не сделал пример. студент показывает недостаточные знания программного материала, не способен аргументированно и последовательно его излагать, допускаются грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на поставленный вопрос или затрудняется с ответом.	Студент показывает полные и глубокие знания программного материала, логично и аргументировано отвечает на поставленный вопрос, а также дополнительные вопросы, показывает высокий уровень теоретических знаний. - студент показывает глубокие знания программного материала, грамотно его излагает, достаточно полно отвечает на поставленный вопрос и дополнительные вопросы, умело формулирует выводы. В тоже время при ответе допускает несущественные погрешности. - студент показывает достаточные, но не глубокие знания программного материала; при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. Для получения правильного ответа требуется уточняющие вопросы.

На первом (начальном) этапе формирования компетенции формируются знания, умения и навыки, составляющие базовую основу компетенции, без которой невозможно ее дальнейшее развитие. Обучающийся воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу.

На втором (основном) этапе формирования компетенции приобретает опыт деятельности, когда отдельные компоненты компетенции начинают «работать» в комплексе и происходит выработка индивидуального алгоритма продуктивных действий, направленных на достижение поставленной цели. На этом этапе

обучающийся осваивает аналитические действия с предметными знаниями по конкретной дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя координирование хода работы, переносит знания и умения на новые условия.

Третий (завершающий) этап – это овладение компетенцией. Обучающийся способен использовать знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях. По результатам этого этапа обучающийся демонстрирует итоговый уровень сформированности компетенции.

## **2. Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

### **Перечень оценочных средств**

<b>№</b>	<b>Наименование оценочного средства</b>	<b>Краткая характеристика оценочного средства</b>	<b>Представление оценочного средства в фонде</b>
1.	Коллоквиум	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2.	Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
3.	Задача (практическое задание)	Средство оценки умения применять полученные теоретические знания в практической ситуации. Задача (задание) должна быть направлена на оценивание тех компетенций, которые подлежат освоению в данной дисциплине, должна содержать четкую инструкцию по выполнению или алгоритм действий.	Комплект задач и заданий
4.	Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий

### **3. Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности**

#### ***3.1. Вопросы для коллоквиумов***

Вопросы для оценки компетенции «ОПК-1»:

1. Типы задач на движение: задачи на движение по прямой (навстречу и вдогонку, с задержкой в пути), задачи на движение по замкнутой трассе, задачи на движение по воде, задачи на среднюю скорость, задачи на движение протяжных тел.
2. Типы задач на проценты: задачи на растворы, смеси и сплавы, задача «о продуктах» (о процентном содержании какого – либо вещества), задачи на формулу сложных процентов.
3. Рациональные методы решения задач
4. Методы решения геометрических задач.
5. Основные формулы тригонометрии.
6. Задачи на применение элементов тригонометрии
7. Методы решения задач повышенной трудности

Вопросы для оценки компетенции « ОПК-1»:

8. Элементы комбинаторики. Комбинаторные задачи
9. Вероятность. Решение задач по теории вероятности
10. Методика решения нестандартных задач из ЕГЭ
11. Методы решения задач с применением элементов математического анализа

#### ***Критерии формирования оценок по контрольным точкам (коллоквиум)***

*«отличный (высокий) уровень компетенции»* (5 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 100%;

*«хороший (нормальный) уровень компетенции»* (4 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 70%;

*«удовлетворительный (минимальный, пороговый) уровень компетенции»* (3 балла) – ставится в случае, когда обучающийся затрудняется с правильной формулировкой теоретического материала, дает неполный ответ, демонстрирует знание теоретического материала на 50%;

*«неудовлетворительный (ниже порогового) уровень компетенции»* (2 и менее баллов) – ставится в случае, когда обучающийся дает неверную формулировкой теоретического материала, дает неверный ответ, демонстрирует незнание теоретического материала или знание материала менее чем на 40%.

