Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова»
(КБГУ)

ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ И ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

УТВЕРЖДАЮ

Руководитель ОПОП

______ **Р.Ш. Тешев**

«12» февраля 2025 г.

ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ И ИНТЕГРАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

наименование дисциплины

Специальность
11.05.01 Радиоэлектронные системы и комплексы

Специализация
Радиоэлектронные системы передачи информации

Квалификация (степень) выпускника
Инженер

Форма обучения
Очная

Нальчик 2025

Содержание:

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с индикаторами достижения компетенций

Таблица 1.

Код и формулировка компетенции	Индикаторы достижения	Планируемые результаты обучения по дисциплине (ЗУН)
Общепрофессиональные		
ОПК-1. Способен представить адекватную современному уровню знаний научную картину мира на основе знания основных положений, законов и методов естественных наук и математики.	**ОПК-1.1.** Способен использовать рационалистический подход к изучению предметов и явлений в конкретных областях науки **ОПК-1.2.** Способен выбирать и объединять полученные знания в целостную систему **ОПК-1.3.** Способен использовать методы и процедуры для обоснования решений практических задач.	**Знать:** основные понятия и классификации дифференциальных и интегральных уравнений; методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) первого и высших порядков, интегральных уравнений. **Уметь:** решать простейшие задачи на нахождение общих и частных решений ОДУ, интегральных уравнений; применять аналитические методы для практических расчётов. **Владеть**: навыками использования вычислительной техники и программных средств для решения дифференциальных и интегральных уравнений.
ОПК-2. Способен выявлять естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, и применять соответствующий физико-математический аппарат для их формализации, анализа и принятия решения	**ОПК-2.1.** Способен оперировать научными фактами, опираясь на законы логики **ОПК-2.2.** Способен осознанно выбирать методы и средства изучения объектов и проблем **ОПК-2.3.** Способен применять современные достижения компьютерных технологий для решения практических задач	

2. Шкала оценивания планируемых результатов обучения

Текущий контроль

Оценка результатов текущей успеваемости в рамках контрольных точек осуществляется посредством 70-балльной системы, при этом за добросовестное посещение занятий обучающийся может набрать до 10 баллов, за качественное прохождение оценочных мероприятий - до 60 баллов.

Карта распределения рейтинговых баллов в рамках текущего контроля

Таблица 2.

№	Оценочное средство	Форма проведения	Порядок проведения	Максимальное количество баллов	Критерии оценивания
1 рейтинговая точка					
1	Контрольная работа по разделам теории дифференциальных уравнений первого порядка [1]	Письменная	Контрольная работа состоит из двух частей: • теоретической, содержащей вопросы, формулируемые в начале каждой пройденной лекции • практической, включающей 4 уравнения	10	**10** – полный ответ, который *содержит*: • правильное решение всех уравнений, с корректной записью входных данных; • точную формулировку понятий, • корректную формулировку всех законов и их вывод там, где это необходимо; **8-9** – все примеры решены верно, теоретические ответы в основном правильные, но содержат незначительные ошибки при выводе основных формул и законов, нет примеров практического применения; **6-7** – решены верно 3 уравнения, студент правильно формулирует основные понятия и законы, пишет формулы, но не приводит примеры их практического использования **5** – есть верное решение 2 уравнений, теоретические ответы содержат незначительные ошибки, при написании основных формул и законов допущены

[1] В течение I рейтинговой точки студент обязан выполнить контрольную работу.

					ошибки, отсутствуют примеры о практическом применении **3-4** – получены правильные численные ответы в 2 задачах, однако отсутствуют нужные рисунки или таблицы, теоретические ответы частичные **1-2** – правильно решено 1 уравнение, даны формулировки основных законов частично и без пояснений **0** – нет решенных уравнений, теоретические ответы отсутствуют или полностью неверные
2	Решение уравнений	письменная	Студентам предлагается набор из 3–4 задач по темам курса (например, вычисления, доказательства, физические расчеты). Выполняется индивидуально, решения с пояснениями (500–700 слов) сдаются в ЭИОС.	6	5 – все примеры решены верно, решения полные, с подробными пояснениями, без ошибок; 4 – примеры решены с незначительными ошибками, пояснения в основном корректны; 3 – решены не все задачи или решения содержат заметные ошибки; 2 – решена только часть задач, пояснения неполные; 1 – решена одна задача или решения некорректны; 0 – задачи не решены.
3.	Конспекты лекций по разделам теории дифференциальных уравнений первого порядка	Письменная	Домашнее конспектирование и проработка лекций, читаемых преподавателем и загруженных в виде презентаций в	4	**3** – конспекты написаны аккуратно, содержат все темы, материал освещен полностью, имеются хорошие

			ЭИОС		иллюстрации и графики **2** – конспекты написаны полностью, аккуратно, но отсутствуют некоторые иллюстрации или графики **1** – конспекты значительно сокращены, отсутствуют требуемые иллюстрации и графики **0** – конспекты отсутствуют
4.	Тестирование по разделам теории дифференциальных уравнений первого порядка	С использованием ПК	Составленные преподавателями кафедры тесты, загруженные в ЭИОС университета	10	Оценивание проводится самой компьютерной системой тестирования с учетом максимальных баллов; окончательные баллы выставляются преподавателем после округления до целых чисел
II рейтинговая точка					
1.	Контрольная работа по разделам теории дифференциальных уравнений высшего порядка, систем и интегральных уравнений.[2]	Письменная	Контрольная работа состоит из двух частей: • теоретической, содержащей вопросы, формулируемые в начале каждой пройденной лекции; • практической, включающей 4 примера	10	Критерии оценивания повторяют № 1 данной таблицы
2.	Решение примеров	письменная	Студентам предлагается набор из 3–4 примера по темам курса (например, вычисления, доказательства, физические расчеты). Выполняется	6	5 – все примеры решены верно, решения полные, с подробными пояснениями, без ошибок; 4 – примеры решены с незначительными ошибками,

