

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего  
образования «Кабардино-Балкарский государственный университет  
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)

ИНСТИТУТ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ  
КАФЕДРА АЛГЕБРЫ И ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

УТВЕРЖДАЮ  
Руководитель ОПОП  
О.А. Молоканов  
«16 октября» 2024 г.



ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
«ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ»  
наименование дисциплины

Специальность  
12.05.01 Электронные и оптико-электронные приборы и системы специального назначения  
(код и наименование направления подготовки)

Специализация  
Оптико-электронные информационно-измерительные приборы и системы  
(наименование профиля подготовки)

Квалификация выпускника  
инженер

Формы обучения  
очная

Нальчик 2024

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Перечень компетенций и этапы их формирования
2. Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы
3. Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности
4. Вопросы на зачет по дисциплине

# 1. Перечень компетенций и этапы их формирования

## Карта компетенции

### Шифр и название компетенций:

- **ОПК-1.** Способен выявлять естественнонаучную сущность проблем и применять методы математического анализа и моделирования в инженерной деятельности, связанной с проектированием, конструированием и сопровождением производства оптических и оптико- электронных приборов и комплексов, эксплуатацией и организацией функционирования электронных и оптико- электронных систем специального назначения.

### Индикаторы достижения компетенции

**ОПК-1.1.** Способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в инженерной деятельности, связанной с проектированием, конструированием и сопровождением производства оптических и оптико- электронных приборов и комплексов, эксплуатацией и организацией функционирования электронных и оптико-электронных систем специального назначения.

### Общая характеристика компетенции

**Тип компетенции:** общепрофессиональная (ОПК-1) компетенции выпускника образовательной программы по направлению подготовки высшего образования специальности 12.05.01 Электронные и оптико-электронные приборы и системы специального назначения (подготовки), специализация «Оптико-электронные информационно-измерительные приборы и системы»

### 1.1. Этапы формирования компетенций и средства оценивания

Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины	Индикаторы достижений	Основные показатели оценки результатов обучения	Вид оценочного средства
<b>ОПК-1.</b> Способен выявлять естественнонаучную сущность проблем и применять методы математического анализа и моделирования в инженерной деятельности, связанной с проектированием, конструированием и сопровождением производства оптических и оптико- электронных приборов и комплексов, эксплуатацией и организацией функционирования электронных и оптико- электронных систем специального назначения.	<b>ОПК-1.1.</b> Способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в инженерной деятельности, связанной с проектированием, конструированием и сопровождением производства оптических и оптико- электронных приборов и комплексов, эксплуатацией и организацией функционирования электронных и оптико- электронных систем специального назначения.	<b>Знать</b> методы математики, математического анализа и моделирования, и их применение в инженерной деятельности, связанной с проектированием, конструированием и сопровождением производства оптических и оптико- электронных приборов. <b>Уметь</b> применять знания естественных наук и общеинженерные знания в инженерной деятельности, связанной с проектированием, конструированием и сопровождением производства оптических и оптико- электронных приборов и комплексов, эксплуатацией и организацией функционирования	Оценочные материалы для контрольной работы Типовые тестовые задания Оценочные материалы для проведения коллоквиума Типовые оценочные материалы к экзамену

		<p>электронных и оптико-электронных систем специального назначения.</p> <p><b>Владеть</b> навыками применения методов математического анализа и моделирования для решения проблем, возникающих в инженерной деятельности, связанной с проектированием, конструированием и сопровождением производства оптических и оптико-электронных приборов и комплексов, эксплуатацией и организацией функционирования электронных и оптико-электронных систем специального назначения.</p>	
--	--	---	--

## 1.2. Критерии формирования оценок на различных этапах их формирования

### Текущий и рубежный контроль

Этап (уровень)	Первый этап (уровень)	Второй этап (уровень)	Третий этап (уровень)
<b>Баллы</b>	36-50 баллов	51-60 баллов	61-70 баллов
<b>Характеристика</b>	<p>Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Частичное выполнение домашнего задания. Частичное выполнение заданий контрольных работ, тестовых заданий на оценку «удовлетворительно».</p>	<p>Полное или частичное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение домашнего задания. Выполнение заданий на коллоквиуме на оценку «хорошо».</p>	<p>Полное посещение аудиторных занятий. Полное выполнение домашнего задания, заданий контрольных работ. Выполнение заданий на коллоквиуме на оценку «отлично».</p>

На первом (начальном) этапе формирования компетенции формируются знания, умения и навыки, составляющие базовую основу компетенции, без которой невозможно ее дальнейшее развитие. Обучающийся воспроизводит термины, факты, методы, понятия, принципы и правила; решает учебные задачи по образцу.

На втором (основном) этапе формирования компетенции приобретает опыт деятельности, когда отдельные компоненты компетенции начинают «работать» в комплексе и происходит выработка индивидуального алгоритма продуктивных действий, направленных на достижение поставленной цели.

На этом этапе обучающийся осваивает аналитические действия с предметными знаниями по конкретной дисциплине, способен самостоятельно решать учебные задачи,

внося коррективы в алгоритм действий, осуществляя координирование хода работы, переносит знания и умения на новые условия.

Третий (завершающий) этап – это овладение компетенцией. Обучающийся способен использовать знания, умения, навыки при решении задач повышенной сложности и в нестандартных условиях. По результатам этого этапа обучающийся демонстрирует итоговый уровень сформированности компетенции.

### Промежуточная аттестация (Экзамен)

Семестр	Шкала оценивания			
	Неудовлетворительно (36-60 баллов)	Удовлетворительно (61-80 баллов)	Хорошо (81-90 баллов)	Отлично (91-100 баллов)
2	<p>Студент имеет 36-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на дифференцированном зачете не дал полного ответа ни на один вопрос, не сделал пример. Студент имеет 36-45 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на дифференцированном зачете дал полный ответ только на один вопрос, а пример сделан неправильно.</p>	<p>Студент имеет 36-50 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на дифференцированном зачете дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй, а пример сделан не верно.</p> <p>Студент имеет 46-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на дифференцированном зачете дал полный ответ на один вопрос или частично ответил на оба вопроса, а пример не сделан.</p> <p>Студент имеет по итогам текущего и рубежного контроля 61-70 баллов на дифференцированном зачете не дал полного ответа ни на один вопрос. В решении примера есть грубая ошибка, которая повлияла на ответ, вследствие чего пример сделан не верно</p>	<p>Студент имеет 51-60 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на дифференцированном зачете дал полный ответ на один вопросы частично (полностью) ответил на второй. Пример сделан верно.</p> <p>Студент имеет 61 – 65 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на дифференцированном зачете дал полный ответ на один вопросы частично ответил на второй, и в примере есть недочеты, которые не повлияли на ответ.</p> <p>Студент имеет 66-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на экзамене дал полный ответ только на один вопрос. В примере есть неточности,</p>	<p>Студент имеет 61-70 баллов по итогам текущего и рубежного контроля, на дифференцированном зачете дал полный ответ на один вопрос и частично (полностью) ответил на второй, и пример сделан правильно. Или же студент на оба вопроса ответил верно, а в задаче, есть неточности, которые не повлияли на ответ.</p>

