

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего**  
**образования «Кабардино-Балкарский государственный университет**  
**им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)**

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ОПОП

М.С. Нирова

«12» сентября 2023 г.

**ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ (ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ)**

**ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

**«УРАВНЕНИЯ С ЧАСТНЫМИ ПРОИЗВОДНЫМИ»**

Программа специалитета

01.05.01 Фундаментальные математика и механика  
(код и наименование программы специалитета)

Направленность (профиль)

Фундаментальная математика  
(наименование направленности (профиля))

Квалификация (степень) выпускника

специалист

Форма обучения

очная

**НАЛЬЧИК 2023г.**

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы, описание показателей, критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования 3
2. Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы 6
3. 3. Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности 7

# 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы, описание показателей, критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

## Карта компетенции

### Универсальные компетенции (УК):

**УК-1.** Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий;

### Общепрофессиональные компетенции (ОПК):

**ОПК-1.** Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики.

#### *Индикаторы достижения компетенции УК-1:*

**УК-1.1.** Способен применять системный подход и методы анализа и синтеза в научно-познавательной деятельности;

**УК-1.2.** Способен осуществлять поиск алгоритмов решения проблемной ситуации на основе доступных источников информации с применением современных информационных и коммуникационных средств и технологий.

#### *Индикаторы достижения компетенции ОПК-1:*

**ОПК-1.1.** Способен использовать при решении профессиональных задач знания, полученные при изучении дисциплин математических и (или) естественных наук;

**ОПК-1.2.** Способен использовать существующие математические методы при решении задач профессиональной деятельности.

## Общая характеристика компетенции

**Тип компетенции:** универсальная и общепрофессиональная компетенции выпускника образовательной программы по направлению подготовки высшего образования 01.05.01 Фундаментальная математика и механика, уровень ВО - специалитет.

### 1.1. Этапы формирования компетенций и средства оценивания

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины	Индикаторы достижений	Основные показатели оценки результатов обучения	Вид оценочного средства
<b>УК-1</b> Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода,	<b>ИД_1_УК-1.1.</b> Способен применять системный подход и методы анализа и синтеза в научно-познавательной деятельности;	<b>Знать:</b> Содержание дисциплины, осуществлять поиск алгоритмов решения проблемных ситуаций, критический анализ, методы реализации, исходя из	Оценочные материалы для контрольной работы Типовые тестовые задания Оценочные материалы для

<p>вырабатывать стратегию действий</p>	<p><b>ИД_2_УК-1.2.</b> Способен осуществлять поиск алгоритмов решения проблемной ситуации на основе доступных источников информации с применением современных информационных и коммуникационных средств и технологий</p>	<p>целей совершенствования профессиональной деятельности. <b>Уметь:</b> Самостоятельно строить процесс овладения информацией, отобранной и структурированной для выполнения профессиональной деятельности, осуществлять критический анализ и синтез в научно-познавательной деятельности. <b>Владеть:</b> Методами поиска алгоритмов решения проблемной ситуации на основе доступных источников информации, критического анализа и синтеза, в научно-познавательной деятельности.</p>	<p>проведения коллоквиума Типовые оценочные материалы к зачету</p>
<p><b>ОПК-1</b> способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы фундаментальной математики и механики</p>	<p><b>ИД_1_ОПК-1.1.</b> Способен использовать при решении профессиональных задач знания, полученные при изучении дисциплин математических и (или) естественных наук;</p> <p><b>ИД_2_ОПК-1.2.</b> Способен использовать существующие математические методы при решении задач профессиональной деятельности.</p>	<p><b>Знать:</b> Фундаментальные основы математики; новые математические понятие в соответствии с основными требованиями к их определению; основные направления и проблематику современной математики. <b>Уметь:</b> Применять полученные знания в решении поставленных математических задач; сформулировать математическую гипотезу в контексте изучаемых математических дисциплин, подтвердить ее или опровергнуть; решать</p>	<p>Оценочные материалы для контрольной работы Типовые тестовые задания Оценочные материалы для проведения коллоквиума Типовые оценочные материалы к зачету</p>

		<p>исследовательские математические задачи на основе конструирования новых или реконструкции уже известных способов и приемов.</p> <p><b>Владеть:</b>          Методами использования пакетов математических программ для решения математических задач; основными способами освоения математических знаний; методами математических исследований</p>	
--	--	----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------	--

## 1.2. Критерии формирования оценок на различных этапах их формирования

### Текущий и рубежный контроль

Этап (уровень)	Первый этап (уровень)	Второй этап (уровень)	Третий этап (уровень)
<b>Баллы</b>	36-50 баллов	51-60 баллов	61-70 баллов
<b>Характеристика</b>	<p>Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценку «удовлетворительно».</p>	<p>Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических работ. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценки «хорошо».</p>	<p>Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение практических занятий. Выполнение контрольных работ, тестовых заданий на оценки «отлично».</p>

### Промежуточная аттестация (зачет)

Семестр	Шкала оценивания	
	Незачтено (36-60)	Зачтено (61-70)
5,6	<p>Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачёте не ответил ни на один вопрос.</p>	<p>Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете представил полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй.</p> <p>Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на зачете дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на оба вопроса.</p> <p>Студенту, имеющему 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, выставляется отметка «зачтено» без сдачи зачёта.</p>

На первом (начальном) этапе формирования компетенции формируются знания, умения и навыки, составляющие базовую основу компетенции, без которой невозможно ее дальнейшее развитие. Обучающийся воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу.

На втором (основном) этапе формирования компетенции приобретается опыт деятельности, когда отдельные компоненты компетенции начинают «работать» в комплексе и происходит выработка индивидуального алгоритма продуктивных действий, направленных на достижение поставленной цели. На этом этапе обучающийся осваивает аналитические действия с предметными знаниями по конкретной дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи, внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя координирование хода работы, переносит знания и умения на новые условия.

Третий (завершающий) этап – это овладение компетенцией. Обучающийся способен использовать знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях. По результатам этого этапа обучающийся демонстрирует итоговый уровень сформированности компетенции.

**2. Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Перечень оценочных средств**

<b>№</b>	<b>Наименование оценочного средства</b>	<b>Краткая характеристика оценочного средства</b>	<b>Представление оценочного средства в фонде</b>
<b>1.</b>	Коллоквиум	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
<b>2.</b>	Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
<b>3.</b>	Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу	Комплект контрольных заданий по вариантам

### **3. Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности**

#### **3.1. Вопросы по темам дисциплины «Уравнения с частными производными» (контролируемые компетенции УК-1, ОПК-1)**

##### **5 семестр**

#### **Тема 1. Введение. Предмет дисциплины «Уравнения с частными производными»**

1. Предмет уравнения с частными производными. Основные определения.
2. Линейные однородные уравнения. Квазилинейные уравнения. Нелинейные уравнения.
3. Дифференциальные уравнения с частными производными 1-го порядка.
4. Основные уравнения математической физики и постановки начально-краевых задач.
5. Понятия корректно поставленной задачи.
6. Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны.
7. Постановка задачи Коши. Классификация граничных условий.
8. Смешанная задача для волнового уравнения. Примеры задач, сводящиеся к решению волнового уравнения.
9. Уравнения диффузии и теплопроводности.
10. Постановка задачи Коши. Виды граничных условий. Смешанная задача.
12. Классификация уравнений частных производных и приведение их к каноническому виду.
13. Классификация уравнений 2-го порядка с двумя независимыми переменными.
14. Приведение уравнения с двумя независимыми переменными к каноническому виду.
15. Нахождение общего решения дифференциальных уравнений с частными производными 2-го порядка. Метод характеристик.

