МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ОПОП
_____________ **М.С. Нирова**

« 12 » апреля 2023 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ) ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

«СТРУКТУРНЫЕ СВОЙСТВА РЕШЕНИЙ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ»

Программа специалитета
01.05.01 Фундаментальные математика и механика
(код и наименование программы специалитета)

Направленность (профиль)
Фундаментальная математика
(наименование направленности (профиля))

Квалификация (степень) выпускника
специалист

Форма обучения
очная

НАЛЬЧИК 2023г.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы, описание показателей, критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Карта компетенции

Шифр и название компетенций:

- Умение ясно и понятно представлять математические знания с учетом уровня аудитории (**ПКС-1**).

Индикаторы достижения компетенции ПКС-1:

ПКС-1.1. Способен обрабатывать, анализировать и осуществлять сбор информации по заданной тематике.

ПКС-1.2. Способен формулировать математические знания с учетом уровня слушателей.

Общая характеристика компетенции

Тип компетенции: профессиональная компетенция выпускника образовательной программы по направлению подготовки высшего образования 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, профиль «Фундаментальная математика», уровень ВО – специалитет.

1.1. Этапы формирования компетенций и средства оценивания

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины	Индикаторы достижений	Основные показатели оценки результатов обучения	Вид оценочного средства
ПК-1 - Умение ясно и понятно представлять математические знания с учетом уровня аудитории	**ПКС-1.1.** Способен обрабатывать, анализировать и осуществлять сбор информации по заданной тематике. **ПКС-1.2.** Способен формулировать математические знания с учетом уровня слушателей.	**Знать:** Перспективные научные направления в профильной предметной области.	Оценочные материалы для устного опроса. Контрольные работы. Тестовые задания. Оценочные материалы к экзамену. Примерные темы курсовых работ
		Уметь: Публично представлять собственные и известные научные результаты в данной предметной области.	Оценочные материалы для устного опроса. Контрольные работы. Тестовые задания. Оценочные материалы к экзамену. Примерные темы

			курсовых работ
		Владеть: Навыками устного и письменного аргументированного изложения собственных результатов	Оценочные материалы для устного опроса. Контрольные работы. Тестовые задания. Оценочные материалы к экзамену. Примерные темы курсовых работ

1.2. Критерии формирования оценок на различных этапах их формирования

Текущий и рубежный контроль.

Оценка регулярности, своевременности и качества выполнения обучающимся учебной работы по изучению дисциплины в течение периода изучения дисциплины (сумма – не более 70 баллов). Баллы, характеризующие успеваемость обучающегося по дисциплине, набираются им в течение всего периода обучения за изучение отдельных тем и выполнение отдельных видов работ. Общий балл складывается в результате проведения текущего и рубежного контроля по дисциплине:

Этап (уровень)	Первый этап (уровень)	Второй этап (уровень)	Третий этап (уровень)
Баллы	**36-50 баллов**	**51-60 баллов**	**61-70 баллов**
Характеристика	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценку «удовлетворительно».	Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценки «хорошо».	Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических занятий. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценки «отлично».

На первом (начальном) этапе формирования компетенции формируются знания, умения и навыки, составляющие базовую основу компетенции, без которой невозможно ее дальнейшее развитие. Обучающийся воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу.

На втором (основном) этапе формирования компетенции приобретается опыт деятельности, когда отдельные компоненты компетенции начинают «работать» в комплексе и происходит выработка индивидуального алгоритма продуктивных действий, направленных на достижение поставленной цели.

На этом этапе обучающийся осваивает аналитические действия с предметными знаниями по конкретной дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя координирование хода работы, переносит знания и умения на новые условия.

Третий (завершающий) этап – это овладение компетенцией. Обучающийся способен использовать знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях. По результатам этого этапа обучающийся демонстрирует итоговый уровень сформированности компетенции.

Промежуточная аттестация (экзамен)

Оценка	**Удовлетворительно**	**Хорошо**	**Отлично**
Баллы	**61 – 80**	**81 – 90**	**91 – 100**
Характеристика	Знает отдельные перспективные задачи в соответствующем научном направлении Неуверенно докладывает известные результаты в данной предметной области Готов изложить свои результаты в письменной форме	Может указать некоторые научные направления, представляющие теоретический и практический интерес Хорошо представляет известные научные результаты по профилю подготовки Может устно и письменно изложить свои результаты	Хорошо ориентируется в современных научных направлениях, соответствующих профильной предметной области Доказательно и аргументировано представляет собственные и известные научные результаты в данной предметной области Убедительно и аргументировано излагает свои собственные результаты, как в устной, так и в письменной форме

2. Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы

Перечень оценочных средств

№	**Наименование оценочного средства**	**Краткая характеристика оценочного средства**	**Представление оценочного средства в фонде**
1.	Коллоквиум	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины

2.	Задача (практическое задание)	Средство оценки умения применять полученные теоретические знания в практической ситуации. Задача (задание) должна быть направлена на оценивание тех компетенций, которые подлежат освоению в данной дисциплине, должна содержать четкую инструкцию по выполнению или алгоритм действий.	Комплект задач и заданий
3.	Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам
4.	Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий

3. Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности

3.1. Вопросы для коллоквиумов

Вопросы для оценки компетенции «**ПКС-1**».

Тема 1. Введение в теорию нелинейных дифференциальных уравнений.

1. Связь с другими дисциплинами. Теоретическая и практическая ценность курса.

2. Модельные задачи, редуцируемые к нелинейным дифференциальным уравнениям.

Тема 2. Простейшие случаи разделения переменных в нелинейных уравнениях.

1. Уравнения, допускающие построения точного решения в виде:

1) $w(x,t) = \phi(x)\psi(t)$,

2) $w(x,t) = \phi(x) + \psi(t)$,

3) $w(x,t) = \phi(x)\psi(t) + \chi(t)$

Тема 3. Нетривиальное разделение переменных в нелинейных уравнениях.

1. Построение точных решений нелинейных дифференциальных уравнений с квадратичной и кубической нелинейностью.

Тема 4. Структура решений с обобщенным разделением переменных.

1. Нелинейные уравнения математической физики с разделяющимися переменными допускающие точные решения в виде сумм

$$\omega(x,y) = \phi_1(x)\psi_1(y) + \phi_2(x)\psi_2(y) + \dots + \phi_n(x)\psi_n(y).$$

Тема 5. Решение функционально-дифференциальных уравнений методом дифференцирования.

1. Редукция уравнений с частными производными к функционально-дифференциальным уравнениям.

2. Процедура решения ФДУ методом дифференцирования.

Тема 6. Решение функционально-дифференциальных уравнений методом расщепления.

1. Сведение решения ФДУ к последовательному решению линейного функционального уравнения стандартного вида и решению системы ОДУ (т.е. расщепления задачи на две более простых).

Тема 7. Упрощенная схема построения точных решений уравнений с квадратичной нелинейностью.

1. Построение точных решений нелинейных уравнений в виде

$\omega(x,y)=\varphi_1(x)\psi_1(y)+\ldots+\varphi_n(x)\psi_n(y)$,

в случаях, когда:

$\varphi_i(x)=x^i$, $\varphi_i(x)=e^{\lambda_i x}$, $\varphi_i(x)=\sin(\alpha_i x)$, $\varphi_i(x)=\cos(\beta_i x)$

Тема 8. Структура решений при функциональном разделении переменных.

1. Построение аналитических решений нелинейных дифференциальных уравнений в виде:

$\omega(x,y)=F(z)$,

где $z=\sum_{m=1}^{n}\phi_m(x)\psi_m(y)$.

Тема 9. Применение метода функционального разделения переменных для частных случаев.

1. Решения с функциональным разделением переменных частного вида:

$\omega=F(z)$, где $z=\psi_1(y)x+\psi_2(y)$,

$\omega=F(z)$, где $z=\psi_1(y)x^2+\psi_2(y)$,

$\omega=F(z)$, где $z=\psi_1(y)e^{\lambda x}+\psi_2(y)$.

Тема 10. Метод дифференцирования в случае функционального разделения переменных.

1. Использование метода дифференцирования для построения точных решений нелинейных уравнений, допускающих функциональное разделение переменных.

Тема 11. Метод расщепления и редукция к функциональному уравнению с двумя переменными.

1. Сведение решения функционально-дифференциального уравнения с тремя аргументами к решению чисто функционального уравнения с двумя аргументами и системы ОДУ.

Тема 12. Точные решения нелинейных уравнений теплопроводности и теории волн.

1. Исследование отдельных функциональных уравнений с тремя аргументами, которые наиболее часто встречаются при функциональном разделении переменных в нелинейных уравнениях математической физики.
2. Построение точных решений отдельных нелинейных уравнений теплопроводности и теории волн.

Тема 13. Дифференциальные уравнения в естествознании.

1. Изучение математических моделей основанных на нелинейных дифференциальных уравнениях.
2. Популяционные модели и проблемы математической биологии.

Тема 14. Исследования математических моделей статических явлений теории капиллярности.