			которые не повлияли на ответ.	
--	--	--	----------------------------------	--

**2. Методические материалы и типовые контрольные задания, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы**

**Перечень оценочных средств**

<b>№</b>	<b>Наименование оценочного средства</b>	<b>Краткая характеристика оценочного средства</b>	<b>Представление оценочного средства в фонде</b>
1.	Коллоквиум	Средство контроля усвоения учебного материала темы, раздела или разделов дисциплины, организованное как учебное занятие в виде собеседования преподавателя с обучающимися.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
2.	Тест	Система стандартизированных заданий, позволяющая автоматизировать процедуру измерения уровня знаний и умений обучающегося.	Фонд тестовых заданий
3.	Контрольная работа	Средство проверки умений применять полученные знания для решения задач определенного типа по теме или разделу.	Комплект контрольных заданий по вариантам
4.	Задача (практическое задание)	Средство оценки умения применять полученные теоретические знания в практической ситуации. Задача (задание) должна быть направлена на оценивание тех компетенций, которые подлежат освоению в данной дисциплине, должна содержать четкую инструкцию по выполнению или алгоритм действий.	Комплект задач и заданий

**3. Перечень контрольных заданий и иных материалов, необходимых для оценки знаний, умений, навыков и опыта деятельности**

**3.1. Вопросы для коллоквиумов**

Вопросы для оценки компетенции «ОПК-1»:

*Тема 1. Дифференциальные уравнения первого порядка.*

1. Основные понятия. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Однородные дифференциальные уравнения.
3. Линейные уравнения. Уравнения Бернулли.
4. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель.
5. ДУ 1-го порядка не разрешенные относительно производной. Уравнения Лагранжа и Клеро.
6. Уравнения Риккати.

*Тема 2. Линейные дифференциальные уравнения высшего порядка.*

1. Дифференциальные уравнения высшего порядка. Основные понятия. Теорема существования и единственности.
2. Линейно независимые функции. Определитель Вронского. Структура общего решения ЛДУ.
3. Линейные однородные ДУ с постоянными коэффициентами.
4. Линейные неоднородные ДУ с постоянными коэффициентами.
5. Уравнение Эйлера.

*Тема 3. Системы дифференциальных уравнений.*

1. Основные понятия и определения.
2. Метод исключения (сведение системы ДУ к одному уравнению).
3. Интегрирование однородных линейных систем с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.
4. Методы интегрирования неоднородных линейных систем с постоянными коэффициентами.

*Тема 4. Интегральные уравнения Вольтерра.*

1. Интегральные уравнения Вольтерра. Связь между линейными дифференциальными и интегральными уравнениями Вольтерра.
2. Резольвента интегрального уравнения Вольтерра. Решение интегрального уравнения с помощью резольвенты.

*Тема 5. Интегральные уравнения Фредгольма.*

1. Уравнения Фредгольма. Основные понятия.
2. Метод определителей Фредгольма.
3. Итерированные ядра.

***Критерии формирования оценок по контрольным точкам (коллоквиум)***

*«отличный (высокий) уровень компетенции»* (5 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 100%;

*«хороший (нормальный) уровень компетенции»* (4 баллов) - ставится в случае, когда обучающийся демонстрирует знание теоретического материала на 70%;

*«удовлетворительный (минимальный, пороговый) уровень компетенции»* (3 балла) – ставится в случае, когда обучающийся затрудняется с правильной формулировкой теоретического материала, дает неполный ответ, демонстрирует знание теоретического материала на 50%;

*«неудовлетворительный (ниже порогового) уровень компетенции»* (2 и менее баллов) – ставится в случае, когда обучающийся дает неверную формулировку теоретического материала, дает неверный ответ, демонстрирует незнание теоретического материала или знание материала менее чем на 40%.

**3.2. Оценочные материалы. Задача (практическое задание): контролируемые компетенции ОПК-1.**

Перечень типовых задач для самостоятельной работы сформирован в соответствии с тематикой практических занятий по дисциплине «Дифференциальные и интегральные уравнения».

*Тема 1: Дифференциальные уравнения первого порядка*

1) Найти общие решения уравнений:

1.  $xy' + y = 0$ .

2.  $(1+y^2)dx = (1+x^2)dy$ .

3.  $y' = (2y+1)\operatorname{ctg}x$ .

2) Найти общее решение дифференциальных уравнений:

$$xy' + 2y = x^2.$$

$$y' - \frac{3y}{x} = x.$$

3) Найти общий интеграл дифференциального уравнения  $y' = \frac{x+2y}{2x-y}$ .

4) Найти решение задачи Коши  $y' - y \cos x = \frac{1}{2} \sin 2x, y(0) = 0$ .

5) Найти общее решение уравнения  $y' - y = y^2 e^x$ .

*Методические рекомендации по решению примеров и задач.*

Приступая к рассмотрению примеров и самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы дифференциальные уравнения первого порядка. Основная цель сформировать навыки решения задач обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.

*Тема 2: Линейные дифференциальные уравнения высшего порядка.*

1) Составить линейные однородные дифференциальные уравнения, зная их характеристические уравнения:

$$\lambda(\lambda+1)(\lambda+2)=0; \quad (\lambda^2+1)^2=0; \quad 2\lambda^2-3\lambda-5=0.$$

2) Составить линейные однородные дифференциальные уравнения, если заданы ФСР:

а)  $e^{-x}, e^x$ ;      б)  $\sin 3x, \cos 3x$ ;      в)  $1, x$ .

3) Проинтегрировать следующие уравнения (решить задачу Коши):

$$y'' - 4y' + 3y = 0, \quad y(0) = 6;$$

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2, \quad y''(0) = 1;$$

4) Составить линейные однородные дифференциальные уравнения, если известны корни характеристических уравнений:

а)  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2$ ;

б)  $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 1$ ;

в)  $\lambda_1 = 3 - 2i, \lambda_2 = 3 + 2i$ .

5) Найти общие решения дифференциальных уравнений

1.  $y'' - 2y' - 3y = e^{4x}$ ;

2.  $y'' + 2y' - 3y = x^2 e^x$ ;

3.  $y'' - 4y' + 8y = e^{2x} + \sin 2x$ ;

6) Проинтегрировать следующие уравнения Эйлера:

$$x^2 y'' + xy' - y = 0;$$

$$x^2 y'' + xy' + y = x(6 - \ln x);$$

$$x^2 y'' - 2y = \sin x \ln x.$$

*Методические рекомендации по решению примеров и задач.*

Приступая к рассмотрению примеров и самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы дифференциальные уравнения высших порядков. Основная цель разобрать методы решения дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка. Изучить методы решения некоторых интегрируемых типов дифференциальных уравнений высших порядков.

### **Тема 3: Системы обыкновенных дифференциальных уравнений**

1) Для систем дифференциальных уравнений, найти общее решение методом исключения:

$$1. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 4x + 6y \\ \frac{dy}{dt} = 4x + 2y \end{cases};$$

$$2. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = 3x + y \\ \frac{dy}{dt} = 8x + y \end{cases};$$

$$3. \begin{cases} \frac{dx}{dt} = -5x - 4y \\ \frac{dy}{dt} = -2x - 3y \end{cases};$$

2) Методом вариации решить системы

$$1. \begin{cases} \dot{x} = y + tg^2 t - 1 \\ \dot{y} = -x + tgt \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = 2y - x \\ \dot{y} = 4y - 3x + \frac{e^{3t}}{e^{2t} + 1} \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} \dot{x} = -4x - 2y + \frac{2}{e^t - 1} \\ \dot{y} = 6x + 3y - \frac{3}{e^t - 1} \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y \\ \dot{y} = 2x - y + 15e^t \sqrt{t} \end{cases}$$