[2] В течение II рейтинговой точки студент обязан выполнить контрольную работу

			индивидуально, решения с пояснениями (500–700 слов) сдаются в ЭИОС.		пояснения в основном корректны; 3 – решены не все примеры или решения содержат заметные ошибки; 2 – решена только часть примеров, пояснения неполные; 1 – решен один пример или решения некорректны; 0 – примеры не решены.
3.	Конспекты лекций по разделам теории дифференциальных уравнений высшего порядка систем, интегральных уравнений	Письменная	Домашнее конспектирование и проработка лекций, читаемых преподавателем и загруженных в виде презентаций в ЭИОС	4	Критерии оценивания повторяют № 2 данной таблицы
4.	Тестирование по разделам теории дифференциальных уравнений высшего порядка, систем, интегральных уравнений	С использованием ПК	Составленные преподавателями кафедры тесты, загруженные в ЭИОС университета	10	Критерии оценивания повторяют № 3 данной таблицы

Карта распределения баллов в рамках промежуточной аттестации

Таблица 3

№	Оценочное средство	Форма проведения	Порядок проведения	Максимальное количество баллов	Критерии оценивания
1	Билет на экзамен	Смешанная	Билет содержит 6 заданий – 2 теоретических вопроса и 4 примера. На теоретические вопросы студент должен ответить устно, примеры решаются письменно.	Теоретический вопрос – 10 баллов. Задача – 20 баллов.	**Критерии оценивания теоретического вопроса:** 8 до 10 баллов: Глубокий уровень владения материалом, точное знание ключевых концепций, способность анализировать и интерпретировать факты, грамотно строить высказывания, привести примеры, свободно оперировать терминологией. От 6 до 7 баллов: Базовое владение предметом, умение последовательно раскрыть

					основную мысль вопроса, грамотное применение терминов, наличие существенных элементов анализа и обобщений, но недостаточное развертывание или отдельные неточности. От 4 до 5 баллов: Частичное освоение материала, попытка объяснить основной смысл вопроса, использование некоторых базовых терминов, но отсутствие глубокого понимания сложных моментов, логические недостатки изложения, отсутствие выводов. От 2 до 3 баллов: Ошибочные представления, слабо выраженное владение основными понятиями, значительные затруднения в интерпретации вопросов, существенные фактологические ошибки, отсутствие обоснованных выводов и примеров. От 0 до 1 балла: Полное непонимание темы, неспособность сформулировать адекватный ответ, грубые ошибки, несоответствие требованиям задания. **Критерии оценивания задач:** 0 - Отсутствие правильного подхода. Нет попыток решить задачу правильным методом или представленная работа совершенно неправильна. 5 -Верно начатое решение, правильно определены ключевые шаги, но значительная часть рассуждений выполнена некорректно либо пропущены важные элементы анализа или расчёта. Итоговое решение неверно. 10- Правильно сформулирован общий подход к решению, однако допущены

					существенные ошибки в вычислениях или неверно применены отдельные формулы. Основные идеи решения сохранены, но реализация неполная. 15 - Решение верное, но имеются небольшие погрешности в оформлении или аргументации отдельных этапов. Возможно наличие незначительных вычислительных ошибок, исправляемых самостоятельно. 20 - Все этапы решения выполнены верно, обоснования ясны и понятны

3. Оценочные материалы для текущего и промежуточного контроля успеваемости

3.1. Оценочные материалы для текущего контроля

Примеры вариантов контрольных работ

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №1

ВАРИАНТ 1

Теоретическая часть

1. Понятие дифференциального уравнения. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
2. Линейные уравнения первого порядка. Линейные однородные уравнения. Примеры.

Примеры

Решить уравнения

1. $4xdx - 3ydy = 3x^2 ydy - 2xy^2 dx$
2. $y' = \dfrac{x - 2y - 3}{2x - 2}$
3. $y' - \dfrac{y}{x+2} = x^2 + 2x$
4. $y' + xy = (1 + x)e^{-x} y^2, \;\; y(0) = 1$

ВАРИАНТ 2

Теоретическая часть

1. Уравнения с разделенными переменными. Уравнения с разделяющимися переменными.
2. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения, разрешенного относительно производной.

Примеры

Решить уравнения

1. $\sqrt{4+y^2}\,dx - ydy = x^2ydy$
2. $xy' = \sqrt{x^2+y^2} + y$
3. $y' - \dfrac{y}{x} = x\sin x$
4. $xy' + y = 2y^2\ln x,\ \ y(1) = \dfrac{1}{2}$

ВАРИАНТ 3

Теоретическая часть

1. Дифференциальные уравнения первого порядка, не разрешенные относительно производной.
2. Уравнения в полных дифференциалах. Интегрирующий множитель. Примеры

Примеры

Решить уравнения

1. $x\sqrt{1+y^2} + yy'\sqrt{1+x^2} = 0$
2. $2y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 6\dfrac{y}{x} + 3$
3. $y' + \dfrac{y}{2x} = x^2$
4. $xy' + y = \dfrac{xy^2}{2},\ \ y(1) = 2$

ВАРИАНТ 4

Теоретическая часть

1. Линейные неоднородные уравнения.
2. Интегрирующий множитель.

Примеры

1. $\left(e^{2x}+5\right)dy + ye^{2x}dx = 0$
2. $3y' = \dfrac{y^2}{x^2} + 8\dfrac{y}{x} + 4$
3. $y' + \dfrac{3y}{x} = \dfrac{2}{x^3}$
4. $2y' + y\cos x = y^{-1}\cos x(1+\sin x),\ \ y(0) = 1$

ВАРИАНТ 5

Теоретическая часть

1. Линейные однородные уравнения. Уравнения Бернулли.
2. Уравнения в полных дифференциалах.

Примеры

Решить уравнения

1. $\sqrt{3+y^2}\,dx - ydy = x^2ydy$
2. $xy' = \dfrac{3y^3+4yx^2}{2y^2+2x^2}$

3. $y' - \frac{y}{x} = -2\frac{\ln x}{x}$
4. $y' + 4x^3 y = 4\left(x^3 + 1\right)e^{-4x} y^2, \;\; y(0) = 1$

ВАРИАНТ 6

Теоретическая часть

1. Основные сведения о дифференциальных уравнениях (Порядок дифференциального уравнения, решение дифференциального уравнения, общее решение, особое решение).
2. Решение линейного неоднородного уравнения (Метод Бернулли, метод Лагранжа).