#### **Тема 2. Основные уравнения математической физики и постановки начально-краевых задач. Понятия корректно поставленной задачи.**

16. Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны.
17. Постановка задачи Коши. Классификация граничных условий.
18. Смешанная задача для волнового уравнения.
19. Примеры задач, сводящиеся к решению волнового уравнения.
20. Уравнения диффузии и теплопроводности. Постановка задачи Коши. Виды граничных условий. Смешанная задача.

#### **Тема 3. Классификация уравнений частных производных и приведение их к каноническому виду.**

21. Классификация уравнений 2-го порядка с двумя независимыми переменными.
22. Приведение уравнения с двумя независимыми переменными к каноническому виду.
23. Нахождение общего решения дифференциальных уравнений с частными производными 2-го порядка.
24. Метод характеристик.

##### **6 семестр**

#### **Тема 4. Уравнения гиперболического типа.**

25. Понятие общего решения. Нахождение общего решения гиперболических уравнений 2-го порядка.

26. Постановка задачи Коши для волнового уравнения на прямой. Формула Даламбера.
27. Прямые и обратные волны.
28. Решения задач для полубесконечной струны. Метод продолжений.
29. Область зависимости, определение и влияние решения задачи Коши.
30. Метод Дюамеля для неоднородного уравнения.
31. Вынужденные колебания бесконечной струны.
32. Существование единственного решения задачи Коши. Устойчивость решения задачи Коши.
33. Решение начально-краевых задач для однородного уравнения колебаний методом Фурье.
34. Краевые задачи с неоднородными граничными условиями.

#### **Тема 5. Уравнения параболического типа.**

35. Принцип максимума для уравнения теплопроводности. Теорема единственности. Задача Коши.
36. Краевые задачи для полуограниченной прямой.
37. Метод Фурье решения смешанных задач для однородного и неоднородного уравнения теплопроводности.

#### **Тема 6. Краевые задачи для уравнений эллиптического типа.**

38. Гармонические функции и их свойства.
39. Краевые задачи Дирихле и Неймана для уравнений Лапласа.
40. Решение краевых задач для уравнения Лапласа в круге и вне круга. Функция Пуассона.
41. Метод Фурье решения краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона в прямоугольных областях.
42. Метод Фурье решения краевых задач для уравнения Лапласа в круге и вне круга.

#### *Критерии формирования оценок (оценивания) устного опроса*

Устный опрос является одним из основных способов учёта знаний обучающегося. Развёрнутый ответ студента должен представлять собой связное, логически последовательное сообщение на заданную тему, показывать его умение применять определения.

***В результате устного опроса знания, обучающегося оцениваются по следующей шкале (за 1 занятие):***

***2 балла*** ставится, если обучающийся:

- 1) полно излагает изученный материал, даёт правильные определения понятий;
- 2) обнаруживает понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике;
- 3) излагает материал последовательно и правильно с точки зрения норм литературного языка.

***1 балл*** ставится, если обучающийся:

- 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий;
- 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения;
- 3) излагает материал непоследовательно.

***0 баллов*** ставится, если обучающийся обнаруживает незнание большей части соответствующего раздела изучаемого материала, допускает ошибки в формулировке.

Баллы могут ставиться не только за единовременный ответ, но и за сумму ответов, данных студентом на протяжении занятия

### 3.2. Оценочные материалы для контрольной работы (контролируемые компетенции УК-1, ОПК-1)

#### Вариант 1

1. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Классификация и постановка краевых задач.
2. Смешанная задача для однородного уравнения теплопроводности на отрезке с граничными условиями, описывающими теплообмен на концах отрезка со средой нулевой температуры.
3. Привести к каноническому виду уравнение  $U_{xx} - 2U_{xy} + U_{yy} + 9U_x + 9U_y - 9U = 0$

#### Вариант 2

1. Привести к каноническому виду заданные уравнения:  $u_{xx} + 2u_{xy} + 2u_{yy} + 4u_{yz} + 5u_{zz} = 0$
2. Определить тип заданных уравнений  $6u_{xx} + 5u_{yy} + 7u_{zz} - 4u_{xy} + 4u_{xz} + 10u_{yz} + 2u_x + 4u_y + 6u_z + 8u = 0$
3. В каждой области, где сохраняется тип уравнения, привести к каноническому виду уравнения:  $U_{xx} + 2U_{xy} - 3U_{yy} + 2U_x + 6U_y = 0$ .

#### Вариант 3

1. Решить уравнение  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = n \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$  при начальных условиях  $u|_{t=0} = mx, \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = k$ .
2. Решить уравнение  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = n \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}, 0 < x < l, t > 0$  при начальных условиях  $u(x, 0) = \sin \frac{\pi mx}{l}, \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = 0$  и граничных условиях  $u(0, t) = 0, \frac{\partial u}{\partial t}|_{x=l} = 0$ .
3. Построить функцию Грина и написать формулу для решения краевой задачи  $u''(x) = f(x), 0 < x < 1, u'(0) = mu(0), u'(1) = nu(1)$ .

#### Вариант 4

1. Найти собственные значения и собственные функции краевой задачи:
$$\begin{cases} y'' - \lambda y = 0, 0 < x < l, \\ y(0) = y(l) = 0. \end{cases}$$
2. В полуполосе  $0 < x < l, t > 0$  для уравнения  $u_t = a^2 u_{xx} + A \sin t$  найти решение следующей задачи:  $u(x, 0) = 0, u(0, t) = u(l, t) = 0$ .
3. Решить следующие задачи Коши  $u_{tt} = u_{xx} + x, u(x, 0) = e^x, u_t(x, 0) = 0$ ;

#### Вариант 5

1. В каждой области, где сохраняется тип уравнения, привести к каноническому виду уравнение  $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - k \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + m \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + r \frac{\partial u}{\partial x} - s \frac{\partial u}{\partial y} = 0$ .

2. Решить методом Фурье НКЗ для однородного уравнения струны с однородными ГУ I рода. Решить эти же задачи методом отражений.
3.  $u_{tt} = 81u_{xx}, u(x, 0) = \sin\pi x + \sin 3\pi x, u_t(x, 0) = 0; u(0, t) = u(5, t) = 0$
4. Решить уравнение  $\frac{k}{y} \frac{\partial z}{\partial x} - \frac{m}{x} \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{n}{x} + \frac{b}{y}$ .

**Критерии оценки.** Уровень знаний определяется баллами:

**7-6 баллов** - правильно выполнены все задания, продемонстрирован высокий уровень владения материалом, проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**5-4 балла** - правильно выполнена большая часть заданий, присутствуют незначительные ошибки, продемонстрирован хороший уровень владения материалом, проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**3-2 балла** - задания выполнены более чем наполовину, присутствуют серьезные ошибки, продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом, проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**1 балл** - дан неполный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса существенными ошибками в определениях.