**3.2. Оценочные материалы для контрольной работы:  
контролируемые компетенции ОПК-1.**

**Вариант 1**

1. Мотоциклист проехал расстояние от одного города до другого за 3 часа, двигаясь со скоростью 54 км/ч. Сколько времени потребуется мотоциклисту на обратный путь, но уже по другой дороге, если она длиннее первой на 22 км, а его скорость будет меньше прежней на 8 км/ч?
2. Два экскаватора разной мощности, работая совместно, выполняют работу за 6 часов. Если первый проработает 4 часа, а затем второй 6 часов, то они выполняют 80% всей работы. За какое время каждый экскаватор отдельно может выполнить всю работу?
3. Один газ в сосуде А содержал 21% кислорода, второй газ в сосуде В содержал 5% кислорода. Масса первого газа в сосуде А была больше массы второго газа в сосуде В на 300 г. Перегородку между сосудами убрали так, что газы перемешались и получившийся третий газ теперь содержит 14,6% кислорода. Найдите массу третьего газа. Ответ дайте в граммах.
4. Внутри равнобедренного треугольника ABC с основанием BC и углом A, равным  $80^\circ$ , отмечена такая точка M, что  $\angle MBC = 30^\circ$  и  $\angle MCB = 10^\circ$ . Найдите угол AMC.
5. В трехзначном нечетном числе сумма цифр равна 3. Известно, что все три цифры различные. Найди это число.
6. В заезде гонки Формула-1 участвуют 43 красных, 13 белых, 16 черных, 14 желтых и 14 синих машин. Решение о том, кто будет стартовать с первой позиции принимается жеребьевкой. Какова вероятность того, что с первой позиции будет стартовать белая, синяя или желтая машина?
7. Будем называть четырёхзначное число очень счастливым, если все цифры в его десятичной записи различны, а сумма первых двух из этих цифр равна сумме последних двух из них. Например, очень счастливым является число 3140. а) Существуют ли десять последовательных четырёхзначных чисел, среди которых есть два очень счастливых? б) Может ли разность двух очень счастливых четырёхзначных чисел равняться 2015? в) Найдите наименьшее натуральное число, для которого не существует кратного ему очень счастливого четырёхзначного числа.

**Вариант 2**

1. Поезд имеет в своем составе цистерны, платформы и товарные вагоны. Цистерн на 4 меньше, чем платформ и в 2 раза меньше, чем товарных вагонов. Сколько в составе поезда отдельно цистерн, платформ и товарных вагонов, если их общее число равно 68?
2. В среду молоко подорожало на  $x$  процентов, а в четверг подешевело на  $x$  процентов. В результате молоко стало стоить на 1% дешевле, чем стоило во

- вторник (до подорожания). На сколько процентов дешевле стало бы молоко по сравнению со вторником, если бы оно сначала в среду подешевело на  $x$  процентов, а в четверг подорожало на  $x$  процентов?
3. В сосуде  $A$  содержится 3 литра 17-процентного водного раствора вещества  $X$ . Из сосуда  $B$  в сосуд  $A$  перелили 7 литров 19-процентного водного раствора вещества  $X$ . Сколько процентов составляет концентрация полученного в сосуде  $A$  раствора?
  4. Высота и медиана треугольника, проведенные из одной вершины, делят угол треугольника на три равных угла. Докажите, что этот треугольник – прямоугольный.
  5. В оранжерее были срезаны гвоздики: белые и розовые – 400 штук, розовые и красные – 300, белые и красные – 540. Сколько гвоздик каждого цвета было срезано в оранжерее?
  6. Придя в кинотеатр на мелодраму, Максим случайным образом выбирает себе кресло в кинозале. Известно, что в рядах с 1 по 5 кресел по 8 штук, в рядах с 6 по 10 кресел по 12 штук, в рядах с 11 по 15 кресел по 15 штук. Какова вероятность того, что Максим в итоге выберет кресло в одном из рядов с 3 по 7? Ответ округлите до сотых.
  7. Ученики одной школы писали тест. Результатом каждого ученика является целое неотрицательное число баллов. Ученик считается сдавшим тест, если набрал не менее 85 баллов. Из-за того, что задания оказались слишком трудными, было принято решение всем участникам теста добавить по 7 баллов, благодаря чему количество сдавших тест увеличилось. а) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, не сдавших тест, понизился? б) Могло ли оказаться так, что после этого средний балл участников, сдавших тест, понизился, и средний балл участников, не сдавших тест, тоже понизился? в) Известно, что первоначально средний балл участников теста составил 85, средний балл участников, не сдавших тест, составил 70. После добавления баллов средний балл участников, сдавших тест, стал равен 100, а не сдавших тест — 72. При каком наименьшем числе участников теста возможна такая ситуация?

### **Вариант 3**

1. Лодка шла по течению реки 2,4 ч и против течения 3,2 ч. Путь, пройденный лодкой по течению, оказался на 13,2 км длиннее пути, пройденного против течения. Найти скорость лодки в стоячей воде, если скорость течения реки равна 3,5 км/ч.
2. В государстве  $\sigma$  на планете  $\Omega$  в 2010 году ЕГЭ по биологии не сдали  $10000 \cdot 11211443$  выпускников. В 2011 году число не сдавших выросло на 5%, а в 2012 году – уменьшилось на 3% по сравнению с 2011 годом. На сколько процентов увеличилось число выпускников, не сдавших ЕГЭ по биологии в 2012 году по сравнению с 2010 годом в государстве  $\sigma$  на планете  $\Omega$ ?