1. Моделирование профилей поверхностей малых капель расплавов в различных

температурных режимах.

2. Исследование процесса конвекции в малой капле, лежащей на горизонтальной твердой поверхности.

Тема 15. Исследование кинетики процессов растекания капель.

1. Влияние постоянного тока на форму капиллярных поверхностей жидких фаз.

2. Исследование математической модели движения поверхности малой капли в переменном электромагнитном поле.

Критерии формирования оценок (оценивания) устного опроса.

В результате устного опроса знания, обучающегося оцениваются по следующей шкале:

4 балла, ставится, если обучающийся:

1) полно излагает изученный материал, даёт правильное определенне понятий;

2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные;

3) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

3 балла, ставится, если обучающийся даёт ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для балла «1», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет, и 1-2 недочёта в последовательности и языковом оформлении излагаемого.

2-1 балл, ставится, если обучающийся обнаруживает знание и понимание основных положений данной темы, но:

1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий;

2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры;

3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки в языковом оформлении излагаемого.

0 баллов, ставится, если обучающийся обнаруживает незнание большей части соответствующего раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке.

Баллы могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за рассредоточенный во времени, т.е. за сумму ответов, данных студентом на протяжении занятия.

3.2. Практические задания для оценки компетенций «ПКС-1».

Тема 1. Введение в теорию нелинейных дифференциальных уравнений

Построить решение следующих уравнений:

1. $\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + 3z = x^2$;
2. $\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 + 2z^2 + x^2 = 3y^2$;
3. $3\frac{\partial z}{\partial x} + 7\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = 0$;
4. $2\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^3 - 5\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = 0$;
5. $\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 - 3\frac{\partial z}{\partial y} = z^2$;
6. $3\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^3 - 4\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{z}$.

Методические рекомендации по решению задач

При выполнений заданий необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Введение в теорию нелинейных дифференциальных уравнений». Основная цель овладеть навыками исследования нелинейных дифференциальных уравнений.

Тема 2. Простейшие случаи разделения переменных в нелинейных уравнениях

Построить решение следующих уравнений:

1. $e^{2x}\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + y^2\frac{\partial z}{\partial y} = 0;$
2. $\mathrm{yx}^4\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 - \mathrm{xy}^4\frac{\partial z}{\partial y} = 0;$
3. $\frac{1}{2x}\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + y^2\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = 4z^2;$
4. $e^{3x}\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \sqrt{y}\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{1}{z};$
5. $7\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{y}{x}\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^3 = 0;$
6. $\left(x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} - z^2\right)^2 + \frac{y}{x}\left(\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{\partial z}{\partial y}\right) = 0.$

Методические рекомендации по решению задач

При выполнений заданий необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Простейшие случаи разделения переменных в нелинейных уравнениях». Основная цель овладеть навыками исследование простейших случаев разделения переменных в нелинейных уравнениях.

Тема 3. Нетривиальное разделение переменных в нелинейных уравнениях

Построить решение следующих уравнений:

1. $\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = (x^2+y^2)\left(y\frac{\partial z}{\partial x} - x\frac{\partial z}{\partial y}\right);$
2. $\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = e^{5(x^2+y^2)}\left(y\frac{\partial z}{\partial x} - x\frac{\partial z}{\partial y}\right);$
3. $\left(\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = \frac{2}{x^2+y^2}\left(y\frac{\partial z}{\partial x} - x\frac{\partial z}{\partial y}\right) + 2\frac{\partial z}{\partial x}\frac{\partial z}{\partial y};$
4. $\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = \frac{e^{5(x^2+y^2)}}{x^2+y^2}\left(y\frac{\partial z}{\partial x} - x\frac{\partial z}{\partial y}\right);$
5. $x^3\frac{\partial z}{\partial x} - \frac{3}{y^2}z\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^3 = 0;$
6. $e^{3x}\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 - \frac{z}{y^2}\frac{\partial z}{\partial y} = 0.$

Методические рекомендации по решению задач

При выполнений заданий необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Нетривиальное разделение переменных в нелинейных уравнениях». Основная цель овладеть навыками по разделению переменных в нелинейных уравнениях.

Тема 4. Структура решений с обобщенным разделением переменных.