**0 баллов** - при полном несоответствии всем критериям и отсутствии ответа.

### 5.2.2. Оценочные материалы для компьютерного тестирования (контролируемые компетенции УК-1, ОПК-1)

I: -

S:

Дискриминант уравнения  $U_{xx} - 4U_{xy} + U_{yy} + U_x - 7U_y - 4U = 0$

вычисленный по формуле  $B^2 - AC$  равен:

+ 3

I: -

S:

Дискриминант уравнения  $U_{xx} - 4U_{xy} - U_{yy} + U_x - 7U_y - 4U = 0$

вычисленный по формуле  $B^2 - AC$  равен:

+ 5

I: -

S:

Дискриминант уравнения  $U_{xx} - 4U_{xy} - 2U_{yy} + U_x - 7U_y - 4U = 0$

вычисленный по формуле  $B^2 - AC$  равен:

+ 6

I: -

S:

Дискриминант уравнения  $U_{xx} - 6U_{xy} + U_{yy} + U_x - 7U_y - 4U = 0$

вычисленный по формуле  $B^2 - AC$  равен:

+ 8

I: -

S:

Дискриминант уравнения  $U_{xx} - 4U_{xy} + 4U_{yy} + U_x - 7U_y - 4U = 0$   
вычисленный по формуле  $B^2 - AC$  равен:

+: 0

I: -

S: Среди перечисленных равенств линейным однородным уравнением является:

+:

$$U_{xx} - 2U_{xy} + U_{yy} - 4U_x + 7U_y + U = 0$$

$$-: U_{xx} - 2U_{xy} + U_{yy} - 4U_x + 7U_y + U = 5$$

$$-: U_{xx} - 2U_{xy} + U_{yy} - 4U_x + 7U_y + U^2 - 2 = 0$$

$$-: U_{xx}U_{xy} + U_{yy} - 4U_x + 7U_y + U - 2 = 0$$

I: -

S: Среди перечисленных равенств линейным однородным уравнением является:

+:

$$\frac{\partial}{\partial x}(U_{xx} - 2U_{xy}) + U_{yy} - 4U_x + 7U_y + U = 0$$

$$-: \frac{\partial}{\partial x}(U_{xx} - 2U_{xy}) + U_{yy} - 4U_x + 7U_y + U + 6 = 0$$

$$-: \frac{\partial}{\partial x}(U_x^2) - U_x + U_y + U_z - U = 4$$

$$-: U_{xx}U_{xy} + U_{yy} - 4U_x + 7U_y + U - 2 = 0$$

I: -

S: Среди перечисленных равенств линейным однородным уравнением является:

+:

$$\frac{\partial}{\partial x}(U_y + U_x) - U_{xx} - U_x = 0$$

$$-: \frac{\partial}{\partial x}(U_{xx} - 2U_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y}(U_{yy} - 4U_x + 7U_y + U) - 2 = 0$$

$$-: \frac{\partial}{\partial x}(U_x^2) - U_x + U_y + U_z - U = 4$$

$$-: U_{xx}U_{xy} + U_{yy} - 4U_x + 7U_y + U - 2 = 0$$

I: -

S: Среди перечисленных равенств линейным однородным уравнением является:

+:

$$\ln \left| \frac{U_{xx}}{U_{yy}} \right| - \ln |U_{xx}| + \ln |U_{yy}| - U_{xy} = 0$$

$$-: \frac{\partial}{\partial x}(U_{xx} - 2U_{xy}) + \frac{\partial}{\partial y}(U_{yy} - 4U_x + 7U_y + U) - 2 = 0$$

$$-: \frac{\partial}{\partial x}(U_x^2) - U_x + U_y + U_z - U = 4$$

$$-: U_{xx}U_{xy} + U_{yy} - 4U_x + 7U_y + U - 2 = 0$$

I: -

S: Среди перечисленных равенств линейным однородным уравнением является:

+

$$U_{xy} - \frac{\partial}{\partial x} U_x + U_{xx} = 0$$

$$\therefore \frac{\partial}{\partial x} (U_x) - U_x + U_y + U_z - U = 4$$

$$\therefore \frac{\partial}{\partial x} (U_x^2) - U_x + U_y + U_z - U = 4$$

$$\therefore U_{xx} U_{xy} + U_{yy} - 4U_x + 7U_y + U - 2 = 0$$

I: -

$$\text{Система линейных УЧП} \begin{cases} U_x + U_y + V_x + V_y + U + V + xy = 0 \\ 2U_x - U_y - V_x + 3V_y - U + 3V - 6 = 0 \end{cases} : \text{является}$$

S: системой:

+: гиперболического типа;

-: эллиптического типа;

-: смешанного типа;

-: параболического типа;

I: -

$$\text{Система линейных УЧП} \begin{cases} U_x + U_y + V_x + V_y + U + V + xy = 0 \\ 2U_x - U_y - 5V_x + 3V_y - U + 3V - 6 = 0 \end{cases} : \text{является}$$

S: системой:

+: гиперболического типа;

-: эллиптического типа;

-: смешанного типа;

-: параболического типа;

I: -

$$\text{Система линейных УЧП} \begin{cases} U_x + U_y - 8V_x + V_y + U + V + xy = 0 \\ 2U_x - U_y - V_x + 3V_y - U + 3V - 6 = 0 \end{cases} : \text{является}$$

S: системой:

+: эллиптического типа;

-: гиперболического типа;

-: смешанного типа;

-: параболического типа;

I: -

$$\text{Система линейных УЧП} \begin{cases} 5U_x + U_y + V_x + V_y + U + V + xy = 0 \\ 2U_x - U_y - V_x + 3V_y - U + 3V - 6 = 0 \end{cases} : \text{является}$$

S: системой:

+: эллиптического типа;

-: гиперболического типа;

-: смешанного типа;

-: параболического типа;

I: -

$$\text{Система линейных УЧП} \begin{cases} U_x - 6U_y + V_x - 5V_y + U + V + xy = 0 \\ 2U_x + 2U_y - V_x + 3V_y - U + 3V - 6 = 0 \end{cases} : \text{является}$$

S: системой:

- +: параболического типа;
- : гиперболического типа;
- : эллиптического типа;
- : смешанного типа;

Раздел 1 (2 рейтинговая точка)

I: -

S:

Частная производная  $\frac{\partial z}{\partial x}$  от функции  $z = \cos(xy + x^2) - \frac{1}{x}$  равна:

+:  $\frac{1}{x^2} - (y + 2x) \sin(xy + x^2)$

-:  $\frac{1}{x^2} - (xy + 2x) \sin(xy + x^2)$

-:  $\frac{1}{x^2} + (y + 2x) \sin(xy + x^2)$

-:  $\frac{1}{x} - (y + 2x) \sin(xy + x^2)$

I: -

S:

Частная производная  $\frac{\partial z}{\partial y}$  от функции  $z = \sin(xy + x^2) - \frac{y}{x}$  равна:

+:  $-\frac{1}{x} + x \cos(xy + x^2)$

-:  $-\frac{1}{x} - y \cos(xy + x^2)$

-:  $\frac{1}{x} - (y + 2x) \cos(xy + x^2)$

-:  $\frac{1}{x} + (y + 2x) \cos(xy + x^2)$

I: -

S:

Частная производная  $\frac{\partial z}{\partial x}$  от функции  $z = \cos(x^2 y + x) + \frac{1}{x}$  равна:

+:  $-\frac{1}{x^2} - (1 + 2xy) \sin(x + x^2 y)$

-:  $\frac{1}{x^2} - (1 + 2xy) \sin(x + x^2 y)$

-:  $-\frac{1}{x^2} + (1 + 2xy) \sin(x + x^2 y)$

-:  $\frac{1}{x^2} + (1 + 2xy) \sin(x + x^2 y)$

I: -

S:

Частная производная  $\frac{\partial z}{\partial x}$  от функции  $z = \sqrt{1 + x^2 y^2} + \sqrt{x} + 7y - 7$  равна:

$$\begin{aligned}
&+: \frac{xy^2}{\sqrt{1+x^2y^2}} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \\
&-: \frac{2xy^2}{\sqrt{1+x^2y^2}} + \frac{1}{2\sqrt{x}} \\
&-: \frac{xy^2}{\sqrt{1+x^2y^2}} + \frac{1}{2\sqrt{x}} + 7 \\
&-: \frac{2xy^2}{\sqrt{1+x^2y^2}} + \frac{1}{2\sqrt{x}} - 7
\end{aligned}$$

I: -

S:

Частная производная  $\frac{\partial z}{\partial y}$  от функции  $z = \ln(\sqrt{xy-1}) - 4xy$  равна:

$$\begin{aligned}
&+: \frac{x}{2(xy-1)} - 4x \\
&-: \frac{x}{(xy-1)} - 4x \\
&-: \frac{x}{\sqrt{xy-1}} - 4x \\
&-: \frac{x}{\sqrt{xy-1}} - 4y
\end{aligned}$$