Примеры

Решить уравнения

1. $6xdx - 6ydy = 2x^2 ydy - 3xy^2 dx$
2. $y' = \frac{x + 2y}{2x - y}$
3. $y' - \frac{2xy}{1 + x^2} = 1 + x^2$
4. $y' + xy = \frac{(1 + x)e^{-x}}{2} y^2, \;\; y(0) = 2$

КОНТРОЛЬНАЯ РАБОТА №2

ВАРИАНТ 1

Теоретическая часть

1. Дифференциальные уравнения высшего порядка. Основные понятия. Теорема существования и единственности.
2. Линейно независимые функции. Определитель Вронского.

Примеры

1. Найти частное решение уравнения
   $y''' + 9y' = 0, \; y(0) = -1, \; y''(0) = 0.$
2. Решить уравнение
   $y'' - 3y' + 2y = \left(x^2 + x\right)e^{3x}.$

3. Найти общее решение системы а) методом исключения, б) матричным методом

$$\begin{cases} \dot{x} = 7x - 4y, \\ \dot{y} = 4x - y. \end{cases}$$

4. Найти частное решение системы:

$$\begin{cases} \dot{x} = -2x + 6y + 1 \\ \dot{y} = 2x + 2 \end{cases} \qquad x(0) = 0, \;\; y(0) = 1.$$

ВАРИАНТ 2

Теоретическая часть

1. Линейные однородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.
2. Определитель Вронского. Пример.

Примеры

1. Решить уравнение
   $y''' - y'' - 2y' = 0.$

2. Найти частное решение уравнения
   $y''' + 9y' = 0,\ y(0) = 3, y'(0) = -2,\ y''(0) = -4.$

3. Найти общее решение системы а) методом исключения, б) матричным методом

$$\begin{cases} \dot{x} = -2x - 3y, \\ \dot{y} = 4x - 9y. \end{cases}$$

4. Найти частное решение системы:

$$\begin{cases} \dot{x} = -2x + 6y + 1 \\ \dot{y} = 2x + 2 \end{cases} \qquad x(0) = 0,\ \ y(0) = 1.$$

ВАРИАНТ 3

Теоретическая часть

1. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами.

2. Уравнения Бернулли.

Примеры

1. Решить уравнение
   $y''' + y'' - 6y' = 0.$
2. Найти частное решение уравнения
   $y''' + 16y' = 0,\ y(0) = 2, y'(0) = 3,\ y''(0) = 0.$
3. Решить систему

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x - y + z, \\ \dot{y} = x + 2y - z \qquad k_1 = 3,\ k_2 = 2,\ k_3 = 1 \\ \dot{z} = x - y + 2z. \end{cases}$$

4. Найти частное решение системы:

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x + y \\ \dot{y} = -5x - 3y + 2 \end{cases} \qquad x(0) = 2,\ \ y(0) = 2.$$

ВАРИАНТ 4

Теоретическая часть

1. Дифференциальные уравнения высшего порядка. Основные понятия. Теорема существования и единственности.
2. Системы дифференциальных уравнений. Основные понятия и определения.

Примеры

1. Найти частное решение уравнения
   $y''' + 4y'' = 0,\ y(0) = 6, y'(0) = -15,\ y''(0) = 36$

2. Решить уравнение

   $y'' + 2y' + y = 3x + 7.$

3. Составить линейные однородные дифференциальные уравнения, если задана ФСР

   $e^{-x}, \quad e^{x};$

4. Найти частное решение системы:

$$\begin{cases} \dot{x} = 3x + y \\ \dot{y} = -5x - 3y + 2 \end{cases} \qquad x(0) = 2, \; y(0) = 2.$$

ВАРИАНТ 5

Теоретическая часть

1. Линейно независимые функции. Определитель Вронского.
2. Интегрирование однородных линейных систем с постоянными коэффициентами. Метод Эйлера.

Примеры

1. Найти частное решение уравнения

$$y''' + 16y' = 0, \; y(0) = 2, \; y'(0) = 3, \; y''(0) = 0.$$

2. Решить уравнение

$$y'' + 8y' + 17y = 17x^2 - x - 6.$$

3. Найти частное решение системы:

$$\begin{cases} \dot{x} = x + 2y + 1 \\ \dot{y} = 4x - y \end{cases} \qquad x(0) = 0, \; y(0) = 1.$$

4. Решить интегральные уравнения методом последовательных приближений.

$$y(x) = \frac{1}{2}\int_0^x e^{x-t} y(t)\,dt + e^x$$

ВАРИАНТ 6

Теоретическая часть

1. Дифференциальные уравнения высшего порядка. Основные понятия. Теорема существования и единственности.
2. Решение неоднородной системы методом вариации постоянных: система для определения постоянных, теорема о виде общего решения с фундаментальной матрицей.

Примеры

1. Найти частное решение уравнения

$$y''' + 3y' = 0, \; y(0) = 6, \; y'(0) = 0, \; y''(0) = -3$$

2. Решить уравнение

$$y'' + 6y' + 13y = e^{-3x} \cos 4x$$

3. Найти общее решение системы а) методом исключения, б) матричным методом

$$\begin{cases} \dot{x} = 2x + y, \\ \dot{y} = 4x - y. \end{cases}$$

4. Решить уравнение

$$y(x) = \lambda \int_0^1 e^{x-t} y(t)\,dt + e^x, \; \lambda = 2$$

ЗАДАЧИ
(для решения на практических занятиях)

берутся из задачника, данного в списке основной литературы (см. §6.1 РПД)

Асташова И. В. Практикум по курсу «Дифференциальные уравнения»: учебное пособие / И.В. Асташова. - Москва: ЕАОИ, 2024. - 94 с. - ISBN 978-5-374-00488-5. - URL: https://ibooks.ru/bookshelf/394913/reading

ТЕСТЫ

Тесты по дисциплине «Дифференциальные уравнения» для проведения текущего контроля составлены в соответствии с рабочей программой дисциплины и загружены в ЭИОС университета https://open.kbsu.ru/.