Построить аналитическое решение следующих уравнений:

1. $\left(4\frac{\partial z}{\partial x} - 3\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y};$
2. $z = x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} + 6\left(\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}\right)^2;$
3. $z = x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} + 7\left[\frac{\partial z}{\partial x} - \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2\right];$
4. $2x^2\frac{\partial z}{\partial x} - 5y^3\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = 0;$
5. $e^{5y}\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 + \frac{2}{3y}\frac{\partial z}{\partial y} = 0;$
6. $\left(x\frac{\partial z}{\partial x} - z\right)^2 + y\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y} = 0.$

Методические рекомендации по решению задач

При выполнений заданий необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Структура решений с обобщенным разделением переменных». Основная цель овладеть навыками исследования структуры решений с обобщенным разделением переменных.

Тема 5. Решение функционально-дифференциальных уравнений методом дифференцирования.

Построить аналитическое решение следующих уравнений:

1. $\frac{\partial\omega}{\partial t}=\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}+a\omega+b\omega^m$;
2. $\frac{\partial\omega}{\partial t}+\frac{\partial^3\omega}{\partial x^3}-6\omega\frac{\partial\omega}{\partial x}=0$;
3. $\frac{\partial\omega}{\partial t}+a\frac{\partial^3\omega}{\partial x^3}-b\omega\frac{\partial\omega}{\partial x}=0$;
4. $\frac{\partial\omega}{\partial t}+\frac{a}{t}\omega+b\omega\frac{\partial\omega}{\partial x}+\beta\frac{\partial^3\omega}{\partial x^3}=0$;
5. $\frac{\partial\omega}{\partial t}+\frac{\partial^3\omega}{\partial x^3}-6\omega^2\frac{\partial\omega}{\partial x}=0$;
6. $\frac{\partial\omega}{\partial t}+\frac{\partial^3\omega}{\partial x^3}+a\omega^k\frac{\partial\omega}{\partial x}=0$.

Методические рекомендации по решению задач

При выполнений заданий необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Решение функционально-дифференциальных уравнений методом дифференцирования». Основная цель овладеть навыками исследования решений функционально-дифференциальных уравнений методом дифференцирования.

Тема 6. Решение функционально-дифференциальных уравнений методом расщепления.

Построить аналитическое решение следующих уравнений:

1. $\frac{\partial\omega}{\partial t}=\omega^3\frac{\partial^3\omega}{\partial t^3}$;
2. $\frac{\partial\omega}{\partial t}+a\frac{\partial^3\omega}{\partial x^3}+b\omega\left(\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)^k=0$;
3. $\frac{\partial\omega}{\partial y}\frac{\partial^2\omega}{\partial x\partial y}-\frac{\partial\omega}{\partial x}\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}=K\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}\right)^{n-1}\frac{\partial^3\omega}{\partial y^3}$;
4. $\frac{\partial\omega}{\partial y}\frac{\partial^2\omega}{\partial x\partial y}-\frac{\partial\omega}{\partial x}\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}=K\left(\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}\right)^{n-1}\frac{\partial^3\omega}{\partial y^3}+f(x)$;

a) $f(x)=\mathrm{ax}^m$; b) $f(x)=\mathrm{ae}^{\mathrm{bx}}$;

5. $\frac{\partial\omega}{\partial t}+a\omega\frac{\partial\omega}{\partial x}+b\omega\frac{\partial^3\omega}{\partial t^3}=0$;
6. $\frac{\partial^2\omega}{\partial x\partial y}+\left(\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)^2-\omega\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}=\nu\frac{\partial^3\omega}{\partial x^3}$.

Методические рекомендации по решению задач

При выполнений заданий необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Решение функционально-дифференциальных уравнений методом расщепления». Основная цель выработать навыки исследования решений функционально-дифференциальных уравнений методом расщепления.

Тема 7. Упрощенная схема построения точных решений уравнений с квадратичной нелинейностью.

Построить аналитическое решение следующих уравнений:

1. $\frac{\partial\omega}{\partial y}\frac{\partial^2\omega}{\partial x\partial y}-\frac{\partial\omega}{\partial x}\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}=f(y)\frac{\partial^3\omega}{\partial y^3}+g(y)x+h(y)$;
2. $\frac{\partial\omega}{\partial y}\frac{\partial^2\omega}{\partial x\partial y}-\frac{\partial\omega}{\partial x}\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}=\frac{\partial}{\partial y}\left[f(y)\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2}\right]+g(y)x+h(y)$;
3. $\frac{\partial\omega}{\partial t}=\omega\frac{\partial\omega}{\partial x}+\beta\frac{\partial^3\omega}{\partial t\partial x^2}$;

4. $\frac{\partial^2\omega}{\partial t^2}+\frac{\partial}{\partial x}\left(\omega\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)+\frac{\partial^4\omega}{\partial x^4}=0$;
5. $\frac{\partial^2\omega}{\partial t^2}=a\frac{\partial}{\partial x}\left(\omega\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)+b\frac{\partial^4\omega}{\partial x^4}$;
6. $\frac{\partial^2\omega}{\partial t^2}=a\omega\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}+b\left(\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)^2+c\omega^2-f(t)\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}-g(t)\frac{\partial^4\omega}{\partial x^4}-h(t)\omega-p(t)$.