I: -

S:

Уравнение  $U_{xx} - 8U_{xy} + U_{yy} + U_x - 7U_y - 4U = 0$ , является уравнением:

- +: гиперболического типа
- : параболического типа
- : эллиптического типа
- : смешанного типа

I: -

S:

Уравнение  $U_{xx} - 4U_{xy} + 6U_{yy} + U_x - 7U_y - 4U = 0$ , является уравнением:

- +: эллиптического типа
- : гиперболического типа
- : параболического типа
- : смешанного типа

I: -

S:

Уравнение  $U_{xx} - 8U_{xy} + 16U_{yy} + U_x - 4U = 0$ , является уравнением :

- +: параболического типа
- : гиперболического типа

-: эллиптического типа

-: смешанного типа

I: -

S:

Уравнение  $U_{xx} - 4U_{xy} + 6yU_{yy} + U_x - 7U_y - U = 0$ , является уравнением :

+: смешанного типа

-: гиперболического типа

-: параболического типа

-: эллиптического типа

I: -

S:

Уравнение  $U_{xx} - 6U_{xy} + 9U_{yy} + U_x - 4U = 0$ , является уравнением :

+: параболического типа

-: гиперболического типа

-: эллиптического типа

-: смешанного типа

I: -

S:

Порядок уравнения  $U_{xxy} - \frac{\partial}{\partial x} U_x + U_{xx} = 0$  равен ###:

+: 3

I: -

S:

Порядок уравнения  $\cos(U_{xy} + U_{yy}) - \cos U_{xy} \cos U_{yy} + \sin U_{xy} \sin U_{yy} - U_x + 1 = 0$

равен:

+: 1

I: -

S:

Порядок уравнения  $\ln|U_{xy} U_{yy}| - \ln|U_{xy}| - \ln|U_{yy}| - U_x + 1 = 0$  равен:

+: 1

I: -

S:

Порядок уравнения  $\ln\left|\frac{U_{xx}}{U_{yy}}\right| - \ln|U_{xx}| + \ln|U_{yy}| - U_x = 4$  равен:

+: 1

I: -

S:

Порядок уравнения  $\frac{\partial}{\partial x} (U_{xxy} - U_x + U_x^2) - U_x = 4$  равен:

+: 4

I: -

S:

Какая из функций является гармонически сопряженной с функцией

$$U(x, y) = e^y \sin x ?$$

+:

$$V(x, y) = e^y \cos x$$

-:

$$V(x, y) = e^y \sin x$$

-:

$$V(x, y) = -e^y \cos x$$

-:

$$V(x, y) = -e^y \sin x$$

!:-

S:

Какая из функций является гармонически сопряженной с функцией

$$U(x, y) = -chx \sin y ?$$

+:

$$V(x, y) = shx \cos y$$

-:

$$V(x, y) = -shx \cos y$$

-:

$$V(x, y) = chx \cos y$$

-:

$$V(x, y) = -chx \cos y$$

!:-

S:

Какая из функций является гармонически сопряженной с функцией

$$U(x, y) = e^x \cos y ?$$

+:

$$V(x, y) = e^x \sin y$$

-:

$$V(x, y) = -e^x \cos y$$

-:

$$V(x, y) = -e^x \sin y$$

-:

$$V(x, y) = e^x \cos y$$

!:-

S:

Какая из функций является гармонически сопряженной с функцией

$$U(x, y) = -e^x \cos y ?$$

+:

$$V(x, y) = -e^x \sin y$$

-:

$$V(x, y) = e^x \sin y$$

-:

$$V(x, y) = e^x \cos y$$

-:

$$V(x, y) = -e^x \cos y$$

!:-

S:

Какая из функций является гармонически сопряженной с функцией

$$U(x, y) = \operatorname{sh} x \cos y ?$$

+:

$$V(x, y) = \operatorname{ch} x \sin y$$

-:

$$V(x, y) = -\operatorname{ch} x \sin y$$

-:

$$V(x, y) = \operatorname{sh} x \cos y$$

-:

$$V(x, y) = -\operatorname{sh} x \cos y$$

!:-

S:

Общее решение уравнения  $u_{xx} + 4u_{xy} + 3u_{yy} = 0$  имеет вид ...

+:

$$u(x, y) = f_1(y - x) + f_2(y - 3x)$$

-:

$$u(x, y) = f_1(2y + x) + f_2(y - x)$$

-:

$$u(x, y) = f_1(y - 5x) + f_2(y - 2x)$$

-:

$$u(x, y) = f_1(y - 7x) + f_2(y + 2x)$$

!:-

S:

Общее решение уравнения  $5u_{xx} - 12u_{xy} + 4u_{yy} = 0$  имеет вид ...

+:  
 $u(x, y) = f_1(2x + 5y) + f_2(y + 2x)$

-:  
 $u(x, y) = f_1(x + 3y) + f_2(3y + 4x)$

-:  
 $u(x, y) = f_1(2x + 3y) + f_2(2y + 5x)$

-:  
 $u(x, y) = f_1(5x + 4y) + f_2(3y + 5x)$

I: -

S:

Общее решение уравнения  $2u_{xy} + 3u_{yy} = 9$  имеет вид ...

+:  
 $u(x, y) = f_1(x) + f_2(3x - 2y) - 2.25x \cdot (3x - 2y)$

-:  
 $u(x, y) = f_1(x) + f_2(2x - 3y) - 2.5x \cdot (2x - 3y)$

-:  
 $u(x, y) = f_1(x) + f_2(3x - 2y) - 4.5x \cdot (3x - 2y)$

-:  
 $u(x, y) = f_1(x) + f_2(2x - 3y) - 4.25x \cdot (2x - 3y)$

I: -

S:

Общее решение уравнения  $3u_{xx} - 10u_{xy} + 8u_{yy} = 0$  имеет вид ...

+:  
 $u(x, y) = f_1(2x + y) + f_2(4x + 3y)$

-:  
 $u(x, y) = f_1(2x - y) + f_2(4x - 3y)$

-:  
 $u(x, y) = f_1(2x + 3y) + f_2(4x + y)$

-:  
 $u(x, y) = f_1(2x - 3y) + f_2(4x - y)$

I: -

S:

Общее решение уравнения  $u_{xx} - 10u_{xy} + 16u_{yy} = 0$  имеет вид ...

+:  
 $u(x, y) = f_1(2x + y) + f_2(4x + 3y)$

-:  
 $u(x, y) = f_1(2x - y) + f_2(4x - 3y)$

-:  
 $u(x, y) = f_1(2x + 3y) + f_2(4x + y)$

-:  
 $u(x, y) = f_1(2x - 3y) + f_2(4x - y)$

I: -

S:

Общее решение уравнения  $u_{xx} - 10u_{xy} + 16u_{yy} = 0$  имеет вид ...

+:

$$u(x, y) = f_1(y + 2x) + f_2(y + 8x)$$

-:

$$u(x, y) = f_1(y + 5x) + f_2(4y + 10x)$$

-:

$$u(x, y) = f_1(y - 6x) + f_2(y - 10x)$$

-:

$$u(x, y) = f_1(2y - 5x) + f_2(y - 8x)$$

!:

S: Какая из функций является гармонической?

+:

$$\operatorname{ch} x \cdot \sin y + x^2 - y^2$$

-:

$$\operatorname{ch} x + \sin y + x^2 - y^2$$

-:

$$\operatorname{ch} x - \sin y + x^2 - y^2$$

-:

$$\cos x \cdot \sin y + x^2 - y^2$$

!:

S: Какая из функций является гармонической?