3. Во сколько раз больше должен быть объём 5-процентного раствора кислоты, чем объём 10-процентного раствора той же кислоты, чтобы при смешивании получить 7-процентный раствор?
4. На боковых сторонах  $BA$  и  $BC$  равнобедренного треугольника  $ABC$  с углом  $B$ , равным  $20^\circ$ , отмечены соответственно точки  $Q$  и  $P$  так, что  $\angle ACQ = 60^\circ$  и  $\angle CAP = 50^\circ$ . Найдите угол  $APQ$ .
5. Дама сдавала в багаж рюкзак, чемодан, саквояж и корзину. Известно, что чемодан весит больше, чем рюкзак, саквояж и рюкзак весят больше, чем чемодан и корзина, корзина и саквояж весят столько же, сколько чемодан и рюкзак. Перечислите вещи в порядке убывания веса.
6. В рамках случайного эксперимента дважды подбрасывается правильная игральная кость (6-гранный кубик). Какова вероятность того, что выпавшая сумма цифр будет делиться на 4? Ответ округлите до сотых.
7. Три числа назовем хорошей тройкой, если они могут быть длинами сторон треугольника. Три числа назовем отличной тройкой, если они могут быть длинами сторон прямоугольного треугольника. а) Даны 8 различных натуральных чисел. Может ли оказаться, что среди них не найдётся ни одной хорошей тройки? б) Даны 4 различных натуральных числа. Может ли оказаться, что среди них можно найти три отличных тройки? в) Даны 12 различных чисел (не обязательно натуральных). Какое наибольшее количество отличных троек может оказаться среди них?

#### *Вариант 4*

1. Первый час туристы шли на станцию со скоростью  $3,5$  км/ч. После этого они рассчитали, что если и дальше будут идти с той же скоростью, то придут на час позже намеченного срока. Увеличив скорость на  $1,5$  км/ч, туристы прибыли на станцию на 30 мин раньше намеченного срока. Какой путь прошли туристы?
2. Четыре одинаковые рубашки дешевле куртки на 4%. На сколько процентов шесть таких же рубашек дороже куртки?
3. Мокрая губка содержала 80 % воды, а после выжимания только 20%. Чему была равна масса мокрой губки, если масса губки после выжимания стала 100 грамм? Ответ дайте в граммах.
4. Можно ли внутри треугольника  $ABC$  с тупым углом  $A$  отметить точки  $P$  и  $Q$  так, чтобы угол  $BAP$  был не меньше угла  $BQC$ ?
5. Даны 2 слова: «интегрирование» и «суперкомпьютер». Вася посчитал, сколько получается слов из слова «интегрирование», если вычеркнуть в нем 2 произвольные буквы (получившиеся слова не обязательно осмысленные). Маша сделала то же самое для слова «суперкомпьютер». У кого слов получилось больше?
6. Из множества натуральных чисел от 1 до 100 наугад выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 15 или на 10?

7. В нескольких одинаковых бочках налито некоторое количество литров воды (не обязательно одинаковое). За один раз можно перелить любое количество воды из одной бочки в другую. а) Пусть есть четыре бочки, в которых 29, 32, 40, 91 литр. Можно ли не более чем за четыре переливания уравнять количество воды в бочках? б) Пусть есть семь бочек. Всегда ли можно уравнять количество воды во всех бочках не более чем за пять переливаний? в) За какое наименьшее количество переливаний можно заведомо уравнять количество воды в 26 бочках?