3) Методом неопределенных коэффициентов найти общее решение системы:

$$1. \begin{cases} \dot{x} = x + 2y + 16te^t \\ \dot{y} = 2x - 2y \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} \dot{x} = 2x - 3y \\ \dot{y} = x - 2y + 2 \sin t \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} \dot{x} = 2x + y + 2e^t \\ \dot{y} = x + 2y - 3e^{4t} \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} \dot{x} = x - y + 8t \\ \dot{y} = 5x - y \end{cases}$$

*Методические рекомендации по решению примеров и задач.*

Приступая к рассмотрению примеров и самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы системы дифференциальных уравнений. Основная цель изучить различные методы решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

### **Тема 4. Интегральные уравнения Вольтерра.**

1) Решить уравнения Вольтерра методом последовательных приближений.

$$1. y(x) = 1 - \int_0^x (x-t)y(t) dt.$$

$$2. y(x) = \int_0^x y(t) y dt + x^2.$$

$$3. y(x) = \int_0^x y(t) y dt + \frac{x^2}{2}.$$

$$4. y(x) = \int_0^x (x-t)y(t) dt + x.$$

$$5. y(x) = 1 - \int_0^x \operatorname{tg} t y(t) dt.$$

2) Решить уравнения Вольтерра, сведя их к обыкновенным дифференциальным уравнениям.

$$1. y(x) = \int_0^x \frac{t}{t+1} y(t) dt + e^x.$$

$$2. y(x) = \int_1^x \frac{4t-5x}{t^2} y(t) dt + \ln x.$$

$$3. y(x) = \int_0^x [3(x-t) - (x-t)^2] y(t) dt + e^{2x} - 2x^2 - 2x - 1.$$

$$4. y(x) = \int_1^x \frac{x}{t^2} y(t) dt + x^2.$$

$$5. y(x) = \int_1^x \frac{4t-3x}{t^2} y(t) dt + 4x \ln x + x.$$

*Методические рекомендации по решению примеров и задач.*

Приступая к рассмотрению примеров и самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы интегральные уравнения Вольтерра. Основная цель изучить различные методы решения интегральных уравнений Вольтерра.

### **Тема 5. Интегральные уравнения Фредгольма.**

1) Решить интегральные уравнения методом последовательных приближений.

$$1. y(x) = \frac{1}{2} \int_0^x e^{x-t} y(t) dt + e^x.$$

$$2. y(x) = \int_0^1 x e^{x-t} y(t) dt + e^x.$$

2) С помощью резольвенты найти решение интегрального уравнения при указанном значении  $\lambda$  и проверить его прямой подстановкой.

$$1. y(x) = \lambda \int_0^1 e^{x-t} y(t) dt + e^x, \lambda = 2.$$

$$2. y(x) = \lambda \int_0^1 x e^{x-t} y(t) dt + e^x, \lambda = -2.$$

3) Найдите собственные значения и собственные функции следующих интегральных уравнений.

1.  $y(x) = \lambda \int_0^1 (1+2x)y(t) dt$ .

2.  $y(x) = \lambda \int_0^1 (1-x^2)y(t) dt$ .

3.  $y(x) = \lambda \int_0^1 x \sin t y(t) dt$ .

4.  $y(x) = \lambda \int_0^1 \cos x \cos t y(t) dt$ .

4) Решить уравнения.

1.  $\varphi(x) - \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} \cos x \sin y \varphi(y) dy = \sin x$ .

2.  $\varphi(x) - \int_0^1 (1+x) \cos 2\pi y \varphi(y) dy = x$ .

*Методические рекомендации по решению примеров и задач.*

Приступая к рассмотрению примеров и самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы интегральные уравнения Фредгольма. Основная цель изучить различные методы решения интегральных уравнений Фредгольма.

**Критерии формирования оценок по заданиям для самостоятельной работы студента (типовые задачи):**

«отлично» (4 балла) - обучающийся показал глубокие знания материала по поставленным вопросам, грамотно, логично его излагает, структурировал и детализировал информацию, избегая простого повторения информации из текста, информация представлена в переработанном виде. Свободно использует необходимые формулы при решении задач;

«хорошо» (3 балла) - обучающийся твердо знает материал, грамотно его излагает, не допускает существенных неточностей в процессе решения задач;

«удовлетворительно» (2 балла) - обучающийся имеет знания основного материала по поставленным вопросам, но не усвоил его деталей, допускает отдельные неточности при решении задач;

«неудовлетворительно» (менее 1 балла) – обучающийся допускает грубые ошибки в ответе на поставленные вопросы и при решении задач.

**3.3. Оценочные материалы для контрольной работы: контролируемые компетенции ОПК-1.**

*Образцы контрольных заданий:*

*Вариант 1*

1. Решить уравнения:  $y' - xy^2 = 2xy$ ;  $\frac{dy}{dx} = \cos(x - y - 1)$ .

2. Найти общее решение однородного уравнения:  $xy' - y = x \operatorname{tg} \frac{x}{y}$ .

3. Решить задачу Коши:  $y' - y \operatorname{tg} x = \frac{1}{\cos^3 x} y(0) = 0$ .

*Вариант 2*

1. Найти общее решение уравнения Бернулли:  $xy' - 2x^2\sqrt{y} = 4y$ .

2. Решить уравнение в полных дифференциалах:

$$\frac{3x^2 + y^2}{y^2} dx - \frac{2x^3 + 5y}{y^3} dy = 0$$

3. Найти решения уравнения неразрешенного относительно производной:

$$y^{\frac{2}{3}} + (y')^{\frac{2}{3}} = 1$$

*Вариант 3*

1. Решить уравнение Лагранжа:  $y = xy'^2 - 2y'^3$

2. Найти общее решение уравнения допускающего понижение порядка:

$$y''' = 2(y'' - 1) \operatorname{ctg} x$$

3. Решить задачу Коши для однородного уравнения с постоянными коэффициентами:

$$y''' - 3y'' + 3y' - y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2, \quad y''(0) = 1$$

*Вариант 4*

1. Исследовать, являются ли функции  $y_1(x) = x + 2$ ,  $y_2(x) = 2x - 1$  линейно независимыми.

2. Методом неопределенных коэффициентов найти решение уравнения:

$$y''' + y = x^2 - x + 1$$

3. Решить уравнение Эйлера:  $x^2 y'' - xy' - 3y = -\frac{16 \ln x}{x}$

*Вариант 5*

1. Найти общее решение уравнения  $x^2 y'' - 2xy' + 2y = 0$ , если известно его частное решение  $y_1 = x$ .

2. Решить задачу  $y'' - y' - 2y = 0$ ,  $y'(0) = 2$ ,  $y(+\infty) = 0$ .

3. Решить систему обыкновенных дифференциальных уравнений: 
$$\begin{cases} \dot{x} = x + 5y \\ \dot{y} = -x - 3y \end{cases}$$

$$x(0) = -2, y(0) = 1.$$

*Вариант 6*

1. Показать, что функция  $\varphi(x) = \frac{1}{(1+x^2)^{3/2}}$  является решением интегрального

уравнения Вольтерра 
$$\varphi(x) = \frac{1}{1+x^2} - \int_0^x \frac{t}{1+x^2} \varphi(t) dt.$$

2. Составить интегральное уравнение, соответствующее дифференциальному уравнению

$$y'' + xy' + y = 0 \text{ и начальным условиям } y(0) = 1, y'(0) = 0.$$

3. С помощью определителей Фредгольма найти резольвенту ядра  
 $K(x, t) = xe^t$ ;  $a = 0$ ,  $b = 1$ .