+:

$$7x - y + 8$$

-:

$$x - y^2 + 5$$

-:

$$x^2 - y + 3$$

-:

$$x^2 - y^3 + 1$$

!:

S: Какая из функций является гармонической?

+:

$$e^x \sin y$$

-:

$$e^x \sin 2y$$

-:

$$e^{3x} \sin 2y$$

-:

$$e^{4x} \sin y$$

!:

S: Какая из функций является гармонической?

+:

$$(x+3)^2 - (y+2)^2$$

-:

$$(x+3)^2 + (y-2)^2$$

-:

$$(x-3)^2 + (y-2)^2$$

-:

$$(x-3)^2 + (y+2)^2$$

!:-

S: Какая из функций является гармонической?

+:

$$2x^3 - 6xy^2$$

-:

$$2x^3 - 3xy^2$$

-:

$$x^3 - 6xy^2$$

-:

$$2x^3 + 6xy^2$$

Раздел 2 (1 рейтинговая точка)

!:-

Частным решением уравнения колебания струны  $U_{xx} - U_{yy} = 0$  является

S: функция ...

+:

$$\ln(x+y) + \ln(x-y) + \tilde{f}$$

-:

$$\ln(x-y) + \ln y + \tilde{f}$$

-:

$$\ln(x+y) + \ln xy + \tilde{f}$$

-:

$$\ln(x+y) - \ln x + \tilde{f}$$

!:-

Частным решением уравнения колебания струны  $U_{xx} - U_{yy} = 0$  является

S: функция ...

+:

$$(x+y)^2 + (x-y)^3 + \tilde{f}$$

-:

$$(x-y)^2 + y^3 + \tilde{f}$$

-:

$$(x+y)^3 - x^2 + \tilde{f}$$

-:

$$(x+y)^2 + (xy)^3 + \tilde{f}$$

!:-

Частным решением уравнения колебания струны  $U_{xx} - U_{yy} = 0$  является

S: функция ...

+:

$$tg(x+y) - ctg(x-y) + \tilde{f}$$

-:

$$ctg(x-y) + tgy + \tilde{f}$$

-:

$$tg(x+y) - ctgx + \tilde{f}$$

-:

$$ctg(x+y) + tgxy + \tilde{f}$$

!:-

S:

Частным решением уравнения колебания струны  $U_{xx} - U_{yy} = 0$  является

функция ...

+:

$$e^{x+y} + \ln \sqrt{x-y} + c$$

-:

$$e^{x+y} - \ln xy + c$$

-:

$$e^{xy} + \ln(x-y) + c$$

-:

$$e^{xy} + \ln xy + c$$

!:-

S:

Частным решением уравнения колебания струны  $U_{xx} - U_{yy} = 0$  является

функция ...

+:

$$e^{x+y} - 3^{x-y} + c$$

-:

$$2e^{xy} - 2^{x+y} + c$$

-:

$$3e^{x-y} + 2^{xy} + c$$

-:

$$e^{xy-1} + 3^{x-y} + c$$

I:

S: Какое из перечисленных равенств является УЧП?

$$+: \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = 0$$

$$-: y' = y + 5$$

$$-: x^2 + x = 7$$

-

$$+: \frac{d}{dx} u = 0$$

I:

S: Какое из перечисленных равенств является УЧП?

$$-: 5x^2 - 2x = 0$$

$$-: \frac{d^2 u}{dx^2} + 5 \frac{du}{dx} = x$$

$$-: 3y^2 - 4y = 2$$

$$+: u_{xx} + u_{xy} + u_{yy} = 1$$

I:

S: Какое из перечисленных равенств является УЧП?

+:

$$\frac{\partial^3 u}{\partial x^3} + \frac{\partial^3 u}{\partial x^2 \partial y} + \frac{\partial u}{\partial y} = 0$$

-

:

$$x^2 y'' + 2y' = 0$$

-

:

$$3 \cdot y^2 - 4 \cdot y \cdot z = 1$$

-

:

$$\frac{d^2u}{dx^2} + 8x = 0$$

!:

S: Какое из перечисленных равенств является УЧП?

-

:

$$5y^2 + y = 7$$

-

:

$$\frac{d^2u}{dx^2} + x \frac{du}{dx} = 7u$$

+:

$$xu_{xy} - yu_{yy} + 7u_y = 5$$

-

:

$$xy'' + (x+1)y' = 5y$$

!:

S: Какое из перечисленных равенств является УЧП?

-

:

$$\cos(u_x + u_y) - \cos u_x \cos u_y + \sin u_x \sin u_y - u = f(x, y)$$

-

:

$$x^3 y''' + xy' + y = 0$$

-

:

$$8y^3 - 4y = 9$$

+:

$$u_{xy} - u_{yy} = 0$$

I:

S: Линейным является уравнение

+:

$$u_x + y^2 \cdot u = 0$$

-

:

$$u \cdot u_x - y = 10$$

-

:

$$u_x^2 + u = 0$$

-

:

$$u_{xy} + u_x = \frac{u^2}{u_x}$$

I:

S: Линейным является уравнение

+:

$$x \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + t \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial z \partial t} + z \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} = \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial t}$$

-

:

$$u_{xy} \cdot u_{xx} + u^2 \cdot u_x = 0$$

-

:

$$u_{xx}^2 + x \cdot u_{yy} = 0$$

-

:

$$u_{xy} + u_{yy} + 4 \cdot u_x = \frac{u^2}{u_{yy}}$$

I:

S: Линейным является уравнение

-

:

$$u_x \cdot u_{xy}^2 + 2x \cdot u \cdot u_{yy} = 3xy \cdot u_y$$

-

:

$$u_y \cdot u_{xx} - 3x^2 \cdot u \cdot u_{xy} \cdot u_{yy} = 0$$

+

$$u_{xx} - 3u_{yy} - 6x \cdot u_y = xy \cdot u$$

-

:

$$u_{yy} - u_{xy} + \ln|u| = 0$$

I:

S: Линейным является уравнение

+

$$u_{xy} + u = \frac{x^2 \cdot u_y}{y} - 17$$

-

:

$$\left(u_{yy}\right)^2 - u_{xy} + u^2 \cdot u_x = 0$$

-

:

$$u \cdot u_{xx} - u_x \cdot u_{xy} + u_y \cdot u_{yy} = 0$$

-

:

$$u_{xx} - 4u_y = \left(u_y\right)^{-1}$$

I:

S: Линейным является уравнение

-

:

$$\ln |u_{xy}| - \ln |u_{xy} u_{xx}| + \ln |u_{xx}| + u \cdot u_x = 0$$

+:

$$x \cdot u_{xx} + y^2 \cdot u_{yy} = 0$$

-

:

$$(u_{xx})^2 - 4u_{xy} + x \cdot u_y = 0$$

-

:

$$u_y + 4u_x = \frac{3}{u_{xx}}$$

Раздел 2 (2 рейтинговая точка)

I:

S: Квазилинейным является уравнение

-

:

$$u_x + y \cdot u = 0$$

+:

$$u \cdot u_x = 105$$

-

:

$$(u_{xx})^2 + u = 0$$

-

:

$$u_{xy} + u_x = \frac{107}{u_{xx}}$$

I:

S: Квазилинейным является уравнение

+:

$$x \cdot u_{xx} + y \cdot u_{yy} + u \cdot u_x = 0$$

-

:

$$u_{xy} \cdot u_{xx} + u^2 \cdot u_x = 0$$

-

:

$$(u_{xx})^2 + x \cdot u_{xy} = 113$$

-

:

$$u_{xy} + u_{yy} + 4u_x = \frac{u}{u_{xx}}$$

!:

S: Квазилинейным является уравнение

-

:

$$u_x \cdot (u_{xy})^2 + 2x \cdot u \cdot u_{yy} - 3xy \cdot u_y = 0$$

+:

$$u_y \cdot u_{xx} - 3x^2 \cdot u \cdot u_{xy} + 2u_x = 0$$

-

:

$$u_{xx} - 3u_{yy} - 6x \cdot u_y = 0$$

-

:

$$u_{yy} \cdot u_{xx} - 7u_{xy} = u$$

!:

S: Квазилинейным является уравнение

+:

$$u_{xy} + (u_y)^2 + u = 17 - xy$$

-

:

$$(u_{xy})^2 - 4u_y + u^2 u_x = 0$$

-

:

$$u_{xy} \cdot u_{xx} - u_x \cdot u_{yy} + x \cdot u_y = u$$

-

:

$$u_{xx} - 4u_y = \frac{44}{(u_{xy})^2}$$

!:

S: Квазилинейным является уравнение

-

:

$$(u_{xy})^3 - 7u_{xx} + xy \cdot u_y = 0$$

+:

$$x \cdot u_{xx} + y^2 \cdot u_{yy} + u^2 \cdot u_x = 0$$

-

:

$$\ln(u_{xx}) - 4u_{xy} + x \cdot u_y = 0$$

-

:

$$u_{yy} + 4u_x = \frac{1}{u_{xx}}$$

S:

Уравнение  $4u_{xx} + 10u_{xy} + 3u_{yy} - 11u_x = 0$  является ....

+: гиперболическим

-: параболическим

-: эллиптическим

-: смешанным

S:

Уравнение  $3u_{xx} - 8u_{xy} + 7u_{yy} - 9u_y = 0$  является ....

-: гиперболическим

- : параболическим
- +: эллиптическим
- : смешанным
- S:

Уравнение  $u_{xx} + 2u_{xy} - u_y + u_{yy} = 10$  является ....

- +: параболическим
- : эллиптическим
- : гиперболическим
- : смешанным
- S:

Уравнение  $u_{xx} - x \cdot u_{yy} + u u_y = 10xy$  является ....

- : гиперболическим
- : параболическим
- : эллиптическим
- +: смешанным
- S:

Уравнение  $7u_{xx} - 2u_{yy} - 9u_x = 0$  является ....

- +: гиперболическим
- : параболическим
- : эллиптическим
- : смешанным

Характеристические значения системы  $\begin{cases} U_x - U_y + V_y = x, \\ 3U_x + 4V_y - 13U = \sin y, \end{cases}$  имеют вид

S: ...

+

$$\lambda_1 = -\frac{1}{3}, \quad \lambda_2 = -\frac{1}{4}$$

-

:

$$\lambda_1 = -\frac{2}{3}, \quad \lambda_2 = -\frac{1}{4}$$

-

:

$$\lambda_1 = \frac{1}{3}, \quad \lambda_2 = \frac{1}{4}$$

-

:

$$\lambda_1 = -3, \quad \lambda_2 = 4$$

S: Характеристические значения системы  $\begin{cases} 2U_x - 3V_x + V_y = 0, \\ U_y + 5V_x = 0, \end{cases}$  имеют вид ...

-

:

$$\lambda_1 = \frac{2}{5}, \quad \lambda_2 = -1$$

+

$$\lambda_1 = -\frac{2}{5}, \quad \lambda_2 = 1$$

-

:

$$\lambda_1 = 2, \quad \lambda_2 = 4$$

-

:

$$\lambda_1 = -3, \quad \lambda_2 = 4$$

S: Характеристические значения системы  $\begin{cases} -U_y + 5V_x + 6V_y = 0, \\ U_x + V_y = 0, \end{cases}$  имеют вид ...

-

:

$$\lambda_1 = 5, \quad \lambda_2 = 1$$

-

:

$$\lambda_1 = -4, \quad \lambda_2 = 1$$

+

$$\lambda_1 = -5, \quad \lambda_2 = -1$$

-

:

$$\lambda_1 = -2, \lambda_2 = 8$$

S:

Характеристические значения системы  $\begin{cases} U_y - 9V_x + 6V_y = 0, \\ U_x + V_y - x + y = 7, \end{cases}$  имеют вид ...

-

:

$$\lambda_1 = -\frac{1}{3}, \lambda_2 = -4$$

-

:

$$\lambda_1 = -3, \lambda_2 = -1$$

-

:

$$\lambda_1 = 3, \lambda_2 = 3$$

+

$$\lambda_1 = -3, \lambda_2 = -3$$

S:

Характеристические значения системы  $\begin{cases} U_x + 2V_x + 6V_y = 0, \\ 2U_y + V_x = 0, \end{cases}$  имеют вид ...

+

$$\lambda_1 = 1, \lambda_2 = -3$$

-

:

$$\lambda_1 = 2, \lambda_2 = -3$$

-

:

$$\lambda_1 = 3, \lambda_2 = -3$$

-

:

$$\lambda_1 = 4, \lambda_2 = -3$$

Раздел 2 (3 рейтинговая точка)

S:

Характеристическая форма уравнения  $u_{xx} + 12u_{yy} - u_{zt} + u_t = 0$  имеет вид ...

+:

$$\lambda_1^2 + 12\lambda_2^2 - \lambda_3\lambda_4$$

-

:

$$\lambda_1^2 + 12\lambda_2^2 - \lambda_3\lambda_4 + \lambda_4$$

-

:

$$\lambda_1 + 12\lambda_2 - \lambda_3\lambda_4$$

-

:

$$\lambda_1 + 12\lambda_2 - \lambda_3\lambda_4 + \lambda_4$$

S:

Характеристическая форма уравнения  $u_{xz} + 2u_{yy} - 4u_{zt} + u_x = 0$  имеет вид ...

+:

$$\lambda_1\lambda_3 + 2\lambda_2^2 - 4\lambda_3\lambda_4$$

-

:

$$\lambda_1\lambda_3 + \lambda_2^2 - 2\lambda_3\lambda_4$$

-

:

$$\lambda_1\lambda_3 + 2\lambda_2^2 - 4\lambda_3\lambda_4 + \lambda_1$$

-

:

$$\lambda_1\lambda_3 + \lambda_2^2 - 2\lambda_3\lambda_4 + \lambda_1$$

S:

Характеристическая форма уравнения  $u_{xz} - 2u_{yy} - 4u_{xt} + 8u_y = 0$  имеет вид ...

+:

$$\lambda_1 \lambda_3 - 2\lambda_2^2 - 4\lambda_1 \lambda_4$$

-

:

$$\lambda_1 \lambda_3 - \lambda_2^2 - 2\lambda_1 \lambda_4$$

-

:

$$\lambda_1 \lambda_3 - 2\lambda_2^2 - 4\lambda_1 \lambda_4 + 8\lambda_2$$

-

:

$$\lambda_1 \lambda_3 - \lambda_2^2 - 2\lambda_1 \lambda_4 + 4\lambda_2$$

S:

Характеристическая форма уравнения  $u_{xt} + 4u_{yz} - u_{zz} - u_{zt} + 2u_z = 0$  имеет вид ...

+:

$$\lambda_1 \lambda_4 + 4\lambda_2 \lambda_3 - \lambda_3^2 - \lambda_3 \lambda_4$$

-

:

$$\lambda_1 \lambda_4 + 2\lambda_2 \lambda_3 - \lambda_3^2 - \lambda_3 \lambda_4$$

-

:

$$\lambda_1 \lambda_4 + 4\lambda_2 \lambda_3 - \lambda_3^2 - \lambda_3 \lambda_4 + 2\lambda_3$$

-

:

$$\lambda_1 \lambda_4 + 2\lambda_2 \lambda_3 - \lambda_3^2 - \lambda_3 \lambda_4 + \lambda_3$$

S:

Характеристическая форма уравнения  $4u_{x_3} + 12u_{x_3 x_3} - u_{y_2} + 2u_{z_2} - u_z = 0$  имеет вид ...