### **Вариант 5**

1. Расстояние между двумя машинами, едущими по шоссе 400 км. Первая машина движется со скоростью 70 км/ч, вторая 90 км/ч. Чему будет равно расстояние между ними через один час?
2. В среду молоко подорожало на  $x$  процентов, а в четверг подорожало на  $2x$  процентов. В результате молоко стало стоить на 15,5% дороже, чем стоило во вторник (до подорожания). На сколько процентов подорожало молоко в среду?
3. Половину объёма огурца когда-то занимала вода, потом этот огурец подсох и вода стала занимать лишь 20% объёма огурца. Во сколько раз уменьшился объём этого огурца?
4. Точки M и N – середины сторон AB и CD четырехугольника ABCD с прямыми углами A и B. Докажите, что  $2MN = AD - BC$ .
5. Из 2 математиков и 10 экономистов надо составить комиссию из 10 человек. Сколько есть способов сделать это при условии, что в комиссии должен участвовать хотя бы 1 математик?
6. У Кости есть 14 чёрных, 5 синих и 1 красная ручка. Он заполняет отчёт, который нельзя заполнять красной или синей ручкой. При этом у Кости есть только 6 колпачков: 1 красный и 5 синих (колпачки надеты на ручки с чернилами того же цвета). Какова вероятность того, что выбранная наугад ручка будет иметь колпачок и ею можно будет заполнять отчёт?
7. На доске написано 30 натуральных чисел (не обязательно различных), каждое из которых больше 4, но не превосходит 44. Среднее арифметическое написанных чисел равно 11. Вместо каждого из чисел на доске написали число, в два раза меньшее первоначального. Числа, которые после этого оказались меньше 3, с доски стёрли. а) Могло ли оказаться так, что среднее арифметическое чисел, оставшихся на доске, больше 16? б) Могло ли среднее арифметическое оставшихся на доске чисел оказаться больше 14, но меньше 15? в) Найдите наибольшее возможное значение среднего арифметического чисел, которые остались на доске.

***Критерии формирования оценок по контрольным точкам (контрольные работы)***

**4 балла** - правильно выполнены все задания, продемонстрирован высокий уровень владения материалом, проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**3 балла** - правильно выполнена большая часть заданий, присутствуют незначительные ошибки, продемонстрирован хороший уровень владения материалом, проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**2 балла** - задания выполнены более чем наполовину, присутствуют серьезные ошибки, продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом, проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**1 балл** - дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса существенными ошибками в определениях.

**0 баллов** - при полном несоответствии всем критериям и отсутствии ответа.

### **3.3. Оценочные материалы для самостоятельной работы обучающегося ( типовые задачи )**

#### **Задачи для оценки компетенции «ОПК-1»**

##### ***Тема 1. Текстовые задачи.***

1. Геологи 4 часа летели на вертолете со скоростью 80 км/ч, а затем ехали верхом 2 часа со скоростью 12 км/ч. Какой путь проделали геологи за это время?
2. Расстояние между двумя городами скорый поезд проходит на 4 часа быстрее товарного и на 1 час быстрее пассажирского. Найти скорости товарного и скорого поездов, если известно, что скорость товарного поезда составляет  $\frac{5}{8}$  скорости пассажирского и на 50 км/ч меньше скорости скорого.
3. Двое рабочих, выполняя некоторое задание вместе, могли бы справиться с ним за 12 дней. Если сначала будет работать только один из них, а когда он выполнит половину всей работы, его сменит второй рабочий, то все задание будет выполнено за 25 дней. За какой срок работая в одиночку второй рабочий сможет выполнить все задание?
4. Чан наполняется водой при помощи двух кранов А и В. Наполнение чана только с помощью крана А длится на 22 минуты дольше, чем наполнение через кран В. Если же оба крана открыть одновременно, то чан наполнится водой за 1 час. За какое время может наполнить водой чан только кран В?
5. Артели косцов надо было косить два луга, один вдвое больше другого. Половину дня артель косила большой луг. После этого артель разделилась пополам: первая половина осталась на большом лугу и докосила его к вечеру до конца; вторая же половина косила малый луг, на котором к вечеру ещё

- остался участок, скошенный на другой день одним косцом за один день работы. Сколько косцов было в артели?
6. Антон, Максим, Игорь, Тимур и Костя купили 1000 лотерейных билетов на общую сумму 30000 рублей. На эту покупку Антон и Игорь дали в сумме 8100 рублей, Максим дал 15% общей суммы, Тимур дал 0,3 общей суммы, а оставшуюся часть общей суммы внёс Костя. Ребята договорились в случае выигрыша поделить деньги пропорционально внесённому в общую сумму вкладу. В итоге они выиграли в сумме 2000000 рублей. Сколько рублей должен получить Костя?
  7. Игнат хранит деньги дома под подушкой. У него есть 100 рублей. Известно, что пакет молока 1 числа стоил 65 рублей. В течение последующих 10 дней молоко дорожало каждый день на 10% по сравнению с предыдущим днём. Какого числа Игнату впервые не хватило денег на пакет молока?
  8. В понедельник 10 числа крутого календаря батон подорожал на 10%. Во вторник батон подешевел на 10% по сравнению с понедельником. В среду батон снова подорожал на 10% по сравнению со вторником. В четверг батон снова подешевел на 10% по сравнению со средой. И так далее. Сегодня выяснилось, что батон дороже, чем он был 10 числа (в понедельник) в 1,0673289 раз. Какое сегодня число согласно крутому календарю, если в нём по 30 дней в каждом месяце?
  9. Сергей смешал раствор, содержащий 20% кислоты и раствор, содержащий 40% той же кислоты. В итоге у него получился раствор, содержащий 32,5% кислоты, причём объём полученного раствора 4 литра. Сколько литров раствора, содержащего 20% кислоты, использовал Сергей при смешивании?
  10. В лаборатории смешали 10-процентный, 20-процентный и 30-процентный растворы одной и той же кислоты, в результате чего было получено 3 литра 18-процентной кислоты. Какой объём смеси получился бы, если бы вместо этого смешали 10-процентную кислоту в объёме, в два раза большем, чем её было изначально, с 20-процентной кислотой, взятой в том же объёме, что и изначально? Ответ дайте в литрах.

*Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Изучить методы решения задач на движение, на работу, на проценты, на сплавы и др. Эти методы следует изучить и разобраться в их соотношениях.

### **Задачи для оценки компетенции «ОПК-1»**

1. На стороне АВ квадрата ABCD отмечена точка Р. Биссектриса угла DCP пересекает AD в точке Q. Докажите, что  $CP = DQ + BP$ .

2. Биссектрисы равнобедренного треугольника ABC пересекаются в точке D, точка O равноудалена от всех вершин треугольника. Середина отрезка OD лежит на основании AB. Найдите углы треугольника ABC.
3. Докажите, что в прямоугольном треугольнике с неравными катетами биссектриса прямого угла делит пополам угол между высотой и медианой, проведенными из той же вершины.
4. Внутри квадрата ABCD взята такая точка M, что  $\angle ABM = 75^\circ$  и  $\angle CDM = 30^\circ$ . Найдите угол MAB.
5. Как на садовом участке прокопать узкую прямолинейную канавку между двумя вбитыми в землю колышками, если в вашем распоряжении есть веревка, которая короче расстояния между колышками?
6. В зубчатой передаче сцеплены два колеса, имеющие 24 и 30 зубьев. На какой угол повернется второе колесо, когда первое повернется: а) на 8 зубьев; б) на  $45^\circ$
7. Четырехугольник ABCD, в котором  $AB = BC$  и  $AD = CD$ , вписан в окружность. Точка M лежит на меньшей дуге CD этой окружности. Прямые BM и CD пересекаются в точке P, а прямые AM и BD – в точке Q. Докажите, что  $PQ \parallel AC$ .
8. К двум окружностям, радиусы которых 4 см и 6 см, проведены внутренние общие касательные, оказавшиеся взаимно перпендикулярными. Вычислить расстояние между центрами окружностей.
9. Длины оснований трапеции равны 4см и 10см. Найти длины отрезков, на которые делит среднюю линию этой трапеции одна из ее диагоналей.
10. Найти площадь  $\triangle ABC$  с углами  $A = \alpha, B = \beta, C = \gamma$ , зная, что расстояние от произвольной точки M, взятой внутри треугольника, до его сторон равны соответственно  $n, m$  и  $k$ .

*Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Изучить методы решения геометрических, задач повышенной трудности, задач на применение элементов тригонометрии и др. Эти методы следует изучить и разобраться в их соотношениях.

### **Задачи для оценки компетенций «ОПК-1»**

#### ***Тема 3. Элементы комбинаторики и теории вероятности.***

1. Капроновый шнур длиной 30 см разрезали на 3 части. Причем одна из них на 1 см больше другой и на 1 см меньше третьей. Найди длину каждой части.
2. По вертикальному столбу высотой 6м движется улитка. За день она поднимается на 4 м, за ночь опускается на 3 м. Сколько дней ей потребуется, чтобы добраться до вершины?

3. В семье четверо детей. Им 5, 8, 13 и 15 лет. Детей зовут Аня, Боря, Вера и Галя. Сколько лет каждому ребенку, если одна девочка ходит в детский сад, Аня старше Бори, и сумма лет Ани и Веры делится на три.
4. В стране есть 20 городов, которые соединены между собой 172 авиалиниями. Предположим, что между двумя городами есть только одна авиалиния. Докажите, что из любого города можно попасть в любой город, возможно, с пересадками.
5. Дано слово «логарифм». Сколько существует способов поменять местами буквы в этом слове так, чтобы в полученном буквосочетании согласные были упорядочены по алфавиту слева направо?
6. Конкурс исполнителей проводится в 4 дня. Всего заявлено 75 выступлений: по одному от каждой страны, участвующей в конкурсе. Исполнитель из России участвует в конкурсе. В первый день запланировано 12 выступлений, остальные распределены поровну между оставшимися днями. Порядок выступлений определяется жеребьевкой. Какова вероятность того, что выступление исполнителя из России состоится в третий день конкурса?
7. Из множества натуральных чисел от 21 до 30 наугад выбирают одно число. Какова вероятность того, что оно делится на 3 или на 13?
8. В коробке лежат 2 белых, 3 красных, 4 серых и 1 черный меч. Рыцарь Дима наугад достает один меч. Какова вероятность того, что этот меч белый или черный?
9. В небе кружат 4 голубя, 7 ворон, 3 воробья и 6 синиц. Игорь начинает считать птиц в произвольном порядке. Какова вероятность того, что первая птица, с которой он начнет счет, окажется ворона или синица?
10. В тарелке лежат 9 яблок, 3 апельсина, 2 граната и 6 груш. Костя берет фрукты из тарелки наугад. Какова вероятность того, что первый взятый им фрукт окажется грушей или апельсином?

*Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Изучить методы решения комбинаторных задач, а также задач по теории вероятности, разобрать понятия сочетание и размещение, число перестановок и др. Эти методы следует изучить и разобраться в их соотношениях.

#### ***Тема 4. Нестандартные задачи, предлагаемые на ЕГЭ.***

1. На доске написано несколько (более одного) различных натуральных чисел, причём любые два из них отличаются не более чем в три раза. а) Может ли на доске быть 5 чисел, сумма которых равна 47? б) Может ли на доске быть 10 чисел, сумма которых равна 94? в) Сколько может быть чисел на доске, если их произведение равно 8000?
2. Дано квадратное уравнение  $ax^2+bx+c = 0$ , где  $a$ ,  $b$  и  $c$  — натуральные числа, не превосходящие 100. Также известно, что числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  попарно

- отличаются друг от друга не менее, чем на 2. а) Может ли такое уравнение иметь корень  $-7$ ? б) Может ли такое уравнение иметь корень  $-53$ ? в) Какой наименьший целый корень может иметь такое уравнение?
3. На доске написаны числа 2 и 3. За один ход два числа  $a$  и  $b$ , записанные на доске, заменяются на два числа: или  $a + b$  и  $2a - 1$ , или  $a + b$  и  $2b - 1$  (например, из чисел 2 и 3 можно получить либо 3 и 5, либо 5 и 5). а) Приведите пример последовательности ходов, после которых одно из двух чисел, написанных на доске, окажется числом 13. б) Может ли после 200 ходов одно из двух чисел, написанных на доске, оказаться числом 400? в) Сделали 513 ходов, причём на доске никогда не было написано одновременно двух равных чисел. Какое наименьшее значение может принимать разность большего и меньшего из полученных чисел?
  4. В шахматы можно выиграть, проиграть или сыграть вничью. Шахматист записывает результат каждой сыгранной им партии и после каждой партии подсчитывает три показателя: «победы» — процент побед, округлённый до целого, «ничьи» — процент ничьих, округлённый до целого, и «поражения», равные разности 100 и суммы показателей «побед» и «ничьих». (Например, число 13,2 округляется до 13, число 14,5 округляется до 15, число 16,8 округляется до 17.) а) Может ли в какой-то момент показатель «побед» равняться 17, если было сыграно менее 50 партий? б) Может ли после выигранной партии увеличиться показатель «поражений»? в) Одна из партий была проиграна. При каком наименьшем количестве сыгранных партий показатель «поражений» может быть равным 1?
  5. Верно ли, что для любого набора положительных чисел, каждое из которых не превосходит 11, а сумма которых больше 110, всегда можно выбрать несколько чисел так, чтобы их сумма была не больше 110, но больше: а) 99; б) 101; в) 100?
  6. Множество чисел назовем хорошим, если его можно разбить на два подмножества с одинаковой суммой чисел. а) Является ли множество  $\{200; 201; 202; \dots; 299\}$  хорошим? б) Является ли множество  $\{2; 4; 8; \dots; 2100\}$  хорошим? в) Сколько хороших четырёхэлементных подмножеств у множества  $\{1; 2; 4; 5; 7; 9; 11\}$ ?
  7. Будем называть четырёхзначное число интересным, если среди четырёх цифр в его десятичной записи нет нулей, а одна из этих цифр равна сумме трёх других из них. Например, интересным является число 6321. а) Приведите пример двух интересных четырёхзначных чисел, разность между которыми равна трём. б) Найдутся ли два интересных четырёхзначных числа, разность между которыми равна 111? в) Найдите наименьшее простое число, для которого не существует кратного ему интересного четырёхзначного числа.
  8. Красный карандаш стоит 17 рублей, синий — 13 рублей. Нужно купить карандаши, имея всего 495 рублей и соблюдая дополнительное условие:

- число синих карандашей не должно отличаться от числа красных карандашей больше чем на пять. а) Можно ли купить при таких условиях 32 карандаша? б) Можно ли купить при таких условиях 35 карандашей? в) Какое наибольшее число карандашей можно купить при таких условиях?
9. Даны последовательные нечётные числа  $1, 3, 5, \dots, 77, 79$ . Из них выбирают произвольно семь чисел, располагают их в порядке возрастания и четвёртое по величине число (медиану ряда) принимают за  $A$ , а среднее арифметическое всех семи чисел принимают за  $B$ . а) Может ли  $B - A$  быть равным  $2/7$ ? б) Может ли  $B - A$  быть равным  $3/7$ ? в) Найти наибольшее возможное значение  $B - A$ .
10. Можно ли представить число 2014 в виде суммы двух различных натуральных чисел с одинаковой суммой цифр? б) Можно ли представить число 199 в виде суммы двух различных натуральных чисел с одинаковой суммой цифр? в) Найдите наименьшее натуральное число, которое можно представить в виде суммы пяти различных натуральных чисел с одинаковой суммой цифр.

*Методические рекомендации по решению задач.*

Приступая к самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть теоретический материал по соответствующему вопросу темы. Изучить методы решения комбинаторных задач, задач по теории вероятности, геометрических задач, задач с применением элементов математического анализа и др. Эти методы следует изучить и разобраться в их соотношениях. При решении задач используются формулы, объяснение которых представлено в теме 4.

***Критерии формирования оценок по заданиям для самостоятельной работы студента ( типовые задачи):***

«отлично» (3 балла) - обучающийся показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно и логично его излагает. Свободно использует необходимые формулы при решении задач;

«хорошо» (2 балла) - обучающийся твердо знает материал, грамотно его излагает, но допускает неточности в процессе решения задач;

«удовлетворительно» (1 балл) - обучающийся имеет знания основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил его деталей, допускает отдельные неточности при решении задач;

«неудовлетворительно» (0 баллов) – обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

***3.4. Оценочные материалы: типовые тестовые задания по дисциплине «Практикум по решению нестандартных задач» (контролируемая компетенция ОПК-1).***

*Тест* – система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений студента. Решение заданий в тестовой



форме проводится три раза в течение семестра на платформе <http://open.kbsu.ru/moodle/>. Не менее чем за 1 неделю до тестирования, преподаватель должен определить студентам исходные данные для подготовки к тестированию: назвать разделы (темы, вопросы), по которым будут задания в тестовой форме, теоретические источники (с точным указанием разделов, тем, статей) для подготовки.

Оценка результатов тестирования производится компьютерной программой, результат выдается немедленно по окончании теста. Максимальный балл за решение заданий в тестовой форме – 5 баллов. До окончания теста студент может еще раз просмотреть все свои ответы на задания и при необходимости внести коррективы.

Полный перечень тестовых заданий представлен в ЭОИС – <http://open.kbsu.ru/moodle/course/search.php?search=%D0%B2%D0%B2%D0%B5%D0%B4%D0%B5%D0%BD%D0%B8%D0%B5+%D0%B2+%D1%8D%D0%BB%D0%B5%D0%BC%D0%B5%D0%BD%D1%82%D0%B0%D1%80%D0%BD%D1%83%D1%8E>

*Образцы тестовых заданий:*

1. Найдите корень уравнения:  $x = \frac{-6x+1}{x-6}$ . Если уравнение имеет более одного корня, в ответе укажите меньший из них.

Ответ: ###

+: -1

2. Значение выражения  $\frac{18\sin 40^\circ \cdot \cos 40^\circ}{\sin 80^\circ}$  равно ###

+: 9

3. Решение уравнения  $\cos t = \frac{\sqrt{2}}{2}$  имеет вид

-: не имеет решений

+:  $t = \pm \frac{\pi}{4} + 2\pi n, n \in Z$

-:  $t = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

-:  $t = \pm \frac{2\pi}{3} + 2\pi n, n \in Z$

4. Корни уравнения  $\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$  на заданном промежутке  $x \in [-\pi; 3\pi]$  равны

-:  $\frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \frac{9\pi}{4}, \frac{15\pi}{4}$

+:  $\pm \frac{\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}, \frac{9\pi}{4}$

-:  $\frac{\pi}{6}, \frac{11\pi}{6}$

-:  $\frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}$

5. Значение выражения  $\arccos\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) + \arcsin\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$  равно