1.2. Оценочные материалы для промежуточной аттестации

Экзамен проводится по билетам. В каждом билете 2 теоретических вопроса из разных разделов дифференциальных уравнений и 4 задач из разных разделов дисциплины.

ВОПРОСЫ НА ЭКЗАМЕН

1. Понятие дифференциального уравнения. Обыкновенные дифференциальные уравнения.
2. Порядок уравнения, решение, интеграл, общее решение, общий интеграл. Поле направлений. Интегральные кривые.
3. Теорема существования и единственности задачи Коши для ОДУ первого порядка.
4. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от начальных данных и от правой части уравнения.
5. Уравнение с разделяющимися переменными. Уравнения, приводящиеся к уравнениям с разделяющимися переменными.
6. Однородные и квазиоднородные уравнения.
7. Линейные уравнения первого порядка.
8. Уравнения Бернулли.
9. Уравнение в полных дифференциалах.
10. Интегрирующий множитель.
11. Основные определения и понятия уравнений высшего порядка. Задача Коши для уравнения, разрешенного относительно старшей производной. Общее решение. Частное решение. Особое решение.
12. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения высшего порядка. (Формулировка).
13. Дифференциальные уравнения, интегрируемые в квадратурах или допускающие понижение порядка. Случаи понижения порядка:1) 2) 3) 4) однородное относительно 5) обобщенно однородное.
14. Основные определения и понятия уравнений высшего порядка.
15. Задача Коши для уравнения, разрешенного относительно старшей производной.
16. Общее решение. Частное решение. Особое решение.
17. Теорема существования и единственности решения задачи Коши для уравнения высшего порядка. (формулировка)

18. Дифференциальные уравнения, интегрируемые в квадратурах или допускающие понижение порядка. Случаи понижения порядка:1) $y^{(n)} = f(x);$ 2) $F(x, y^{(k)}, y^{(k+1)},..., y^{(n)}) = 0;$ 3) $F(y, y',..., y^{(n)}) = 0;$ 4) однородное относительно $y, y',..., y^{(n)};$ 5) обобщенно однородное.

19. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка.

20. Линейная зависимость и независимость системы функций. Определитель Вронского. Необходимый признак линейной зависимости функций.

21. Теорема о существовании фундаментальной системы решений. Теорема об общем решении линейного однородного уравнения. Формула Остроградского – Лиувилля.

22. Линейное неоднородное дифференциальное уравнение n-го порядка.

23. Построение общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n-го порядка по известной фундаментальной системе решений соответствующего однородного уравнения.

24. Линейные дифференциальные уравнения n- го порядка с постоянными коэффициентами. Однородные уравнения высшего порядка.

25. Построение общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n-го порядка с постоянными вещественными коэффициентами.

26. Выражение линейного дифференциального оператора n-го порядка от произведения двух функций.

27. Вид частного решения линейного неоднородного дифференциального уравнения n-го порядка с постоянными вещественными коэффициентами с правой частью специального вида.

28. Метод неопределенных коэффициентов нахождения частного решения. Метод вариации произвольной постоянной.

29. Линейное дифференциальное уравнение Эйлера. Однородный случай и неоднородный.

30. Линейное однородное дифференциальное уравнение 2-го порядка с переменными коэффициентами.

31. Построение общего решения линейного однородного уравнения 2-го порядка с переменными коэффициентами по его известному частному решению.

32. Нормальные системы дифференциальных уравнений. Нормальные системы дифференциальных уравнений первого порядка.

33. Единственность решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений первого порядка с правой частью, удовлетворяющей условию Липшица.

34. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка: сведение к нормальной системе, разрешимость, единственность.

35. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами: лемма о линейно независимой системе функций, лемма о решениях уравнения, теорема о фундаментальной системе решений.

36. Линейные неоднородные дифференциальные уравнения с правой частью в виде квазимногочлена.

37. Сведение задачи Коши для системы дифференциальных уравнений произвольного порядка к задаче Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений первого порядка.

38. Интегрирование систем ДУ путем сведения к одному уравнению более высокого порядка.

39. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши (для системы уравнений и для уравнения высшего порядка).
40. Метод подстановки решения систем линейных дифференциальных уравнений первого порядка.
41. Линейные системы дифференциальных уравнений: запись в векторном виде.
42. Решение неоднородной системы методом вариации постоянных: система для определения постоянных, теорема о виде общего решения с фундаментальной матрицей.
43. Линейные однородные системы с действительными постоянными коэффициентами: фундаментальная система решений в случае различных собственных значений, теорема о системе решений, отвечающей кратному собственному значению.
44. Системы ЛОДУ с постоянными коэффициентами.
45. Метод Эйлера нахождения решения системы ЛОДУ с постоянными коэффициентами. Метод неопределенных коэффициентов.
46. Метод вариации постоянных.
47. Интегральные уравнения Вольтерра. Основные понятия
48. Уравнения Фредгольма. Основные понятия.

ПРИМЕРЫ НА ЭКЗАМЕН

Тема 1: Основные понятия теории дифференциальных уравнений

1. Для данного дифференциального уравнения методом изоклин построить интегральную кривую, проходящую через точку $yy' = -\frac{x}{2}$, $M(4,2)$.

2. Найти линию, проходящую через точку $M_0(2,1)$, если отрезок любой ее касательной между точкой касания и осью делится в точке пересечения с осью абсцисс в отношении a:b=1:2 (считая от оси Оу).

3. Построить поле направлений и изоклины дифференциального уравнения $y' = -\frac{x}{y}$

Используя построенное поле направлений, провести его интегральные кривые.

4. Скорость распада радия в каждый момент времени прямо пропорциональна его наличному количеству. Найти, какой процент от первоначального количества радия распадется за 200 лет, если известно, что период полураспада радия (период времени, в течение которого распадется половина наличной массы радия) равен 1590 лет.

5. Скорость размножения некоторых бактерий пропорциональна количеству бактерий, имеющихся в наличии в рассматриваемый момент времени t. Количество бактерий за 4 часа устроилось. Найти зависимость количества бактерий от времени, если при $t = 0$ их было a.