+:  
 $4\lambda_1\lambda_3 + 12\lambda_3^2 - \lambda_2\lambda_4 + 2\lambda_3\lambda_4$

-  
 :

$$2\lambda_1\lambda_3 + 6\lambda_3^2 - \lambda_2\lambda_4 + \lambda_3\lambda_4$$

-  
 :

$$4\lambda_1\lambda_3 + 12\lambda_3^2 - \lambda_2\lambda_4 + 2\lambda_3\lambda_4 - \lambda_4$$

-  
 :

$$2\lambda_1\lambda_3 + 6\lambda_3^2 - \lambda_2\lambda_4 + \lambda_3\lambda_4 - \lambda_4$$

S:

Уравнение с характеристической формой  $\lambda_1^2 + \lambda_2^2 - 6\lambda_2\lambda_3 + 9\lambda_3^2 - 4\lambda_4^2$  является ...

- + : параболическим
- : гиперболическим
- : смешанным
- : эллиптическим

S:

Уравнение с характеристической формой  $\lambda_1^2 + 2\lambda_1\lambda_2 - \lambda_2^2 - 5\lambda_3^2 - \lambda_4^2$  является ...

- : параболическим
- + : гиперболическим
- : ультрапараболическим
- : эллиптическим

S:

Уравнение с характеристической формой  $5\lambda_1^2 - 4\lambda_1\lambda_3 + \lambda_2^2 + \lambda_3^2 + 8\lambda_4^2$  является ...

- : параболическим
  - : гиперболическим
  - : ультрапараболическим
  - +: эллиптическим
- S:

Уравнение с характеристической формой  $\lambda_1^2 - 2\lambda_1\lambda_3 - 4\lambda_2^2 + \lambda_3^2 - 6\lambda_4^2$  является ...

- +: параболическим
  - : гиперболическим
  - : ультрагиперболическим
  - : эллиптическим
- S:

Уравнение с характеристической формой  $9\lambda_1^2 + 3\lambda_2^2 - 2\lambda_2\lambda_3 + \lambda_3^2 - 12\lambda_4^2$  является ...

- : параболическим
  - +: гиперболическим
  - : эллиптическим
  - : смешанным
- S:

Какая замена позволит привести уравнение  $U_{xx} + 2U_{xy} + U_x + U_y + U = 0$  к каноническому виду?

- +:  
 $\xi = y - 2x, \quad \eta = y$
- 
- :  
 $\xi = 2y - x, \quad \eta = 2y + x$
- 
- :  
 $\xi = x, \quad \eta = y + x$
- 
- :  
 $\xi = y - x, \quad \eta = y - x^2$

S:

Какая замена позволит привести уравнение  $U_{xx} - 2U_{xy} - 3U_{yy} + U_y + yU_x = 0$  к каноническому виду?

-

:

$$\xi = y - x^2, \quad \eta = 3x + y$$

+

$$\xi = y - x, \quad \eta = y + 3x$$

-

:

$$\xi = 2y + 3x, \quad \eta = 3x - y$$

-

:

$$\xi = x + 3y, \quad \eta = x$$

S:

Какая замена позволит привести уравнение  $U_{xx} + 4U_{xy} + U_{yy} + 10U_x - 7U_y = 0$  к каноническому виду?

-

:

$$\xi = y + \sqrt{3}x, \quad \eta = y - \sqrt{3}x$$

+

$$\xi = y - (2 + \sqrt{3})x, \quad \eta = y - (2 - \sqrt{3})x$$

-

:

$$\xi = x, \quad \eta = 2x - y$$

-

:

$$\xi = y + x, \quad \eta = x$$

S:

Какая замена позволит привести уравнение

$$12U_{xx} + 24U_{xy} + 12U_{yy} + 11U_x + 87U_y = 0 \text{ к каноническому виду?}$$

+:

$$\xi = y - x, \quad \eta = y$$

-

:

$$\xi = 2y + 3x, \quad \eta = x$$

-

:

$$\xi = 12x + y, \quad \eta = 4x$$

-

:

$$\xi = 6x - y, \quad \eta = x - 6y$$

S:

Какая замена позволит привести уравнение

$$U_{xx} - 4U_{xy} - 5U_{yy} - 3U_x + (2x + y) \cdot U_y = 0 \text{ к каноническому виду?}$$

$$\therefore \xi = 5y + 4x, \quad \eta = x$$

$$\therefore \xi = y^2 + x, \quad \eta = 3y - x$$

$$+: \xi = y - x, \quad \eta = y + 5x$$

$$\therefore \xi = x - y, \quad \eta = 5y$$

***Критерии формирования оценок по тестовым заданиям:***

По итогам выполнения тестовых заданий оценка производится по пятибалльной шкале.

5 баллов – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы. Выполнено 89-100 % предложенных тестовых вопросов;

4 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 70 –88 % от общего объема заданных тестовых вопросов;

3 балла – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 50 –69% от общего объема заданных тестовых вопросов;

2 балла – получают обучающиеся правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 30-49 % от общего объема заданных тестовых вопросов.

1 балл – получают обучающиеся с правильным количеством ответов на тестовые вопросы – 10 –29% от общего объема заданных тестовых вопросов;

0 баллов – получают обучающиеся правильным количеством ответов на тестовые вопросы – менее 10 % от общего объема заданных тестовых вопросов.

### **3.4. Оценочные материалы для проведения коллоквиума (контролируемые компетенции УК-1, ОПК-1)**

#### **Темы коллоквиума за пятый семестр:**

1. Основные определения предмета уравнения с частными производными
2. Линейные однородные уравнения.
3. Квазилинейные уравнения.
4. Нелинейные уравнения.
5. Дифференциальные уравнения с частными производными 1-го порядка.
6. Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны.
7. Постановка задачи Коши. Классификация граничных условий.
8. Смешанная задача для волнового уравнения.
9. Примеры задач, сводящиеся к решению волнового уравнения.
10. Вывод уравнений диффузии и теплопроводности.
11. Постановка задачи Коши. Виды граничных условий. Смешанная задача.
12. Классификация уравнений 2-го порядка с двумя независимыми переменными.
13. Приведение уравнения с двумя независимыми переменными к каноническому виду.
14. Классификация уравнений 2-го порядка в случае  $n$  ( $n > 2$ ) независимых переменных и приведение их к каноническому виду.
15. Нахождение общего решения дифференциальных уравнений с частными производными 2-го порядка.
16. Метод характеристик.

#### **Темы коллоквиума за шестой семестр:**

17. Понятие общего решения.
18. Нахождение общего решения гиперболических уравнений 2-го порядка. Примеры.
19. Постановка задачи Коши для волнового уравнения на прямой.
20. Формула Даламбера. Пример Адамара.
21. Прямые и обратные волны.
22. Решения задач для полубесконечной струны. Метод продолжений.
23. Область зависимости, определение и влияние решения задачи Коши.
24. Метод Дюамеля для неоднородного уравнения.
25. Вынужденные колебания бесконечной струны.
26. Существование единственного решения задачи Коши.
27. Устойчивость решения задачи Коши.
28. Решение начально-краевых задач для однородного уравнения колебаний методом Фурье.
29. Краевые задачи с неоднородными граничными условиями.
30. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.
31. Теорема единственности. Задача Коши.
32. Краевые задачи для полуограниченной прямой.
33. Метод Фурье решения смешанных задач для однородного и неоднородного уравнения теплопроводности.
34. Гармонические функции и их свойства.
35. Краевые задачи Дирихле и Неймана для уравнений Лапласа.
36. Решение краевых задач для уравнения Лапласа в круге и вне круга.
37. Функция Пуассона.
38. Метод Фурье решения краевых задач для уравнений Лапласа и Пуассона в прямоугольных областях, в круге и вне круга.