**Контрольная работа.** Контрольная работа – письменная работа небольшого объема, предполагающая проверку знаний заданного к изучению материала и навыков его практического применения. Проводится три раза в течение изучения дисциплины (семестр) в часы аудиторной работы. Не менее чем за 1 неделю до контрольной работы, преподаватель должен определить студентам исходные данные для подготовки: назвать разделы (темы, вопросы), по которым будут контрольные задания, теоретические источники (с точным указанием разделов, тем, статей) для подготовки.

Контрольные работы могут состоять из одного или нескольких заданий практического содержания. При выполнении контрольной работы пользоваться конспектами лекций, учебниками, задачками не разрешено. Длительность решения контрольных заданий составляет не более 90 минут.

**Критерии формирования оценок по контрольным работам:**

7 баллов - ставится за работу, выполненную полностью без ошибок и недочетов; обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, решено 100% задач;

6 баллов – ставится за работу, выполненную полностью, но при наличии в ней не более одной негрубой ошибки и одного недочета, не более трех недочетов. Обучающийся демонстрирует знание теоретического и практического материала по теме практической работы, допуская незначительные неточности при решении задач, решено 70% задач;

5 баллов – ставится за работу, если бакалавр правильно выполнил не менее 2/3 всей работы или допустил не более одной грубой ошибки и двух недочетов, не более одной грубой и одной негрубой ошибки, не более трех негрубых ошибок, одной негрубой. Обучающийся затрудняется с правильной оценкой предложенной задачи, дает неполный ответ, решено 55% задач

менее 4 баллов – ставится за работу, если число ошибок и недочетов превысило норму для оценки 3 или правильно выполнено менее 2/3 всей работы. Обучающийся дает неверную оценку ситуации, решено менее 50 % задач.

**3.4. Типовые тестовые задания по дисциплине «Дифференциальные и интегральные уравнения» (контролируемые компетенции ОПК-1):**

V1: Дифференциальные уравнения первого порядка

V2: Введение в теорию дифференциальных уравнений. Основные понятия. Уравнения с разделяющимися переменными.

I:

S: Дифференциальное уравнение  $(1 + y)dx - (1 - x)dy = 0$  является:

-: однородным уравнением;

+: уравнением с разделяющимися переменными;

-: уравнением в полных дифференциалах;

-: линейным уравнением.

I:

S: Дифференциальное уравнение  $y'(1+y) = xy \sin x$  является:

+: уравнением с разделяющимися переменными;

-: однородным уравнением;

-: уравнением в полных дифференциалах;

-: линейным уравнением.

I:

S: Какие из приведенных уравнений являются уравнениями с разделяющимися переменными?

-:  $y' + x^2 y = e^x$

-:  $y' - xy^2 = y$

+:  $(e^x + 8)dy - ye^x dx = 0$

-:  $y' - y^2 = 2e^{xy}$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Дифференциальное уравнение  $(1+y^2)dx = xdy$ ,  $y = y(x)$  является:

-: однородным уравнением;

+: уравнением с разделяющимися переменными;

-: уравнением в полных дифференциалах;

-: линейным уравнением.

I:

S: Отметьте правильный ответ

Общее решение дифференциального уравнения  $(1+y^2)dx + xudy = 0$  имеет вид:

+:  $x^2(1+y^2) = C$

-:  $x^2(1-y^2) = C$

-:  $x(1+y^2) = C$

$$\therefore x^2(1+y) = C$$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Общее решение дифференциального уравнения  $y' = 3^{x+y}$  имеет вид:

$$\therefore 3^x + 3^y = C$$

$$\therefore 3^x - 3^y = C$$

$$+ : 3^x + 3^{-y} = C$$

$$\therefore 3^{x-y} = C$$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Если  $(\sqrt{xy} + \sqrt{x})y' - y = 0$ , то после разделения переменных уравнение примет вид...

$$\therefore \frac{\sqrt{x+1}}{x} dy + \frac{1}{\sqrt{y}} dx = 0$$

$$+ : \frac{\sqrt{y+1}}{y} dy - \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 0$$

$$\therefore \frac{\sqrt{y+1}}{y} dy + \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 0$$

$$\therefore \sqrt{y} dy + \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x}} dx = 0$$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Функция  $y = cx$  является решением уравнения...

$$+ : y'x - y = 0$$

$$\therefore y' - y = 0$$

$$\therefore yy' = x$$

$$\therefore y' = 3x^2$$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Общий интеграл дифференциального уравнения  $yy' + x = 0$  имеет вид...

-:  $xy = C$

-:  $\ln x + \ln y = C$

+:  $x^2 + y^2 = C^2$

-:  $x - y = C$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Общий интеграл уравнения  $y' = y + 1$  имеет вид...

-:  $y = ce^{-x} - 1$

-:  $y = cx + e^x$

+:  $y = ce^x - 1$

-:  $y = e^x - cx$

V2: Однородные уравнения и уравнения, приводящиеся к однородным

I:

S: Дифференциальным уравнением, приводящимся к однородному является...

-:  $y' = \frac{1}{4}x - y$

-:  $y' = \frac{1-y}{xy-1}$

-:  $y' = \frac{xy + C_1}{a_2x + b_2x + C_2}$

+:  $y' = \frac{5x + 2y + 9}{-4x + y + 1}$

I:

S: Однородным является уравнение...

$$-: (y + x^2)dx - 2xydy = 0$$

$$-: (y^2 + x^2)dx - x\sqrt{y}dy = 0$$

$$+: (x^2 + y^2)dx - 3xydy = 0$$

$$-: \frac{\sqrt{x}}{y}dx - y^2x dy = 0$$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Дифференциальное уравнение  $(x-1)y' = y + x - 2, y = y(x)$  является:

- +: однородным уравнением;
- : уравнением с разделяющимися переменными;
- : уравнением в полных дифференциалах;
- : уравнением Бернулли.

I:

S: Отметьте правильный ответ

Дифференциальное уравнение  $(x+y)dx + (x-y)dy = 0, y = y(x)$  является:

- +: однородным уравнением;
- : уравнением с разделяющимися переменными;
- : уравнением в полных дифференциалах;
- : уравнением Бернулли.

I:

S: Отметьте правильный ответ

Дифференциальное уравнение  $(x^2 - y^2)y' = 2xy, y = y(x)$  является:

- +: однородным уравнением первого порядка;
- : уравнением с разделяющимися переменными;
- : уравнением в полных дифференциалах;
- : уравнением Бернулли.

I:

S: Отметьте правильный ответ

Дифференциальное уравнение  $y' = \frac{x - y}{x - 2y}$ ,  $y = y(x)$  является:

- + : однородным уравнением первого порядка;
- : уравнением с разделяющимися переменными;
- : уравнением в полных дифференциалах;
- : уравнением Бернулли.

I:

S: Отметьте правильный ответ

Дифференциальное уравнение  $y' = \frac{x^2 + xy + y^2}{x^2 + xy}$ ,  $y = y(x)$  является:

- + : однородным уравнением;
- : уравнением с разделяющимися переменными;
- : уравнением в полных дифференциалах;
- : уравнением Бернулли.

I:

S: Отметьте правильный ответ

Дифференциальным уравнением, приводящимся к однородному является...

- :  $y' = \frac{1}{a_2x + b_2x + C_2}$

- :  $y' = \frac{a_1 + b_1 + C_1}{a_2x + b_2y + C_2}$

- :  $y' = \frac{xy + C_1}{a_2x + b_2x + C_2}$

+ :  $y' = \frac{a_1x + b_1y + C_1}{a_2x + b_2y + C_2}$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Дифференциальное уравнение  $y' = \sin^3 \frac{y}{x}$ ,  $y = y(x)$  является:

- : уравнением Бернулли;

-: уравнением с разделяющимися переменными;

+: однородным уравнением первого порядка;

-: уравнением в полных дифференциалах.