6. Моторная лодка движется в спокойной воде со скоростью 20 км/ч. Через одну минуту после выключения двигателя ее скорость уменьшилась до 2 км/ч. Определить скорость лодки через две минуты после остановки двигателя, считая, что сопротивление воды пропорционально скорости движения лодки.

7. Металлическая болванка, нагретая до 420°С. Через 15 минут после начала охлаждения температура детали понизилась до 120°С. Определить температуру болванки через 30 минут охлаждения, считая, что скорость охлаждения пропорциональна разности между температурой тела и температурой воздуха.

8. В резервуаре находится 80 л раствора, содержащего 8 кг соли. Каждую минуту в него вливается 4 л воды и вытекает 4 л раствора, при этом концентрация соли поддерживается равномерной (путем перемешивания). Сколько соли останется в резервуаре через 40 минут?

9. Судно водоизмещением 10 000 тонн движется прямолинейно со скоростью 10 м/с. Сопротивление воды пропорционально квадрату скорости судна и равно 20 000 Н при скорости 1 м/с. Какое расстояние пройдет судно после выключения двигателя, прежде чем его скорость уменьшится до 2 м/с?

10. Найти кривые, обладающие следующим свойством: если через любую точку кривой провести прямые, параллельные осям координат, до встречи с этими осями, то площадь полученного прямоугольника делится кривой в отношении 1:2.

11. В воздухе комнаты объемом 200 м^3 содержится 0,15% углекислого газа (CO_2). Вентилятор подает в минуту 20 м^3 воздуха, содержащего 0,04% CO_2. Через какое время количество углекислого газа в воздухе комнаты уменьшится втрое? Считать, что втекающий газ распределяется равномерно по всему объему комнаты.

12. Кусок металла с температурой a градусов помещен в печь, температура которой в течение часа равномерно повышается от a градусов до b градусов. При разности температур печи и металла в T градусов металл нагревается со скоростью kT градусов в минуту. Найти температуру металла через час. Принять скорость нагревания тела пропорциональным разности температур тела и окружающей среды.

13. Масса ракеты с полным запасом топлива равна M, без топлива m, скорость истечения продуктов горения из ракеты равна c, начальная скорость ракеты равна нулю. Найти скорость ракеты после сгорания топлива, пренебрегая силой тяжести и сопротивлением воздуха (формула Циолковского).

14. Найти атмосферное давление на высоте h, если на поверхности земли давление равно 1 кГ/см^2 и плотность воздуха 0,0012 г/см^3. Использовать закон Бойля-Мариотта, в силу которого плотность пропорциональна давлению (т.е. пренебречь изменением температуры воздуха с высотой).

15. Футбольный мяч весом 0,4 кГ брошен вверх со скоростью 20 м/с. Сопротивление воздуха пропорционально квадрату скорости и равно 0,48 Г при скорости 1 м/с. Вычислить время подъема мяча и наибольшую высоту подъема. Как изменятся эти результаты, если пренебречь сопротивлением воздуха? Ускорение силы тяжести считать равным 10 м/с^2.

16. В исследованном куске горной породы содержится 100 мг урана и 14 мг уранового свинца. Известно, что уран распадается наполовину за $4{,}5 \cdot 10^9$ лет и что при полном распаде 238 г урана образуется 206 г уранового свинца. Определить возраст горной породы. Считать, что в момент образования горная порода не содержала свинца, и пренебречь наличием промежуточных радиоактивных продуктов между ураном и свинцом (так как они распадаются намного быстрее урана). Использовать закон радиоактивного распада: количество радиоактивного вещества, распадающегося за единицу времени, пропорционально количеству этого вещества, имеющемуся в рассматриваемый момент.

Методические рекомендации по решению примеров и задач.

Приступая к рассмотрению примеров и самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы основные понятия теории дифференциальных уравнений. Основная цель изучить основные понятия теории дифференциальных уравнений, рассмотреть геометрическое толкование дифференциального уравнения первого порядка.

Тема 2: Дифференциальные первого порядка

Найти общие решения уравнений:

1. $(x^2+1)dx+(y^2+1)dy=0$. **2.** $(e^x+2)dy-ydx=0$.

3. $2(x^2y-y)dy+\sqrt{3+y^2}\,dx=0$. **4.** $tg\,x\,sin^2\,y\,dx+cos^2\,x\,ctg\,y\,dy=0$.

5. (x-1)y' = y²x; $(x-1)y'=y^2x$. **6.** (cos2x-1)y' = y²-1; $(cos\,2x-1)y'=y^2-1$.

7. e^{2x-y}dx = e^{6x+y}dy; $e^{2x-y}dx=e^{6x+y}dy$. **8.** (1 + y)dx-(1-x)dy = 0.

9. Ошибка! Ожидалась цифра. $\sqrt{1-y^2}\,dx+y\sqrt{1-x^2}\,dy=0$. **10.** y'-xy² = 0. $y'-xy^2=0$.

Найти частные решения, удовлетворяющие начальным условиям уравнений:

11. y'ctgx + y = 2, y(0) = -1; $y'\,ctg\,x+y=2,\quad y(0)=-1$. **12.** y'sinx = ylny, $y\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$; $y'\,sin\,x=y\,ln\,y,\quad y\left(\frac{\pi}{2}\right)=1$.

13. $2x\,dx-y\,dy=yx^2dy-xy^2dx,\quad y(0)=1$. **14.** ydx + ctgxdy = 0, $y\left(\frac{\pi}{3}\right)=-1$; $y\,dx+ctg\,x\,dy=0,\quad y\left(\frac{\pi}{3}\right)=-1$.

15. $2\sqrt{y}\,dx-dy=0,\quad y(0)=1$. **16.** y' = $8\sqrt{1.1.11.\text{y}}$, y(0) = 4; $y'=8\sqrt{y},\quad y(0)=4$.

17. . **18.** x²dy-y²dx = 0, $y\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{3}$; $x^2dy-y^2dx=0,\quad y\left(\frac{1}{2}\right)=\frac{1}{3}$.

19. Ошибка! Ожидалась цифра.. **20.** $(x+xy^2)dx+(x^2y-y)dy=0,\quad y(0)=1$.