#### **Критерии формирования оценок по контрольным точкам (коллоквиум)**

«отличный (высокий) уровень компетенции» (5 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 100%;

«хороший (нормальный) уровень компетенции» (4 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 70%;

«удовлетворительный (минимальный, пороговый) уровень компетенции» (3 балла) – ставится в случае, когда обучающийся затрудняется с правильной формулировкой теоретического материала, дает неполный ответ, демонстрирует знание теоретического материала на 50%;

«неудовлетворительный (ниже порогового) уровень компетенции» (2 и менее баллов) – ставится в случае, когда обучающийся дает неверную формулировку теоретического материала, дает неверный ответ, демонстрирует незнание теоретического материала или знание материала менее чем на 40 % задач.

### **3.4. Оценочные материалы для промежуточной аттестации (контролируемые компетенции УК-1, ОПК-1)**

#### **Вопросы к зачету по дисциплине**

#### **«Уравнения с частными производными» (5 семестр)**

#### **(контролируемые компетенции УК-1, ОПК-1)**

1. Уравнения в частных производных первого порядка. Построение общего решения линейных однородных уравнений.
2. Уравнения в частных производных первого порядка. Построение общего решения линейных неоднородных и квазилинейных уравнений.
3. Уравнение переноса вещества потоком воздуха.
4. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Канонические формы уравнений с постоянными коэффициентами.
5. Приведение уравнения к каноническому виду. Уравнение характеристик.
6. Канонический вид уравнения гиперболического типа.
7. Канонический вид уравнения параболического типа.
8. Канонический вид уравнения эллиптического типа.
9. Канонический вид уравнений второго порядка с  $n$  независимыми переменными.
10. Вывод уравнения малых поперечных колебаний струны. Постановка краевых условий.
11. Модель динамики концентрации вещества в трубке.
12. Модель распространения тепла в изотропном теле.
13. Свободные колебания неограниченной струны. Формула Даламбера.
14. Некоторые свойства решений волнового уравнения на прямой, определяемые свойствами начальных функций (начальных данных).
15. Вынужденные колебания неограниченной струны.
16. Волновое уравнение на полупрямой. Однородное условие Дирихле (условие Неймана, условие 3 рода) границе  $x=0$ .
17. Решение задачи о свободных колебаниях ограниченной струны методом Фурье. Условия существования классического решения.
18. Вынужденные колебания ограниченной струны.
19. Задача Штурма-Лиувилля. Свойства собственных чисел и собственных функций. Свойство ортогональности собственных функций.
20. Вывод уравнения распространения тепла в стержне. Постановка краевых задач.
21. Первая и вторая формулы Грина.

22. Третья формула Грина (интегральное представление значения функции в точке,  $n=2$  и  $n=3$ ).
23. Понятия оригинала и изображения по Лапласу. Свойства изображений.
24. Теорема запаздывания (изображение функции с запаздывающим аргументом). Решение дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом.
25. Понятие свертки. Изображение свертки. Решение интегральных уравнений типа свертки операционным методом.
26. Изображение производной оригинала. Решение обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем операционным методом.
27. Способы построения оригинала по заданному изображению.
28. Задача Штурма-Лиувилля. Одномерный случай. Периодические граничные условия:  $X''(x)+cX(x)=0$ ,  $0<x<L$ ,  $X(x)=X(x+L)$ .
29. Задача Штурма-Лиувилля. Одномерный случай. Однородные смешанные условия:  $X''(x)+cX(x)=0$ ,  $0<x<L$ ,  $X'(0)-hX(0)=X(L)=0$ .
30. Собственные значения и собственные функции оператора Лапласа на плоскости.

**Вопросы к зачету по дисциплине**  
**«Уравнения с частными производными» (6 семестр)**  
*(контролируемые компетенции УК-1, ОПК-1)*

1. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Классификация и постановка краевых задач.
2. Смешанная задача для однородного уравнения теплопроводности на отрезке с граничными условиями, описывающими теплообмен на концах отрезка со средой нулевой температуры.
3. Общая схема метода разделения переменных (метод Фурье).
4. Первая краевая задача для уравнения Лапласа вне круга (внешняя краевая задача Дирихле)
5. Модель диффузии вещества в трубке.
6. Решение неоднородного уравнения теплопроводности на отрезке  $[0;1]$
7. Физический смысл фундаментального решения уравнения теплопроводности на прямой (функция Грина).
8. Внутренняя задача Немана для уравнения Лапласа в круге.
9. Свойства решений задачи Коши для уравнения теплопроводности на прямой.
10. Условие разрешимости задачи Немана.
11. Вывод граничных условий на концах стержня, описывающих режим конвективного теплообмена со средой заданной температуры.
12. Первая краевая задача для уравнения Лапласа в прямоугольнике.
13. Вывод уравнения распространения тепла в стержне. Постановка краевых задач.
14. Представление решения задачи Дирихле в круге с помощью интеграла Пуассона.
15. Задача Коши для волнового уравнения  $u_{tt} = a^2 u_{xx}$  на прямой.
16. Преобразование краевых задач с неоднородными граничными условиями.
17. Неоднородное уравнение теплопроводности на прямой.
18. Внутренняя задача Немана для уравнения Лапласа в кольце.
19. Понятие точечного источника тепла. Функция Дирака. Решение задачи Коши, учитывающей действие точечного источника.
20. Первая краевая задача для уравнения Лапласа в круговом секторе.
21. Уравнение теплопроводности на полупрямой. Условие Неймана на границе  $x=0$ .
22. Функция Грина внутренней задачи Неймана для уравнения Пуассона.
23. Внутренняя задача Дирихле для уравнения Пуассона в шаре.

24. Решение однородного уравнения теплопроводности на отрезке с граничными условиями Дирихле методом Фурье.
25. Первая краевая задача для уравнения Лапласа в кольце.
26. Уравнение теплопроводности на полуполярной. Однородные граничные условия общего вида. Решение краевых задач на полупрямой методом продолжения (общая схема).
27. Первая краевая задача для уравнения Лапласа в кольцевом секторе.
28. Уравнение теплопроводности на полупрямой. Условие Дирихле на границе  $x=0$ .
29. Функция Грина внутренней задачи Дирихле для уравнения Пуассона.
30. Представление решения задачи Коши для уравнения теплопроводности на прямой с помощью интеграла Пуассона.
31. Единственность и устойчивость решения задачи Дирихле для уравнения Лапласа.
32. Первая краевая задача для уравнения Лапласа в круге (внутренняя задача Дирихле).

***Критерии формирования оценок по промежуточной аттестации.***

Уровень знаний определяется оценками «зачтено», «не зачтено».

Оценка «зачтено» (61-70 баллов) - уровень знаний студента соответствует требованиям:

- студент показывает полные и глубокие знания программного материала, логично и аргументировано отвечает на поставленный вопрос, а также дополнительные вопросы, показывает высокий уровень теоретических знаний.

- студент показывает глубокие знания программного материала, грамотно его излагает, достаточно полно отвечает на поставленный вопрос и дополнительные вопросы, умело формулирует выводы. В тоже время при ответе допускает несущественные погрешности.

- студент показывает достаточные, но не глубокие знания программного материала; при ответе не допускает грубых ошибок или противоречий, однако в формулировании ответа отсутствует должная связь между анализом, аргументацией и выводами. Для получения правильного ответа требуется уточняющие вопросы.

Оценка «не зачтено» (36-60 баллов)- студент показывает недостаточные знания программного материала, не способен аргументированно и последовательно его излагать, допускаются грубые ошибки в ответах, неправильно отвечает на поставленный вопрос или затрудняется с ответом.