Методические рекомендации по решению задач

При выполнений заданий необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Упрощенная схема построения точных решений уравнений с квадратичной нелинейностью». Основная цель выработать навыки по упрощенной схеме построения точных решений уравнений с квадратичной нелинейностью.

Тема 8. Структура решений при функциональном разделении переменных.

Построить аналитическое решение следующих уравнений:

1. $\frac{\partial^3\omega}{\partial t\partial x^2}+\frac{\partial\omega}{\partial x}\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}-\omega\frac{\partial^3\omega}{\partial x^3}=f(t)\frac{\partial^4\omega}{\partial x^4}$;
2. $\frac{\partial\omega}{\partial t}=a\frac{\partial^n\omega}{\partial x^n}+b\omega\ln\omega+f(t)\omega$;
3. $\frac{\partial\omega}{\partial t}=a\frac{\partial^n\omega}{\partial x^n}+f(t)\omega\ln\omega+g(t)\omega$;
4. $\frac{\partial\omega}{\partial t}=a\frac{\partial^n\omega}{\partial x^n}+f(t)\omega\ln\omega+[g(t)x+h(t)]\omega$;
5. $\frac{\partial\omega}{\partial t}=a\frac{\partial^n\omega}{\partial x^n}+f(x)\omega\ln\omega+[\mathrm{bf}(x)t+g(x)]\omega$.

Методические рекомендации по решению задач

При выполнений заданий необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Структура решений при функциональном разделении переменных». Основная цель приобрести опыт деятельности по теме.

Тема 9. Применение метода функционального разделения переменных для частных случаев.

Построить аналитическое решение следующих уравнений:

1. $\frac{\partial\omega}{\partial t}=a\frac{\partial^n\omega}{\partial x^n}+f(x)\left(\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)^2+g(x)+h(t)$;
2. $\frac{\partial\omega}{\partial t}=a\frac{\partial^n\omega}{\partial x^n}+f(\omega)\left(\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)^k$;
3. $\frac{\partial\omega}{\partial t}=a\omega\frac{\partial^n\omega}{\partial x^n}+b\omega^2+f(t)\omega+g(t)$;
4. $\frac{\partial\omega}{\partial t}=a\omega\frac{\partial^n\omega}{\partial x^n}$;
5. $\frac{\partial\omega}{\partial t}=a\omega\frac{\partial^n\omega}{\partial x^n}+f(x)\omega\frac{\partial\omega}{\partial x}+g(t)\omega+h(t)$.

Методические рекомендации по решению задач

При выполнений заданий необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Применение метода функционального разделения переменных для частных случаев». Основная цель выработать навыки применения метода функционального разделения переменных для частных случаев.

Тема 10. Метод дифференцирования в случае функционального разделения переменных.

Построить аналитическое решение следующих уравнений:

1. $\frac{\partial^2\omega}{\partial t^2}=a\frac{\partial^n\omega}{\partial x^n}+b\omega\ln\omega+f(t)\omega$;
2. $\frac{\partial^2\omega}{\partial t^2}=a\frac{\partial^n\omega}{\partial x^n}+b\omega\ln\omega+[f(x)+g(t)]\omega$;
3. $\frac{\partial^2\omega}{\partial t^2}=a\frac{\partial^n\omega}{\partial x^n}+f(x)\omega\ln\omega+[\mathrm{bf}(x)t+g(x)]\omega$;
4. $\frac{\partial^2\omega}{\partial t^2}=a\frac{\partial^n\omega}{\partial x^n}+b\left(\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)^2+c\omega+f(t)$;

5. $\frac{\partial^2\omega}{\partial t^2} = a\frac{\partial^n\omega}{\partial x^n} + f(x)\left(\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)^2 + g(x) + h(t).$

Методические рекомендации по решению задач

При выполнений заданий необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Метод дифференцирования в случае функционального разделения переменных». Основная цель выработать навыки по применению метода дифференцирования в случае функционального разделения переменных.

Тема 11. Метод расщепления и редукция к функциональному уравнению с двумя переменными.