Проинтегрировать следующие однородные дифференциальные уравнения:

21. xdy = (x + y)dx. $xdy=(x+y)dx$. **22.** $(x+2y)dx-xdy=0$.

23. (x-y)dx + (x + y)dy = 0. $(x-y)dx+(x+y)dy=0$. **24.** (y²-2xy)dx + x²dy = 0. $(y^2-2xy)dx+x^2dy=0$.

25. $ydx+(x+y)dy=0$. **26.** y' = $\frac{xy+y^2}{2x^2+xy}$ $y'=\frac{xy+y^2}{2x^2+xy}$.

27. $xy' = y + x\sin\frac{y}{x}, y(1) = \frac{\pi}{2}$ $xy' = y + x\sin\frac{y}{x}, \quad y(1) = \frac{\pi}{2}$. **28. Ошибка!**

Ожидалась цифра..

Найти общие решения линейных уравнений:

29. $y'-y = e^x$ $y' - y = e^x$.

30. $y' = x + y$ $y' = x + y$.

31. $y' + x^2y = x^2$ $y' + x^2 y = x^2$.

32. $xy' + y = 3$ $xy' + y = 3$.

33. $y' + \frac{y}{x} = \frac{e^x}{x}$ $y' + \frac{y}{x} = \frac{e^x}{x}$.

34. $y'-\frac{3y}{x} = x$. $y' - \frac{3y}{x} = x$.

35. $y' + 2xy = 2xe^{-x^2}$. $y' + 2xy = 2xe^{-x^2}$.

36. $y' + \frac{1-2x}{x^2}y = 1$.

$y' + \frac{1-2x}{x^2} y = 1$.

37. $y' + y = \cos x$. $y' + y = \cos x$.

38. $y'\cos x - y\sin x = \sin 2x$.

$y' \cos x - y \sin x = \sin 2x$.

39. $xy' + y = \ln x + 1$. $xy' + y = \ln x + 1$.

40. $y' + \frac{2y}{x} = \frac{e^{-x^2}}{x}$. $y' + \frac{2y}{x} = \frac{e^{-x^2}}{x}$.

Решить уравнения Бернулли:

41. $xy' + y = -xy^2$. $xy' + y = -xy^2$.

42. $y'-xy = -y^3e^{-x^2}$. $y' - xy = -y^3 e^{-x^2}$

.

43. $y' + y = xy^3$. $y' + y = xy^3$.

44. $y' = x^3y^3-xy$. $y' = x^3 y^3 - xy$.

45. $x^2y' = y^2 + xy$. $x^2 y' = y^2 + xy$.

46. $xy' + y = y^2\ln x$. $xy' + y = y^2 \ln x$.

47. $y' + xy = xy^3$. $y' + xy = xy^3$.

48. $xy' + 2y = x^5y^2$.

$xy' + 2y = x^5 y^2$.

Проверить, что левые части следующих уравнений – полные дифференциалы, решить уравнения:

49. $(x + y + 1)dx + (x - y^2 + 3)dy = 0$.

50. $(3x^2 + 6xy^2)dx + (6x^2 y + 4y^3)dy = 0$.

51. $3x^2 e^y dx + (x^3 e^y - 1)dy = 0$.

52. $e^{-y} dx + (1 - xe^{-y})dy = 0$.

53. $2x\cos^2 y dx + (2y - x^2 \sin 2y)dy = 0$.

54. $(3x^2 + 2y)dx + (2x - 3)dy = 0$.

55. $(3x^2 y - 4xy^2)dx + (x^3 - 4x^2 y + 12y^3)dy = 0$.

56. $(x\cos 2y + 1)dx - x^2 \sin 2y dy = 0$.

Найти интегрирующий множитель и общие решения уравнений

57. $(x + y^2)dx - 2xydy = 0$.

58. $2xy \ln y dx + \left(x^2 + y^2\sqrt{y^2 + 1}\right)dy = 0$.

59. $(1 - x^2 y)dx + x^2(y - x)dy = 0$.

60. $(x^2 + y)dx - xdy = 0$.

61. $\left(2x^2y+2y+5\right)dx+\left(2x^3+2x\right)dy=0$.

62. $\left(x^4\ln x-2xy^3\right)dx+3x^2y^2dy=0$.

63. $\left(x+\sin x+\sin y\right)dx+\cos y dy=0$.

64. $\left(2xy^2-3y^3\right)dx+\left(7-3xy^2\right)dy=0$.

Методические рекомендации по решению примеров и задач.

Приступая к рассмотрению примеров и самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы дифференциальные уравнения первого порядка. Основная цель сформировать навыки решения задач обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.

Тема 3: Дифференциальные уравнения высших порядков

Решить уравнения.

1. $y^{IV}=\cos^2 x$.

2. $y''=\sin 4x+2x-3$.

3. $y''=e^{5x}+\cos x-2x^3$.

4. $y''-\dfrac{2}{x}y'=2x^3$.

5. $(x+1)y''=y'-1$.

6. $x^3y''+x^2y'-1=0$.

7. $y''+y'tgx=\sin 2x$.

8. $xy''-y'=x^2e^x$.

9. $xy''\ln x=y'$.

10. $y''-\dfrac{y'}{x-1}=x(x-1)$.

Проинтегрировать уравнения.

11. $y''-2y'-4y=0$.

12. $y''+6y'+y=0$.

12. $y''-6y'+18y=0$.

13. $3y''-2y'-8y=0$.

14. $y''-6y'+13y=0$.

15. $y''-y'-2y=0$.

16. $y''+25y=0$.

17. $y''-4y'+4y=0$.

18. $y^{IV}-y''=0$.

19. $y'''+3y''=0$.

20. $y^{IV}-2y'''-y''+2y'=0$.

21. $y^{IV}-2y'''+2y''-2y'+y=0$.