-:  $-\frac{\pi}{4}$

+:  $\frac{\pi}{2}$

-:  $\frac{7\pi}{12}$

-: 0

6. Значение выражения  $\log_4 \log_6 36$  равно ###

+: 0,5

1. Поставьте в соответствие каждому неравенству множество его решений.

$$L2: \log_{\frac{1}{3}} x < -1$$

$$L1: \log_{\frac{1}{3}} x > 1$$

$$L4: \log_{\frac{1}{3}} x < 1$$

$$L3: \log_{\frac{1}{3}} x > -1$$

$$R1: \left(0; \frac{1}{3}\right)$$

$$R2: (3; +\infty)$$

$$R3: (0; 3)$$

$$R4: \left(\frac{1}{3}; +\infty\right)$$

2. Первые 5 членов последовательности  $y_n = 3 - 2n$  имеют вид

$$+: 1, -1, -3, -5, -7$$

$$-: 3; -3; -\frac{3}{2}; 0; 3\cos 0,4\pi$$

$$-: 1; -1; 1; -1; 1$$

$$-: 0; 1; \frac{3}{4}; \frac{1}{2}; \sin^2 \frac{\pi}{5}$$

3. Какие из данных последовательностей ограничены сверху?

$$-: -3, -2, -1, 0, 1, \dots$$

$$+: 1, -1, 1, -2, 1, -3, \dots$$

$$+: \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \dots$$

$$+: \frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$$

4. Последовательность  $(a_n)$  - арифметическая прогрессия, где  $a_1 = 12, a_2 = 10$ . Сумма первых ее одиннадцати членов равна ####

$$+: 22$$

5. В урне 5 белых, 6 черных и 14 красных шара. Из нее наугад извлекается 2 шара. Вероятность того, что оба шара белые равна

$$-: \frac{C_4^2}{C_{12}^2}$$

$$-: 0,001$$

$$-: -0,5$$

$$+: \frac{C_5^2}{C_{25}^2}$$

6. Отношение числа опытов, в которых появилось это событие, к числу всех произведенных опытов называется относительной #### события.

+: частотой

1. Периметр треугольника ABC равен 16. Найдите периметр треугольника FDE, вершинами которого являются середины сторон треугольника ABC.

$$+: 8$$

$$-: 9$$

$$-: 7$$

$$-: 11$$

2. Найдите радиус окружности, описанной около прямоугольника, диагональ которого равна 8.

$$-: 1$$

+: 4

-: 2

-:3

3. Средняя линия трапеции равна 20, а большее основание равно 23. Меньшее основание трапеции равно

+: 17

-: 13

-: 16

-: 19

4. В треугольнике ABC  $AC = BC$ ,  $AB = 15$ ,  $АН$  – высота,  $ВН = 6$ ,  $\cos A$  равен ###

+: 0,4

5. В цилиндрический сосуд налили  $2100 \text{ см}^3$  воды. Уровень воды при этом достигает высоты 20 см. В жидкость полностью погрузили деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 5 см. Объем детали равен ###  $\text{см}^3$ .

+: 525

6. В основании прямой призмы лежит квадрат со стороной 7. Боковые ребра равны  $\frac{3}{\pi}$ .

Объем цилиндра, описанного около этой призмы равен

+: 73,5

-: 307,5

-: 40,5

-: 72

**4. Вопросы к зачету по дисциплине «Практикум по решению нестандартных математических задач»**

№	Вопрос	Код компетенции (согласно РПД)
1.	Типы задач на движение: задачи на движение по прямой (навстречу и вдогонку, с задержкой в пути), задачи на движение по замкнутой трассе,	ОПК-1
2.	Типы задач на движение: задачи на движение по воде, задачи на среднюю скорость, задачи на движение протяжных тел.	ОПК-1
3.	Типы задач на проценты: задачи на растворы, смеси и сплавы,	ОПК-1
4.	Типы задач на проценты: задача «о продуктах» (о процентном содержании какого – либо вещества), задачи на формулу сложных процентов.	ОПК-1
5.	Рациональные методы решения задач	ОПК-1
6.	Методы решения геометрических задач.	ОПК-1
7.	Основные формулы тригонометрии.	ОПК-1
8.	Задачи на применение элементов тригонометрии	ОПК-1
9.	Методы решения задач повышенной трудности	ОПК-1
10.	Элементы комбинаторики.	ОПК-1
11.	Комбинаторные задачи	ОПК-1
12.	Вероятность. Полная вероятность.	ОПК-1
13.	Решение задач по теории вероятности	ОПК-1
14.	Методика решения нестандартных задач из ЕГЭ	ОПК-1
15.	Методы решения задач с применением элементов математического анализа	ОПК-1