Построить аналитическое решение следующих уравнений:

1. $\frac{\partial^2\omega}{\partial t^2} = a\omega\frac{\partial^n\omega}{\partial x^n} + f(x)\omega\frac{\partial\omega}{\partial x} + g(t)\omega + h(t)$
2. $\frac{\partial\omega}{\partial y}\frac{\partial^2\omega}{\partial x\partial y} - \frac{\partial\omega}{\partial x}\frac{\partial^2\omega}{\partial y^2} = f(x)\frac{\partial^n\omega}{\partial y^n}$
3. $\frac{\partial^2\omega}{\partial t^2} = a\omega\frac{\partial^n\omega}{\partial x^n} + f(t)\omega - g(t);$
4. $\frac{\partial^2\omega}{\partial t^2} = a\omega\frac{\partial^n\omega}{\partial x^n} + b\omega^2 + f(t)\omega + g(t).$

Методические рекомендации по решению задач

При выполнений заданий необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Метод расщепления и редукция к функциональному уравнению с двумя переменными». Основная цель выработать навыки по применению метода расщепления и редукция к функциональному уравнению с двумя переменными.

Тема 12. Точные решения нелинейных уравнений теплопроводности и теории волн.

Построить аналитическое решение следующих уравнений:

1. $\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{1}{x^2}\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = 0;$
2. $\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^3 - y^3\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 = 0;$
3. $3\left(x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 - \frac{\partial z}{z\partial x} = 0;$
4. $5\left(x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 - z\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 = 0;$
5. $3\frac{\partial z}{\partial x} - \left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y}.$

Методические рекомендации по решению задач

При выполнений заданий необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Точные решения нелинейных уравнений теплопроводности и теории волн». Основная цель исследование точных решений нелинейных уравнений теплопроводности и теории волн.

Тема 13. Дифференциальные уравнения в естествознании.

Построить аналитическое решение следующих уравнений:

1. $x\left(x\frac{\partial z}{\partial x} - z\right) = y\left(\frac{\partial z}{\partial x} + \frac{\partial z}{\partial y}\right)^2;$
2. $\frac{\partial\omega}{\partial t} = a\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2} + b\omega^k;$
3. $\frac{\partial\omega}{\partial t} + \frac{\partial^3\omega}{\partial x^3} - \mathrm{a}e^{\omega}\frac{\partial\omega}{\partial x} = 0;$
4. $\frac{\partial\omega}{\partial t} = \frac{\partial^3\omega}{\partial x^3} + (a\ln\omega + b)\frac{\partial\omega}{\partial x}.$
5. $\frac{\partial^2\omega}{\partial x\partial t} + \left(\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)^2 - \omega\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2} = \nu\frac{\partial^3\omega}{\partial x^3} + f(t)$, если $f(t) = \mathrm{A}e^{-\beta t}$, $A > 0$, $\beta > 0$.

Методические рекомендации по решению задач

При выполнений заданий необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Дифференциальные уравнения в естествознании». Основная цель исследование дифференциальных уравнений в естествознании.

Тема 14. Исследования математических моделей статических явлений теории капиллярности.

Построить аналитическое решение следующих уравнений:

1. $\frac{\partial^2\omega}{\partial t^2} = \omega\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2} - \frac{3}{4}\left(\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)^2 - a(t)\frac{\partial^4\omega}{\partial x^4} - b(t)\frac{\partial^3\omega}{\partial x^3} - c(t)\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2} - d(t)\frac{\partial\omega}{\partial x} - e(t)\omega - f(t)$;
2. $\frac{\partial^2\omega}{\partial t^2} = f(t)\omega\frac{\partial^4\omega}{\partial x^4} + g(t)\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2} + h(t)\frac{\partial\omega}{\partial x} + p(t)\omega + q(t)$.
3. $\frac{\partial\omega}{\partial t} = a\frac{\partial^n\omega}{\partial x^n} + b\left(\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)^2 + c\omega + f(t)$;
4. $\frac{\partial\omega}{\partial t} = a\frac{\partial^n\omega}{\partial x^n} + b\left(\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)^2 + c\omega\frac{\partial\omega}{\partial x} + k\omega^2 + f(t)\omega + g(t)$.
5. $\frac{\partial\omega}{\partial t} = a\frac{\partial^n}{\partial x^n}\left(e^{\lambda\omega}\frac{\partial^k\omega}{\partial x^k}\right) + f(x)e^{\lambda\omega}$.

Методические рекомендации по решению задач

При выполнений заданий необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Исследования математических моделей статических явлений теории капиллярности». Основная цель исследование математических моделей статических явлений теории капиллярности.

Тема 15. Исследование кинетики процессов растекания капель.