Найти частные решения уравнений, удовлетворяющих заданным начальным условиям:

22. $y'''-7y''+6y'=0,\quad y(0)=0,\ y'(0)=0,\ \ y''(0)=30.$

23. $y'''-y''=0,\quad y(0)=0,\ y'(0)=0,\ \ y''(0)=1.$

24. $y'''-4y'=0,\quad y(0)=0,\ y'(0)=2,\ \ y''(0)=4.$

25. $y'''+y'=0,\quad y(0)=0,\ y'(0)=1,\ \ y''(0)=1.$

26. $y'''-13y''+12y'=0,\quad y(0)=0,\ y'(0)=1,\ \ y''(0)=133.$

27. $y'''-y''+y'-y=0,\quad y(0)=0,\ y'(0)=0,\ \ y''(0)=1.$

28. $y'''+3y''+2y'=0,\quad y(0)=0,\ y'(0)=0,\ \ y''(0)=2.$

Решить уравнения:

29. $y'' - 4y' + 4y = x^2$.

30. $y''' + y'' = 10 - 24x$.

31. $y'' + 2y' + y = e^{2x}$.

32. $y'' + y' - 6y = xe^{2x}$.

33. $y'' - 7y' + 12y = e^{2x}(1 - 2x)$.

34. $y'' + 9y = 2\cos 3x - 3\sin 3x$.

35. $y'' - y = 2x\sin x$.

36. $y'' + 6y' + 13y = e^{-3x}\cos 4x$.

Решить уравнения методом вариации постоянных:

37. $y'' - y = \dfrac{e^x}{e^x + 1}$.

38. $y'' + y = \dfrac{1}{\sin x}$.

39. $y'' + 2y' + y = \dfrac{e^{-x}}{x}$.

40. $y'' + 6y' + 8y = 4e^{-2x}\left(2 + e^{2x}\right)^{-1}$.

5. Составить линейные однородные дифференциальные уравнения, зная их характеристические уравнения:

$\lambda(\lambda+1)(\lambda+2) = 0$; $(\lambda^2+1)^2 = 0$; $2\lambda^2 - 3\lambda - 5 = 0$.

6. Составить линейные однородные дифференциальные уравнения, если заданы ФСР:

а) e^{-x}, e^x; б) $\sin 3x$, $\cos 3x$; в) $1, x$.

7. Проинтегрировать следующие уравнения (решить задачу Коши):

$y'' - 4y' + 3y = 0, \quad y(0) = 6;$

$y''' - 3y'' + 3y' - y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2, \quad y''(0) = 1$;

8. Составить линейные однородные дифференциальные уравнения, если известны корни характеристических уравнений:

а) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 2;$

б) $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 1, \lambda_3 = 1;$

в) $\lambda_1 = 3 - 2i, \lambda_2 = 3 + 2i$.

Методические рекомендации по решению примеров и задач.

Приступая к рассмотрению примеров и самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы дифференциальные уравнения высших порядков. Основная цель разобрать методы решения дифференциальных уравнений, допускающих понижение порядка. Изучить методы решения некоторых интегрируемых типов дифференциальных уравнений высших порядков.

Тема 4: Системы обыкновенных дифференциальных уравнений

Методом исключения решить следующие системы дифференциальных уравнений:

1. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x + y, \\ \dfrac{dy}{dt} = 3x + 4y. \end{cases}$

2. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - y, \\ \dfrac{dy}{dt} = -4x + y. \end{cases}$

3. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -x + 8y, \\ \dfrac{dy}{dt} = x + y. \end{cases}$ **4.** $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -2x - 3y, \\ \dfrac{dy}{dt} = -x. \end{cases}$

5. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - y, \\ \dfrac{dy}{dt} = -4x + 4y. \end{cases}$ **6.** $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -2x + y, \\ \dfrac{dy}{dt} = -3x + 2y. \end{cases}$

7. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 6x - y, \\ \dfrac{dy}{dt} = 3x + 2y. \end{cases}$ **8.** $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x + y, \\ \dfrac{dy}{dt} = -6x - 3y. \end{cases}$

Методом Эйлера найти общее решение данных систем и, где указано, выделить решение, удовлетворяющее поставленным начальным условиям:

9. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + 4y, \\ \dfrac{dy}{dt} = 2x + 3y. \end{cases}$ **10.** $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x + y, \\ \dfrac{dy}{dt} = 3x + 4y. \end{cases}$

11. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x - 3y, \\ \dfrac{dy}{dt} = 3x + y. \end{cases}$ **12.** $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -3x + 2y, \\ \dfrac{dy}{dt} = -2x + y. \end{cases}$

13. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2y, \\ \dfrac{dy}{dt} = x - y. \end{cases}$ **14.** $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x - y, \\ \dfrac{dy}{dt} = x + y. \end{cases}$

15. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 2x + y, \quad x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = x - 3y, \quad y(0) = 0. \end{cases}$ **16.** $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = x + y, \quad x(0) = 0, \\ \dfrac{dy}{dt} = 4y - 2x, \quad y(0) = -1. \end{cases}$

17. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 4x + 6y \\ \dfrac{dy}{dt} = 4x + 2y \end{cases};$ **18.** $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = 3x + y \\ \dfrac{dy}{dt} = 8x + y \end{cases};$

19. $\begin{cases} \dfrac{dx}{dt} = -5x - 4y \\ \dfrac{dy}{dt} = -2x - 3y \end{cases};$

Методом вариации произвольных постоянных найти общее решение данных систем и, где указано, выделить решение, удовлетворяющее поставленным начальным условиям:

20. $\begin{cases} x' = x + 3y + 2, \quad x(0) = -1, \\ y' = x - y + 1, \quad y(0) = 2. \end{cases}$ **21.** $\begin{cases} x' = 2x + 3y + 1, \quad x(0) = -1, \\ y' = 4x - 2y, \quad y(0) = 0. \end{cases}$

22. $\begin{cases} x' = 2x + 5y, & x(0) = 1, \\ y' = x - 2y + 2, & y(0) = 1. \end{cases}$

23. $\begin{cases} x' = -2x + 6y + 1, & x(0) = 0, \\ y' = 2x + 2, & y(0) = 1. \end{cases}$

24. $\begin{cases} \dot{x} = y + tg^2 t - 1 \\ \dot{y} = -x + tgt \end{cases}$

25. $\begin{cases} \dot{x} = 2y - x \\ \dot{y} = 4y - 3x + \dfrac{e^{3t}}{e^{2t} + 1} \end{cases}$