I:

S: Дифференциальное уравнение  $(x - y)dx + (x + y)dy = 0$  является:

-: уравнением Бернулли;

+: однородным уравнением первого порядка;

-: уравнением с разделяющимися переменными;

-: уравнением в полных дифференциалах.

V2: Линейные уравнения первого порядка.

I:

S: Линейным дифференциальным уравнением является...

$$-: y' = \frac{\cos x}{y}$$

$$-: y' \sin y = 1$$

$$+: xy' - y = 6x^5$$

$$-: (2x + 1)y' = \sqrt{y}$$

I:

S: Линейным дифференциальным уравнением является...

$$-: y' = \frac{\cos x}{y}$$

$$-: y' \sin y = 1$$

$$+: xy' + y = e^x.$$

$$-: (2x + 1)y' = \sqrt{y}$$

I:

S: Общий интеграл уравнения  $y' - y \operatorname{ctg} x = \sin x$  имеет вид...

$$-: y = 2x \cos x$$

$$\therefore y = (3c + x) \cos x$$

$$+ : y = (x + c) \sin x$$

$$\therefore y - \sin x = cx$$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Линейным дифференциальным уравнением является...

$$\therefore y' = \frac{\cos x}{y}$$

$$\therefore y' \sin y = 1$$

$$+ : xy' - 3y = x^5$$

$$\therefore (2x + 1)y' = \sqrt{y}$$

I:

S: Общее решение дифференциального уравнения  $y' - 2xy = e^{x^2}$  имеет вид...

$$+ : y = (x + C)e^{x^2}$$

$$\therefore y = (x + C)e^x$$

$$\therefore y = (x + C)e^{x^3}$$

$$\therefore y = (-x + C)e^{x^2}$$

I:

S: Общим решением уравнения  $y' + 2y = e^{2x}$  является...

$$\therefore y = ce^{-x} + x$$

$$+ : y = ce^{-2x} + \frac{e^{2x}}{4}$$

$$\therefore y = ce^x + \frac{e^{6x}}{4}$$

$$\therefore y = cxe^{-x} + \frac{e^{6x}}{5}$$

I:

S: Общим решением уравнения  $y' + y = e^{7x}$  является...

$$-: y = ce^{-x} + x$$

$$+: y = ce^{-x} + \frac{e^{7x}}{8}$$

$$-: y = ce^x + \frac{e^{6x}}{2}$$

$$-: y = cxe^{-x} + \frac{e^{6x}}{7}$$

I:

S: Линейным дифференциальным уравнением является...

$$-: y' = \frac{\cos x}{y}$$

$$-: y' \sin y = 1$$

$$+: xy' - 3y = x^5$$

$$-: (2x+1)y' = \sqrt{y}$$

I:

S: Общим решением уравнения  $xy' - 2y = 2x^4$  является...

$$+: y = Cx^2 + x^4$$

$$-: y = Cx^2 - x^4$$

$$-: y = Cx + x^4$$

$$-: y = Cx^2 + x^3$$

I:

S: Общим решением уравнения  $x^2 y' + xy + 1 = 0$  является...

$$-: y = C - \ln|x|$$

$$\therefore y = C - \ln|xy|$$

$$+: xy = C - \ln|x|$$

$$\therefore xy = C - 3 \ln|x|$$

V2: Уравнения в полных дифференциалах.

I:

S: Отметьте правильный ответ

Дифференциальное уравнение  $(ye^x - 2x)dx + e^x dy = 0$ ,  $y = y(x)$  является:

-: однородным уравнением;

-: уравнением с разделяющимися переменными;

+: уравнением в полных дифференциалах;

-: уравнением Бернулли.

I:

S: Отметьте правильный ответ

Уравнением в полных дифференциалах является...

$$\therefore (3x^2 y^2 - 1)dx + y dy = 0$$

$$\therefore e^y x dx + (x - y) dy = 0$$

$$+: (3x^2 y^2 + 4)dx + (2x^3 y + 5)dy = 0$$

$$\therefore y \sin x dx - \cos y dy = 0$$

I:

S: Отметьте правильный ответ

Если  $\frac{3x^2 + y^2}{y^2} dx - \frac{2x^3 + 5y}{y^3} dy = 0$ , то уравнение является...

-: линейным

-: однородным

-: с разделенными переменными

+: в полных дифференциалах

I:

S: Отметьте правильный ответ

Если  $P(x, y)dx + Q(x, y)dy = 0$  и  $\frac{\partial P}{\partial y} = \frac{\partial Q}{\partial x}$ , то это уравнение называется...

-: линейным

-: однородным

-: Клеро

+: в полных дифференциалах

I:

S: Уравнением в полных дифференциалах является...

-:  $(3x^2y^2 - 1)dx + ydy = 0$

-:  $e^y x dx + (x - y)dy = 0$

+:  $(x \cos 2y - 3)dx + x^2 \sin 2y dy = 0$

-:  $y \sin x dx - \cos y dy = 0$

I:

S: Уравнением в полных дифференциалах является...

-:  $(3x^2y^2 - 1)dx + ydy = 0$

-:  $e^y x dx + (x - y)dy = 0$

-:  $y \sin x dx - \cos y dy = 0$

+:  $(3x - 5x^2y^2)dx + \left(3y^2 - \frac{10}{3}x^3y\right)dy = 0$

I:

S: Уравнением в полных дифференциалах является...

-:  $e^y x dx + (x - y)dy = 0$

-:  $y \sin x dx - \cos y dy = 0$

+:  $\sin(x + y)dx + x \cos(x + y)(dx + dy) = 0$

$$\therefore (3x^2y^2 - 1)dx + ydy = 0$$

I:

S: Общее решение дифференциального уравнения в полных дифференциалах  $2xydx + (x^2 - y^2)dy = 0$  имеет вид...

$$+: 3x^2y - y^3 = C$$

$$\therefore 3x^2y - y^2 = C$$

$$\therefore 3xy - y^3 = C$$

$$\therefore 3xy - y = C$$

I:

S: Общее решение дифференциального уравнения в полных дифференциалах  $e^{-y}dx - (2y + xe^{-y})dy = 0$  имеет вид...

$$\therefore xe^{-y} - y = C$$

$$\therefore e^{-y} - y^2 = C$$

$$+: xe^{-y} - y^2 = C$$

$$\therefore xe^{-y} + y = C$$

I:

S: Общее решение дифференциального уравнения в полных дифференциалах  $\frac{y}{x}dx + (y^3 + \ln x)dy = 0$  имеет вид...

$$\therefore 4y \ln x + y = C$$

$$\therefore y \ln x + y^4 = C$$

$$\therefore 4 \ln x + y^4 = C$$

$$+: 4y \ln x + y^4 = C$$

V1: Дифференциальные уравнения высших порядков

V2: Линейная независимость функций. Определитель Вронского

I:

S: Если даны функции 1, 2,  $x^2$ , то определитель Вронского равен...

-: -1

-: 2

+: 0

-: 1

I:

S: Определитель Вронского для дифференциального уравнения  $y'' - y' - 6y = 0$  равен...

+:  $Ce^x$

-:  $Ce^{-x}$

-:  $C$

-:  $Ce^{3x}$

I:

S: Определитель Вронского для дифференциального уравнения  $y'' + y = 0$  равен...