Построить аналитическое решение следующих уравнений:

1. $\frac{\partial\omega}{\partial t} = \sum_{k=0}^{n}[f_k(t)\ln\omega + g_k(t)]\frac{\partial^k\omega}{\partial x^k}$;
2. $\frac{\partial^2\omega}{\partial x\partial t} + \left(\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)^2 - \omega\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2} = \nu\frac{\partial^3\omega}{\partial x^3} + f(t)$, если $f(t) = \mathrm{A}e^{\beta t}$, $A < 0$, $\beta > 0$;
3. $\frac{\partial^2\omega}{\partial x\partial t} + \left(\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)^2 - \omega\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2} = \nu\frac{\partial^3\omega}{\partial x^3} + f(t)$, если b) $f(t) = \mathrm{A}e^{\beta t}$, $A > 0$, $\beta > 0$;
4. $3\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)^2 - 2\left(\frac{\partial z}{\partial y}\right)^2 = x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y}$;
5. $\frac{\partial^2\omega}{\partial t^2} = a\frac{\partial^n\omega}{\partial x^n} + f(x)\left(\frac{\partial\omega}{\partial x}\right)^2 + b\omega + g(x) + h(t)$.

Методические рекомендации по решению задач

При выполнений заданий необходимо внимательно ознакомиться с контентом по соответствующему вопросу темы «Исследование кинетики процессов растекания капель». Основная цель исследование кинетики процессов растекания капель.

Критерии формирования оценок по заданиям для самостоятельной работы студента (типовые задачи):

«отлично» (4 балла) - обучающийся показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно, логично его излагает, структурировал и детализировал информацию, избегая простого повторения информации из текста, информация представлена в переработанном виде. Свободно использует необходимые формулы при решении задач;

«хорошо» (3 балла) - обучающийся твердо знает материал, грамотно его излагает, не допускает существенных неточностей в процессе решения задач;

«удовлетворительно» (2 балла) - обучающийся имеет знания основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил его деталей, допускает отдельные неточности при решении задач;

«неудовлетворительно» (менее 1 балла) – обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

3.3. Оценочные материалы для контрольной работы: контролируемые компетенции «*ПКС-1*».

Рейтинговая контрольная работа №1

Построить аналитическое решение следующего уравнения:

$$\frac{\partial\omega}{\partial t}=\frac{\partial^2\omega}{\partial x^2}+a\omega+b\omega^m.$$

Рейтинговая контрольная работа №2

Построить аналитическое решение следующего уравнения:

$$\frac{\partial\omega}{\partial t}=a\frac{\partial^n}{\partial x^n}\left(e^{\lambda\omega}\frac{\partial^k\omega}{\partial x^k}\right).$$

Рейтинговая контрольная работа №3

Построить аналитическое решение следующего уравнения:

$$\frac{\partial\omega}{\partial t}=a\frac{\partial^n\omega}{\partial x^n}+[f(t)\ln\omega+g(t)]\frac{\partial\omega}{\partial x}.$$

Критерии формирования оценок по контрольным работам:

7 баллов - ставится за работу, выполненную полностью без ошибок и недочетов; обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, решено 100% задач;

6 баллов – ставится за работу, выполненную полностью, но при наличии в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, допуская незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

5 баллов – ставится за работу, если бакалавр правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач

менее *4 баллов* – ставится за работу, если число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50 % задач.

3.4. Типовые тестовые задания по дисциплине «Структурные свойства решений дифференциальных уравнений в частных производных» (контролируемые компетенции «ПКС-1»):

1) Квазилинейным является уравнение

-:

+:

-:

-:

2) При переходе к новой искомой функции в целях упрощения линейных уравнений с постоянными коэффициентами, приведенных к каноническому виду используют следующую замену …

+:

-:

-:

-:

3) Если известно, что нелинейное уравнение имеет следующую структуру решения: , где , то такое решение называют

+: решением с функциональным разделением переменных

-: обобщенным решением

-: решением с разделением переменных в виде произведения

-: решением типа Фурье

Критерии формирования оценок по тестовым заданиям:

По итогам выполнения тестовых заданий оценка производится по пятибалльной шкале. При правильных ответах на:

89-100% заданий – «5» (баллов);
70-88% заданий – «4» баллов);
50-69% заданий – «3» (балла);
30-49% заданий – «2» (балла);
10-29% заданий – «1» (балл);
менее 10% заданий – «0» (баллов).