26. $\begin{cases} \dot{x} = -4x - 2y + \dfrac{2}{e^t - 1} \\ \dot{y} = 6x + 3y - \dfrac{3}{e^t - 1} \end{cases}$

27. $\begin{cases} \dot{x} = 3x - 2y \\ \dot{y} = 2x - y + 15e^t \sqrt{t} \end{cases}$

Проинтегрировать неоднородные линейные системы с постоянными коэффициентами:

28. $\begin{cases} \dot{x} = y + 2e^t, \\ \dot{y} = x + t^2. \end{cases}$

29. $\begin{cases} \dot{x} = y - 5\cos t, \\ \dot{y} = 2x + y. \end{cases}$

30. $\begin{cases} \dot{x} = 3x + 2y + 4e^{5t}, \\ \dot{y} = x + 2y. \end{cases}$

31. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - 4y + 4e^{-2t}, \\ \dot{y} = 2x - 2y. \end{cases}$

32. $\begin{cases} \dot{x} = 4x + y - e^{2t}, \\ \dot{y} = y - 2x. \end{cases}$

33. $\begin{cases} \dot{x} = 2y - x + 1, \\ \dot{y} = 3y - 2x. \end{cases}$

49. $\begin{cases} \dot{x} = x + 2y + 16te^t \\ \dot{y} = 2x - 2y \end{cases}$

50. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - 3y \\ \dot{y} = x - 2y + 2\sin t \end{cases}$

51. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y + 2e^t \\ \dot{y} = x + 2y - 3e^{4t} \end{cases}$

52. $\begin{cases} \dot{x} = x - y + 8t \\ \dot{y} = 5x - y \end{cases}$

53. $\begin{cases} \dot{x} = x - y + 8t, \\ \dot{y} = 5x - y. \end{cases}$

39. $\begin{cases} \dot{x} = 2x - y, \\ \dot{y} = 2y - x - 5e^t \sin t. \end{cases}$

40. $\begin{cases} \dot{x} = 4x - 5y + 4t - 1, & x(0) = 0, \\ \dot{y} = x - 2y + t, & y(0) = 0. \end{cases}$

41. $\begin{cases} \dot{x} = y - x + e^t, & x(0) = 1, \\ \dot{y} = x - y + e^t, & y(0) = 1. \end{cases}$

42. $\begin{cases} \dot{x} = 2x + y - 2z + 2 - t, \\ \dot{y} = 1 - x, \\ \dot{z} = x + y - z + 1 - t. \end{cases}$

43. $\begin{cases} \dot{x} = -x - 2y + 2e^{-t}, & x(0) = 1, \\ \dot{y} = -y - z + 1, & y(0) = 1, \\ \dot{z} = -z + 1, & z(0) = 1. \end{cases}$

Методические рекомендации по решению примеров и задач.

Приступая к рассмотрению примеров и самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы системы дифференциальных уравнений. Основная цель изучить различные методы решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Тема 5: Интегральные уравнения

Методом исключения решить следующие системы дифференциальных уравнений:

1) *Решить уравнения Вольтерра методом последовательных приближений.*

1. $y(x)=1-\int\limits_0^x (x-t)y(t)\,dt$.

2. $y(x)=\int\limits_0^x y(t)y\,dt+x^2$.

3. $y(x)=\int\limits_0^x y(t)y\,dt+\dfrac{x^2}{2}$.

4. $y(x)=\int\limits_0^x (x-t)y(t)\,dt+x$.

5. $y(x)=1-\int\limits_0^x tgt\, y(t)dt$.

2) *Решить уравнения Вольтерра, сведя их к обыкновенным дифференциальным уравнениям.*

1. $y(x)=\int\limits_0^x \dfrac{t}{t+1}y(t)\,dt+e^x$.

2. $y(x)=\int\limits_1^x \dfrac{4t-5x}{t^2}y(t)\,dt+\ln x$.

3. $y(x)=\int\limits_0^x \left[3(x-t)-(x-t)^2\right]y(t)\,dt+e^{2x}-2x^2-2x-1$.

4. $y(x)=\int\limits_1^x \dfrac{x}{t^2}y(t)\,dt+x^2$.

5. $y(x)=\int\limits_1^x \dfrac{4t-3x}{t^2}y(t)\,dt+4x\ln x+x$.

Методические рекомендации по решению примеров и задач.

Приступая к рассмотрению примеров и самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы интегральные уравнения Вольтерра. Основная цель изучить различные методы решения интегральных уравнений Вольтерра.

Тема 5. Интегральные уравнения Фредгольма.

1) *Решить интегральные уравнения методом последовательных приближений.*

1. $y(x)=\dfrac{1}{2}\int\limits_0^x e^{x-t}y(t)\,dt+e^x$.

2. $y(x)=\int\limits_0^1 xe^{x-t}y(t)\,dt+e^x$.

2) *С помощью резольвенты найти решение интегрального уравнения при указанном значении λ и проверить его прямой подстановкой.*

1. $y(x)=\lambda\int\limits_0^1 e^{x-t}y(t)\,dt+e^x$, $\lambda=2$.

2. $y(x)=\lambda\int_0^1 xe^{x-t}y(t)\,dt+e^x,\ \lambda=-2$.

3) *Найти собственные значения и собственные функции следующих интегральных уравнений.*

1. $y(x)=\lambda\int_0^1 (1+2x)y(t)\,dt$.

2. $y(x)=\lambda\int_0^1 (1-x^2)y(t)\,dt$.

3. $y(x)=\lambda\int_0^1 x\sin t\,y(t)\,dt$.

4. $y(x)=\lambda\int_0^1 \cos x\cos t\,y(t)\,dt$.

4) *Решить уравнения.*

1. $\varphi(x)-\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi}\cos x\sin y\varphi(y)\,dy=\sin x$.

2. $\varphi(x)-\int_0^1 (1+x)\cos 2\pi y\varphi(y)\,dy=x$.

Методические рекомендации по решению примеров и задач.

Приступая к рассмотрению примеров и самостоятельному решению задач, необходимо внимательно прочесть контент по соответствующему вопросу темы интегральные уравнения Фредгольма. Основная цель изучить различные методы решения интегральных уравнений Фредгольма.