+:  $C$

-:  $Ce^{-x}$

-:  $Ce^x$

-:  $Ce^{2x}$

I:

S: Определитель Вронского для дифференциального уравнения  $y'' - 3y' + 2y = 0$  равен:

-:  $e^{-3x}$

+:  $Ce^{3x}$

-:  $Ce^{-3x}$

-:  $Ce^{2x}$

I:

S: Определитель Вронского для дифференциального уравнения  $y'' + 3y = 0$  равен:

+:  $C$

-:  $Ce^{3x}$

-:  $Ce^{-3x}$

-:  $Ce^x$

I:

S: Определитель Вронского для дифференциального уравнения  $y'' + 2y' + y = 0$  равен:

-:  $Ce^x$

-:  $Ce^{-x}$

-:  $Ce^{2x}$

+:  $Ce^{-2x}$

V2: Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами

I:

S: Характеристическое уравнение соответствующее линейному однородному дифференциальному уравнению  $y''' + 3y'' + 2y' = 0$  имеет вид:

-:  $2\lambda^2 - 3\lambda - 5 = 0$

+:  $\lambda(\lambda + 1)(\lambda + 2) = 0$

-:  $9\lambda^2 - 6\lambda + 1 = 0$

-:  $\lambda(\lambda - 1)(\lambda - 2) = 0$

I:

S: Характеристическое уравнение соответствующее линейному однородному дифференциальному уравнению  $y''' = 0$  имеет вид:

-:  $(\lambda^2 + 1)^3 = 0$

-:  $9\lambda^2 - 6\lambda + 1 = 0$

+:  $\lambda^3 = 0$

$$\therefore \lambda(\lambda-1)(\lambda-2)=0$$

I:

S: Фундаментальная система решений соответствующее линейному однородному дифференциальному уравнению  $y'' - y = 0$  имеет вид:

$$+: e^{-x}, e^x$$

$$\therefore 1, x$$

$$\therefore \sin x, \cos x$$

$$\therefore 1, e^x$$

I:

S: Фундаментальная система решений соответствующее линейному однородному дифференциальному уравнению  $y'' - y' = 0$  имеет вид:

$$\therefore e^{-x}, e^x$$

$$\therefore 1, x$$

$$\therefore \sin x, \cos x$$

$$+: 1, e^x$$

I:

S: Фундаментальная система решений соответствующее линейному однородному дифференциальному уравнению  $y'' + 4y' + 4y = 0$  имеет вид:

$$\therefore 1, x$$

$$\therefore e^{-2x}, xe^{-2x}$$

$$\therefore \sin 2x, \cos 2x$$

$$+: 1, e^{-2x}$$

I:

S: Фундаментальная система решений соответствующее линейному однородному дифференциальному уравнению  $y'' = 0$  имеет вид:

$$+: 1, x$$

$$-: e^{-x}, xe^{-x}$$

$$-: \sin x, \cos x$$

$$-: 1, e^x$$

I:

S: Если  $k_{1,2} = \pm i$  - корни характеристического уравнения, то общее решение линейного однородного дифференциального уравнения имеет вид:

$$-: y = C_1 \sin x + iC_2 \cos 2x$$

$$-: y = C_1 \sin x + iC_2 \cos x$$

$$+: y = C_1 \sin x + C_2 \cos x$$

$$-: y = C_1 \sin^2 x + C_2 \cos 2x$$

I:

S: Если  $k_1 = 0, k_{2,3} = \pm 2i$  - корни характеристического уравнения, то общее решение линейного однородного дифференциального уравнения имеет вид...

$$-: y = C_1 x + C_2 e^{2x} + C_3 x e^{-2x}$$

$$-: y = C_1 + C_2 \sin x + C_3 \cos x$$

$$+: y = C_1 + C_2 \sin 2x + C_3 \cos 2x$$

$$-: y = C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^3$$

I:

S: Если  $k_1 = k_2 = 0, k_3 = 4$  - корни характеристического уравнения, то общее решение линейного однородного дифференциального уравнения имеет вид...

$$-: y = C_1 + C_2 x + C_3 \sin 4x$$

$$+: y = C_1 + C_2 x + C_3 e^{4x}$$

$$-: y = C_1 + C_2 x \sin x + C_3 x \cos x$$

$$-: y = C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^3$$

I:

S: Если  $k_{1,2} = 3 \pm i, k_3 = 1$  - корни характеристического уравнения, то общее решение линейного однородного дифференциального уравнения имеет вид...

$$-: y = C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x + C_3$$

$$-: y = 3C_1 \cos x - 3C_2 \sin x + C_3$$

$$+: y = e^{3x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x) + C_3 e^x$$

$$-: y = e^{3x}C_1 \cos x + C_2 e^x \sin x$$

I:

S: Если  $k_1 = 2, k_2 = 1, k_3 = -4$  - корни характеристического уравнения, то общее решение линейного однородного дифференциального уравнения имеет вид...

$$-: y = C_1 \cos 2x + C_2 \sin x + C_3 \cos 4x$$

$$+: y = C_1 e^{2x} + C_2 e^x + C_3 e^{-4x}$$

$$-: y = e^{2x}(C_1 \cos x + C_2 \sin x)$$

$$-: y = e^{2x}(C_1 \cos 4x + C_2 \sin 4x)$$

I:

S: Если  $k_{1,2} = \pm 3i, k_{3,4} = \pm i$  - корни характеристического уравнения, то общее решение линейного однородного дифференциального уравнения имеет вид...

$$-: y = C_1 e^{3x} + C_2 e^x$$

$$+: y = C_1 \sin 3x + C_2 \cos 3x + C_3 \sin x + C_4 \cos x$$

$$-: y = C_1 \sin 3x + C_2 e^x$$

$$-: y = C_1 x^3 + C_2 x^4$$

I:

S: Если  $k_{1,2} = \pm 7i$  - корни характеристического уравнения, то общее решение линейного однородного дифференциального уравнения имеет вид ...

$$-: y = C_1 \sin x + iC_2 \cos 2x$$

$$-: y = C_1 \cos 7x + iC_2 \sin 7x$$

$$+: y = C_1 \cos 7x + C_2 \sin 7x$$

$$-: y = C_1 \cos 7x - iC_2 \sin x$$

I:

S: Если  $k_{1,2} = 3 \pm 2i$  - корни характеристического уравнения, то общее решение линейного однородного дифференциального уравнения имеет вид...

$$-: y = C_1 x^3 + C_2 \sin 2x + C_3 \cos 2x$$

$$+: y = e^{3x}(C_1 \cos 2x + C_2 \sin 2x)$$

$$-: y = e^{3x}(C_1 \cos 2x - iC_2 \sin 2x)$$

$$-: y = e^{2x}(C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x)$$

I:

S: Если  $k_1 = 0, k_{2,3} = \pm 2i$  - корни характеристического уравнения, то общее решение линейного однородного дифференциального уравнения имеет вид...

$$-: y = C_1 x + C_2 e^{2x} + C_3 e^{-2x}$$

$$-: y = C_1 + C_2 \sin x + C_3 \cos x$$

$$+: y = C_1 + C_2 \sin 2x + C_3 \cos 2x$$

$$-: y = C_1 x + C_2 x^2 + C_3 x^3$$

I:

S: Если  $y''' - 3y'' + 4y' = 0$ , то сумма корней характеристического уравнения равна...

$$-: 2$$

$$-: \sqrt{5}$$

$$+: 3$$

$$-: 2$$

I:

S: Функция  $y = C_1 \sin x + C_2 \cos x$  является общим решением уравнения...

$$-: y'' + 5y' = 0$$

$$+: y'' + y = 0$$

$$\therefore y'' + \sin x = 0$$

$$\therefore y'' - y' = 2$$

I:

S: Если  $y'' - y' - 2y = 0$ , то общее решение уравнение имеет вид...

$$\therefore y = C_1 e^x + C_2 e^{-x}$$

$$\therefore y = C_1 \cos x + C_2 \sin x$$

$$+: y = C_1 e^{-x} + C_2 x e^{2x}$$

$$\therefore y = C_1 e^x + C_2 x e^x$$

I:

S: Если  $y'' + 4y' + 5y = 0$ , то сумма корней характеристического уравнения равна...

$$\therefore 2$$

$$\therefore -3$$

$$+: -4$$

$$\therefore -1$$

I:

S: Если  $y'' - y = 0$ , то общее решение уравнения имеет вид...

$$\therefore y = (C_1 \cos x + C_2 \sin x) e^x$$

$$+: y = C_1 e^x + C_2 e^{-x}$$

$$\therefore y = C_1 e^x + C_2 e^{3x}$$

$$\therefore y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{3x}$$

I:

S: Если  $3y'' - 2y' - 8y = 0$ , то общее решение уравнения имеет вид...

$$\therefore y = (C_1 \cos 3x + C_2 \sin 3x) e^{2x}$$

$$\therefore y = C_1 e^x + C_2 e^{3x}$$

$$+: y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{-4x/3}$$

$$\therefore y = C_1 e^{2x} + C_2 x e^{3x}$$

I:

S: Если  $y'' + 2y' + y = 0$ , то общее решение уравнения имеет вид...

$$\therefore y = (C_1 \cos x + C_2 \sin x) e^x$$

$$\therefore y = C_1 e^x + C_2 e^{-x}$$

$$\therefore y = C_1 e^x + C_2 e^{3x}$$

$$+: y = e^{-x} (C_1 + C_2 x)$$

I:

S: Если  $4y'' - 8y' + 5y = 0$ , то общее решение уравнения имеет вид...

$$\therefore y = C_1 e^{\frac{x}{2}} + C_2 e^{-\frac{x}{2}}$$

$$+: y = \left( C_1 \cos \frac{x}{2} + C_2 \sin \frac{x}{2} \right) e^x$$

$$\therefore y = C_1 e^{\frac{x}{2}} + C_2 x e^{\frac{x}{2}}$$

$$\therefore y = C_1 e^{2x} + C_2 e^{-2x}$$

V2: Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами

I:

S: Если  $k_1 = 1, k_2 = 2$  - корни характеристического уравнения, а  $f(x) = 2x^2 + 3x + 4$  - правая часть линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, то его частное решение имеет вид...

$$+: y = ax^2 + bx + c$$

$$\therefore y = ax^2 + bx$$

$$\therefore y = a \sin x$$

$$\therefore y = ax + b$$

I:

S: Если  $k_1 = 0, k_2 = 2$  - корни характеристического уравнения, а  $f(x) = -x^2 + 2x$  - правая часть линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, то его частное решение имеет вид...

$$-: y = ax^2 + bx + c$$

$$-: y = a \cos x + b \sin x$$

$$+: y = x(ax^2 + bx + c)$$

$$-: y = ax^2 + bx$$

I:

S: Если  $k_1 = k_2 = 0$  - корни характеристического уравнения, а  $f(x) = x^2 - 4$  - правая часть линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, то его частное решение имеет вид...

$$-: y = ax + b$$

$$+: y = x^2(ax^2 + bx + c)$$

$$-: y = e^x(ax + b)$$

$$-: y = x^2 e^x$$

I:

S: Если  $k_1 = 1, k_2 = 2$  - корни характеристического уравнения, а  $f(x) = e^{-x}(ax + b)$  - правая часть линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, то его частное решение имеет вид...

$$+: y = e^{-x}(ax + b)$$

$$-: y = e^{-x}x(ax + b)$$

$$-: y = Ae^x$$

$$-: y = e^x(ax + b)$$

I:

S: Если  $k_1 = i, k_2 = -i$  - корни характеристического уравнения, а  $f(x) = \sin x + \cos x$  - правая часть линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, то его частное решение имеет вид...

$$-: y = e^x(ax + b)$$

$$-: y = ax^2 + bx + c$$

$$+: y = x(a \sin x + b \cos x)$$

$$-: y = a \sin x + b \cos x$$

I:

S: Если  $k_1 = k_2 = k_3 = 0$  - корни характеристического уравнения, а  $f(x) = -x^2 + 2$  - правая часть линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, то его частное решение имеет вид...

$$-: y = ax + b$$

$$-: y = e^x(ax + b)$$

$$+: y = x^3(ax^2 + bx + c)$$

$$-: y = x^3(ax^2 + b)$$

I:

S: Если  $k_1 = k_2 = 1$  - корни характеристического уравнения, а  $f(x) = xe^x$  - правая часть линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, то его частное решение имеет вид...

$$-: y = e^x ax$$

$$-: y = e^x \sin x$$

$$+: y = x^2 e^x(ax + b)$$

$$-: y = xe^x$$

I:

S: Если  $k_{1,2} = 3 \pm 2i$  - корни характеристического уравнения, а  $f(x) = e^{3x} \sin 2x$  - правая часть линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, то его частное решение имеет вид...

$$-: y = e^{3x}(a \sin 2x + b \cos 2x)$$

$$-: y = ae^{3x} \sin 2x$$

$$+: y = xe^{3x}(a \sin 2x + b \cos 2x)$$

$$-: y = x^2 e^{3x}(a \sin 2x + b \cos 2x)$$

I:

S: Если  $k_{1,2} = \pm 2i$  - корни характеристического уравнения, а  $f(x) = 2 \cos 2x$  - правая часть линейного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами, то его частное решение имеет вид...

$$-: y = a \cos 2x$$

$$-: y = a \cos 2x + b \sin 2x$$

$$+: y = x(a \cos 2x + b \sin 2x)$$

$$-: y = x^2 \cos 2x$$

I:

S: Если  $y'' - 5y' + y = x$ , то частное решение имеет вид...

$$-: y = A + Bx + Cx^2$$

$$+: y = A + Bx$$

$$-: y = A + Bx^2$$

$$-: y = A + Be^x$$

I:

S: Если  $y'' - y = \cos 5x$ , то частное решение уравнения имеет вид...

$$+: y = A \cos 5x + B \sin 5x$$

$$-: y = A \cos 5x$$

$$-: y = A \cos 2x + B \sin 2x$$

$$-: y = B \sin 5x$$

I:

S: Если  $y'' + y = \sin 2x$ , то частное решение следует искать в виде ...

$$-: y = A \sin 2x$$

$$-: y = A \cos 5x$$

$$+: y = A \cos 2x + B \sin 2x$$

$$-: y = A \cos 2x + iB \sin 2x$$

I:

S: Если  $y'' - 4y' + 3y = xe^x$ , то частное решение следует искать в виде ...

$$\therefore y = Axe^x$$

$$\therefore y = (Ax^2 + Bx)xe^x$$

$$+ : y = (Ax + B)xe^x$$

$$\therefore y = (Ax + B)e^x$$

V2: Линейные системы с постоянными коэффициентами

I:

S: Для системы дифференциальных уравнений 
$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_1 + 5x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = -x_1 - 3x_2 \end{cases}$$
 характеристическим

уравнением будет:

$$\therefore \lambda^2 - 2\lambda - 2 = 0$$

$$\therefore \lambda^2 + 2\lambda - 2 = 0$$

$$+ : \lambda^2 + 2\lambda + 2 = 0$$

$$\therefore \lambda^2 - 2\lambda + 2 = 0$$

I:

S: Для системы дифференциальных уравнений 
$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 4x_1 + 6x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = 4x_1 + 2x_2 \end{cases}$$
 характеристическим

уравнением будет:

$$\therefore \lambda^2 - 16 = 0$$

$$+ : \lambda^2 - 6\lambda - 16 = 0$$

$$\therefore \lambda^2 + 6\lambda - 16 = 0$$

$$\therefore \lambda^2 - 6\lambda + 16 = 0$$

I:

S: Для системы дифференциальных уравнений 
$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -5x_1 - 4x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = -2x_1 - 3x_2 \end{cases}$$
 характеристическим

уравнением будет:

$$-: \lambda^2 - 8\lambda + 7 = 0$$

$$-: \lambda^2 + 8\lambda - 7 = 0$$

$$+: \lambda^2 + 8\lambda + 7 = 0$$

$$-: \lambda^2 - 8\lambda - 7 = 0$$

I:

S: Для системы дифференциальных уравнений 
$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 3x_1 + x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = 8x_1 + x_2 \end{cases}$$
 характеристическим

уравнением будет:

$$-: \lambda^2 - 4\lambda + 6 = 0$$

$$-: \lambda^2 + 4\lambda - 5 = 0$$

$$-: \lambda^2 - 4\lambda + 5 = 0$$

$$+: \lambda^2 - 4\lambda - 5 = 0$$

I:

S: Для системы дифференциальных уравнений 
$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 6x_1 + 3x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = -8x_1 - 5x_2 \end{cases}$$
 характеристическим

уравнением будет:

$$+: \lambda^2 - \lambda - 6 = 0$$

$$-: \lambda^2 - \lambda + 6 = 0$$

$$-: \lambda^2 + \lambda - 6 = 0$$

$$\therefore \lambda^2 - \lambda - 5 = 0$$

I:

S: Для системы дифференциальных уравнений 
$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -x_1 + 5x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = x_1 + 3x_2 \end{cases}$$
 характеристическим

уравнением будет:

$$\therefore \lambda^2 - 2\lambda + 8 = 0$$

$$+: \lambda^2 - 2\lambda - 8 = 0$$

$$\therefore \lambda^2 + 2\lambda - 8 = 0$$

$$\therefore \lambda^2 - 8 = 0$$

I:

S: Для системы дифференциальных уравнений 
$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 3x_1 - 2x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = 2x_1 + 8x_2 \end{cases}$$
 характеристическим

уравнением будет:

$$\therefore \lambda^2 - 10\lambda + 28 = 0$$

$$\therefore \lambda^2 - 11\lambda - 28 = 0$$

$$+: \lambda^2 - 11\lambda + 28 = 0$$

$$\therefore \lambda^2 + 11\lambda - 28 = 0$$

I:

S: Для системы дифференциальных уравнений 
$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -5x_1 - 8x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = -3x_1 - 3x_2 \end{cases}$$

характеристическим уравнением будет:

$$+: \lambda^2 + 8\lambda - 9 = 0$$

$$\therefore \lambda^2 - 8\lambda + 9 = 0$$

$$\therefore \lambda^2 - 8\lambda - 9 = 0$$

$$\therefore \lambda^2 + 8\lambda - 8 = 0$$

I:

S: Для системы дифференциальных уравнений 
$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = -x_1 - 5x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = -7x_1 - 3x_2 \end{cases}$$
 характеристическим

уравнением будет:

$$\therefore \lambda^2 - 4\lambda - 32 = 0$$

$$+ : \lambda^2 + 4\lambda - 32 = 0$$

$$\therefore \lambda^2 - 4\lambda = 0$$

$$\therefore \lambda^2 + 4\lambda + 32 = 0$$

I:

S: Для системы дифференциальных уравнений 
$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = x_1 + x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = x_1 - x_2 \end{cases}$$
 характеристическим

уравнением будет:

$$\therefore \lambda^2 + 2 = 0$$

$$\therefore \lambda^2 - 1 = 0$$

$$\therefore \lambda^2 + 1 = 0$$

$$+ : \lambda^2 - 2 = 0$$

I:

S: Для системы дифференциальных уравнений 
$$\begin{cases} \frac{dx_1}{dt} = 9x_2, \\ \frac{dx_2}{dt} = -x_1 \end{cases}$$
 характеристическим

уравнением будет:

$$+: \lambda^2 + 9 = 0$$

$$-: \lambda^2 - 9 = 0$$

$$-: \lambda^2 - 8 = 0$$

$$-: \lambda^2 + 8 = 0$$

***Критерии формирования оценок по тестовым заданиям:***

По итогам выполнения тестовых заданий оценка производится по пятибалльной шкале. При правильных ответах на:

- 89-100% заданий – «5» (баллов);
- 70-88% заданий – «4» (баллов);
- 50-69% заданий – «3» (балла);
- 30-49% заданий – «2» (балла);
- 10-29% заданий – «1» (балл);
- менее 10% заданий – «0» (баллов).

#### 4. Вопросы к экзамену по дисциплине «Дифференциальные и интегральные уравнения»

№	Вопрос	Код компетенции (согласно РПД)
1.	Основные сведения о дифференциальных уравнениях. Уравнения с разделяющимися переменными.	ОПК-1
2.	Однородные дифференциальные уравнения.	ОПК-1
3.	Линейные уравнения. Уравнения Бернулли.	ОПК-1
4.	Уравнения в полных дифференциалах.	ОПК-1
5.	Интегрирующий множитель.	ОПК-1
6.	Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной.	ОПК-1
7.	Уравнения Лагранжа и Клеро.	ОПК-1
8.	Уравнения Риккати.	ОПК-1
9.	Дифференциальные уравнения высшего порядка. Основные понятия. Теорема существования и единственности.	ОПК-1
10.	Линейно независимые функции. Определитель Вронского.	ОПК-1
11.	Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.	ОПК-1
12.	Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.	ОПК-1
13.	Уравнение Эйлера.	ОПК-1
14.	Системы дифференциальных уравнений. Основные понятия и определения.	ОПК-1
15.	Метод исключения (сведение системы ДУ к одному уравнению).	ОПК-1
16.	Интегрирование однородных линейных систем с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.	ОПК-1
17.	Интегральные уравнения Вольтерра.	ОПК-1
18.	Связь между линейными дифференциальными и интегральными уравнениями Вольтерра.	ОПК-1
19.	Резольвента интегрального уравнения Вольтерра.	ОПК-1
20.	Решение интегрального уравнения с помощью резольвенты.	ОПК-1
21.	Уравнения Фредгольма. Основные понятия.	ОПК-1

22.	Метод определителей Фредгольма. Итерированные ядра.	ОПК-1
-----	---	-------

*Форма экзаменационного билета*

*по учебной дисциплине*

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет  
им. Х.М. Бербекова» (КБГУ)**

**Институт физики и математики**

**Кафедра алгебры и дифференциальных уравнений**

**Дисциплина – Дифференциальные и интегральные уравнения**

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1**

1. Однородные дифференциальные уравнения
2. Метод исключения (сведение системы ДУ к одному уравнению).
3. Найти сумму корней характеристического уравнения  $y'' + 4y' + 5y = 0$

Руководитель ОПОП  
к.т.н., доцент

\_\_\_\_\_ О.А. Молоканов

Зав. кафедрой алгебры и диф. уравнений,  
к.ф.-м.н., доцент

\_\_\_\_\_ М.С. Нирова