3.5. Вопросы выносимые на экзамен по дисциплине «Структурные свойства решений дифференциальных уравнений в частных производных»

№	Вопрос	Код компетенции
1	Простейшие случаи разделения переменных в нелинейных уравнениях	ПКС-1
2	Примеры нетривиального разделения переменных в нелинейных уравнениях	ПКС-1
3	Структура решений с обобщенным разделением переменных	ПКС-1
4	Решение функционально-дифференциальных уравнений методом дифференцирования	ПКС-1
5	Решение функционально-дифференциальных уравнений методом расщепления	ПКС-1
6	Упрощенная схема построения точных решений уравнений с квадратичной нелинейностью	ПКС-1
7	Структура решений с функциональным разделением переменных	ПКС-1
8	Решения с функциональным разделением переменных частного вида	ПКС-1
9	Метод дифференцирования в случае функционального разделения переменных	ПКС-1
10	Метод расщепления. Редукция к функциональному уравнению с двумя переменными	ПКС-1
11	Точные решения нелинейных уравнений теплопроводности и теории волн	ПКС-1
12	Применяя метод Фурье свести вопрос разрешимости уравнения $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = x^n w^m \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ к вопросу разрешимости соответствующих ОДУ	ПКС-1
13	Редуцировать вопрос разрешимости уравнения $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = a e^{\lambda w} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ к вопросу разрешимости	ПКС-1

	соответствующего ОДУ, применяя метод функционального разделения переменных: $w = w(z), \quad z = \dfrac{x+A}{t+B}$.	
14	Доказать существование решения уравнения $\dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \dfrac{\partial}{\partial x}\left(e^{\lambda w}\dfrac{\partial w}{\partial x}\right)$ методом функционального разделения переменных: $w = w(z), \quad z = x + \mu t$.	ПКС-1
15	Исследовать применимость поиска решения в виде $w(x,t) = X(x) + T(t)$ для уравнения $\dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2} + a\dfrac{\partial w}{\partial t} = \dfrac{\partial}{\partial x}\left(b e^{\lambda w}\dfrac{\partial w}{\partial x}\right)$	ПКС-1
16	Методом функционального разделения переменных: $w = t^{-1/n}\cdot\varphi(\xi), \quad \xi = \dfrac{x}{t}$, получить ОДУ, соответствующее уравнению $\dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2} + w^n\dfrac{\partial w}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2}$.	ПКС-1
17	Применяя метод Фурье свести вопрос разрешимости уравнения $\dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \dfrac{\partial}{\partial x}\left(x^n w^m\dfrac{\partial w}{\partial x}\right)$ к вопросу разрешимости соответствующих ОДУ	ПКС-1
18	Получить ОДУ, соответствующее уравнению $\dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} + w^5$ для решения типа бегущей волны: $w = w(z), \quad z = \alpha x + \beta t$.	ПКС-1
19	Доказать существование решения уравнения $\dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \left(x^2 - t^2\right)w$ методом функционального разделения переменных: $w = w(\xi), \quad \xi = \dfrac{1}{2}\left(x^2 - t^2\right)$.	ПКС-1
20	Редуцировать вопрос разрешимости уравнения $\dfrac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \dfrac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \left(x^2 - t^2\right)w^2$ к вопросу разрешимости соответствующего ОДУ, применяя метод функционального разделения переменных: $w = w(z), \quad z = xt$.	ПКС-1
21	Построить систему ОДУ для функций $\varphi(t)$ и $\psi(x)$, определяющих точное решение уравнения	ПКС-1

	$\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \left(\frac{\partial w}{\partial x}\right)^2 + w$ в виде $w(x,t) = \varphi(t) + \psi(x)$.	

Форма экзаменационного билета
по учебной дисциплине

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

Кафедра– Алгебры и дифференциальных уравнений
Дисциплина – Структурные свойства решений дифференциальных уравнений в частных производных
Направление подготовки – 01.05.01 Фундаментальные математика и механика, 5 курс

Экзаменационный билет №1

1. Простейшие случаи разделения переменных в нелинейных уравнениях.
2. Применяя метод Фурье свести вопрос разрешимости уравнения $\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = x^n w^m \frac{\partial^2 w}{\partial x^2}$ к вопросу разрешимости соответствующих ОДУ.
3. Построить аналитическое решение следующих уравнений:
$\frac{\partial \omega}{\partial t} = a\frac{\partial^n \omega}{\partial x^n} + f(x)\left(\frac{\partial \omega}{\partial x}\right)^2 + g(x) + h(t).$

Руководитель ОПОП
к.ф.-м.н., доцент ___________ М.С. Нирова

Зав. кафедрой А и ДУ
к.ф.-м.н., доцент ___________ М.С. Нирова